



BESKIDY



XXV OGÓLNOPOLSKIE WARSZTATY  
PRACY PROJEKTANTA KONSTRUKCJI  
SZCZYRK, 10÷13 marca 2010 roku



GLIWICE



Michał A. GLINICKI\*

## BETON ZE ZBROJENIEM STRUKTURALNYM

### 1. Wprowadzenie

Beton ze zbrojeniem strukturalnym (fibrobeton) należy do grupy betonów specjalnych, które - według Z. Jamrożego [1] - cechują się specjalnymi właściwościami oprócz wytrzymałości. W porównaniu z betonem zwykłym, fibrobetony charakteryzują się podwyższoną odpornością na powstawanie rys i pękanie, podwyższoną odpornością zmęczeniową i udarnością, a często także podwyższoną wytrzymałością na rozciąganie i na ścinanie, Brandt [2]. Znaczącą modyfikację właściwości betonu uzyskuje się poprzez wprowadzenie dodatku włóknistego (tj. włókien z rozmaitych materiałów), rozproszonych w sposób równomierny w mieszance betonowej. Włókna rozproszone stosuje się praktycznie od lat 60-tych XX wieku w betonach niezbrojonych oraz w betonach zbrojonych prętami stalowymi i sprężonych, a także w torkrecie i w prefabrykacji.

W artykule omówiono podstawowe pojęcia dotyczące zbrojenia strukturalnego betonu, sposoby projektowania mieszanki betonowej oraz wpływ włókien na właściwości mechaniczne i fizyczne betonu. Przedstawiono także uproszczony sposób obliczania grubości fibrobetonowych podłóg na gruncie i założenia obliczeniowe elementów konstrukcyjnych metodą RILEM.

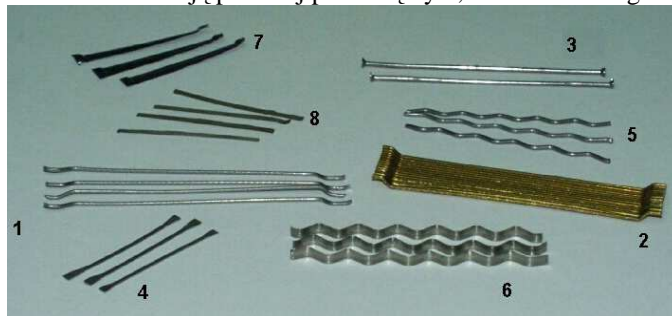
---

\* Dr hab. inż., Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, Warszawa

## 2. Rodzaje włókien do betonu

Podstawowe rodzaje włókien stosowanych jako zbrojenie strukturalne obejmują włókna specjalnie wytwarzane do zbrojenia betonu, włókna stosowane do zbrojenia innych materiałów kompozytowych zaadaptowane do użycia w betonie lub włókna pochodzenia naturalnego. Z powodu dużej różnorodności rodzajów i form wytwarzania włókien ich omówienie przedstawiono w grupach surowcowych.

Włókna z metali, a wśród nich włókna stalowe, stanowią najważniejszą grupę włókien przeznaczonych do konstrukcyjnego i niekonstrukcyjnego stosowania w betonie. Według normy PN-EN 14889-1 [3] włókna stalowe to proste lub odkształcone fragmenty drutu stalowego ciągniętego na zimno, proste lub odkształcone włókna cięte z arkusza, włókna uzyskiwane ze stopu, włókna skrawane z drutu ciągniętego na zimno oraz włókna walcowane z bloków stalowych, odpowiednie do jednorodnego wymieszania z betonem lub zaprawą. Przykładowe kształty włókien stalowych pokazano na rys.1; długość włókien najczęściej wynosi od 30 do 60mm, znane są też bardzo krótkie o długości ok.12mm. Włókna metalowe amorficzne mają przekrój prostokątny 0,30 x 2mm i długość 15-60mm.



Rys.1 Przykłady kształtu włókien stalowych przeznaczonych do betonu (proste gładkie, z haczykowatymi odgięciami na obu końcach, także klejone w pasma, z zakotwieniami uformowanymi na końcach, o kształcie wiósełkowym, faliste)

Według normy PN EN 14889- 2 [4], włókna polimerowe definiuje się jako proste lub odkształcone fragmenty wytłaczanego, zorientowanego i ciętego materiału polimerowego, przydatne do jednorodnego wymieszania z betonem lub zaprawą. Wymienione w normie polimery obejmują np. polipropylen lub polietylen, poliester, nylon, pva, poliakryl, aramid i ich mieszaniny.



Rys. 2. Mikrowłókna polipropylenowe fibrylowane (długość ok. 12mm) oraz makrowłókna syntetyczne (skręcona wiązka długości 54mm)

Normowa klasyfikacja włókien polimerowych dotyczy ich formy fizycznej:

Klasa Ia: mikrowłókna: średnica < 0,30 mm; pojedyncze,  
 Klasa Ib: mikrowłókna: średnica < 0,30 mm; fibrylowane,  
 Klasa II: makrowłókna: średnica > 0,30 mm.

Ważniejszy jest podział funkcjonalny: włókna klasy II mają zastosowanie konstrukcyjne, tzn. wpływają na nośność elementu betonowego z włóknami.

Tekstylna włókna szklane produkują się w zależności od przeznaczenia ze szkła różnego rodzaju. Jako zbrojenie rozproszone betonów stosuje się włókna ze szkła o podwyższonej odporności na alkaliczne środowisko zaczynu cementowego, najczęściej ze szkła z dodatkiem tlenku cyrkonu [5]. Są w dwóch podstawowych formach: włókna ciągłe oraz włókna krótkie, cięte na długości od 6 do 40mm. W procesie produkcji na kilkadziesiąt włókien elementarnych, tworzących równoległą wiązkę (pasma) nakłada się tzw. preparację powierzchniową. Następnie wskutek równoległego nawijania 30-60 pasm otrzymuje się tzw. rowing; włókna cięte uzyskuje się przez pocięcie pasm włókien ciągłych do wybranej długości. W zależności od rodzaju i ilości naniesionej na pasmo preparacji, podczas wprowadzania włókien do kompozytu, pasma zachowują integralność lub ulegają dyspersji na monowłókna czyli włókna elementarne.

Podstawowe właściwości fizyczne i mechaniczne włókien najczęściej stosowanych w betonie podano w Tabelicy 1. Inne włókna mają mniejsze zastosowanie lub wykorzystuje się je w specyficznych procesach produkcji materiałów budowlanych (np. zamiast azbestu).

Tabela 1. Właściwości fizyczne i mechaniczne włókien najczęściej stosowanych w betonie

Rodzaj włókna	Średnica	Gęstość	Wytrzymałość na rozciąganie	Moduł sprężystości
	mm	kg/dm <sup>3</sup>	MPa	GPa
Stalowe	0,1-1	7,85	500-2000	210
Szklane ARG	0,010-0,015	2,6	2500	80
Mikrowłókna polipropylenowe	0,010-0,20	0,90-0,91	200-600	3-5
Makrowłókna polimerowe	1 (pasma)	0,91-0,97	600-750	5-9,5

### 3. Elementy projektowania i wykonania mieszanki betonowej z włóknami

Oprócz włókien, pozostałe składniki fibrobetonu nie różnią się zasadniczo od składników betonu zwykłego konstrukcyjnego, omówionych dokładnie w znanych podręcznikach technologii betonu (np. Z.Jamrożego lub A.Neville'a). Do betonów z włóknami można stosować te same cementy i kruszywa co do betonów zwykłych konstrukcyjnych. Według Z. Jamrożego korzystniejsze są cementy CEM II, III i IV z grupy cementów powszechnego użytku, gdyż dają bardziej szczelną strukturę matrycy a więc i dojrzalego fibrobetonu. Maksymalna wielkość ziaren kruszywa nie powinna być większa niż 1/3 długości włókien stalowych prostych i nie większa niż 1/2 długości włókien haczykowatych. Włókna są wtedy lepiej wykorzystane. W elementach cienkościennych (np.

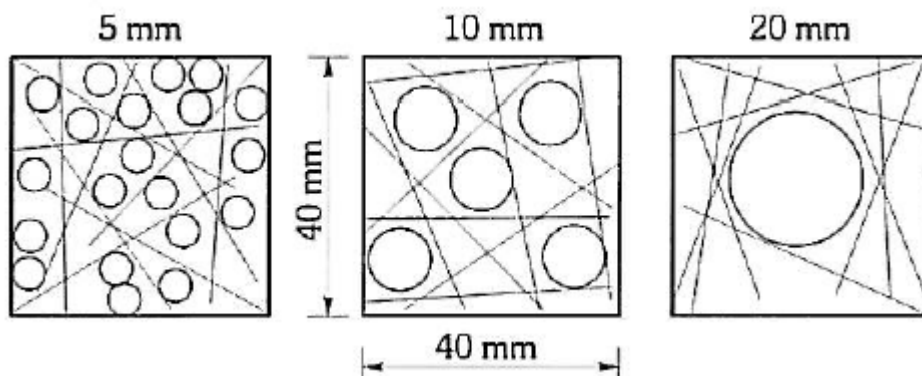
cienkie nakładki na nawierzchnie) wielkość ziaren kruszywa nie powinna przekraczać 4 lub 8 mm. Kruszywo do 16 mm stosuje się w elementach masywniejszych i wtedy stosuje się włókna o długości od 50 do 60 mm.

Do efektywnego działania zbrojenia rozproszonego w betonie niezbędne są pewne ograniczenia i zalecenia recepturowe:

1) uziarnienie kruszyw nie powinno przekraczać 16mm, a nawet do 8 mm w przypadku elementów cienkich (np. warstwy naprawcze lub wzmacniające), zalecane jest zwiększenie zawartości ziaren drobnych do 2mm; przy drobniejszych ziarnach kruszywa można uzyskać dobrą jednorodność rozmieszczenia włókien w mieszance,

2) skutecznie działająca domieszka uplastyczniająca lub upłynniająca jest konieczna; jest stosowana, aby zniwelować pogorszenie urabialności mieszanki spowodowane obecnością inkluzji włóknistych, a rezultatem braku takiej domieszki może być podwyższona porowatość betonu i nierównomierne rozmieszczenie włókien, a nawet tworzenie się zbitków włókien (tzw. jeży),

3) wskaźnik wodno-cementowy powinien być limitowany, najlepiej nie większy niż 0,55; warunkiem dobrego współdziałania włókien z zaczynem cementowym jest dobra wytrzymałość zaczynu, w przeciwnym razie nawet najbardziej wytrzymałe i sztywne włókna nie będą właściwie wykorzystane.



Rys.3. Wpływ uziarnienia kruszywa na rozmieszczenie włókien w betonie [6]

Projektowanie mieszanki przebiega zasadniczo tak samo, jak projektowanie mieszanki betonu zwykłego [7], z uwzględnieniem dwóch ważnych czynników dodatkowych:

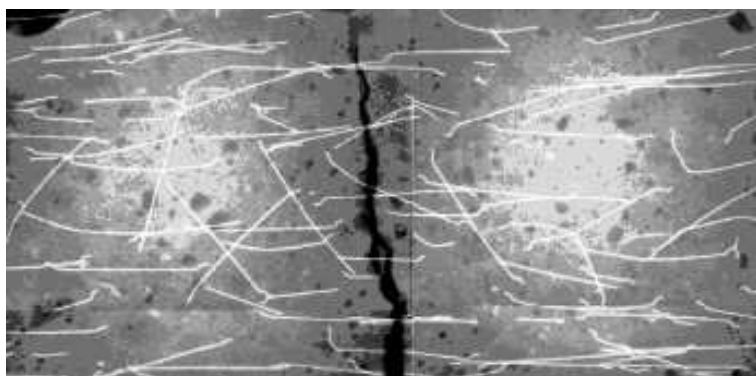
- urabialność mieszanki betonowej z włóknami,
- jednorodność rozmieszczenia włókien w betonie.

Przy projektowaniu stosu kruszywa należy zachować ciągłość uziarnienia oraz ustalić punkt piaskowy (zwykle 35-40% w kruszywie do 16mm, 40-45% w kruszywie do 8 mm) i ilość pyłu (do 0,125mm), która powinna mieścić w granicach 2-5% całego stosu. Pamiętać trzeba, że włókna wnoszą ze sobą dodatkową powierzchnię do otulenia i ich kształt bardzo utrudnia gęste ułożenie się ziaren. Stąd też ilość zaprawy w fibrobetonie jest o około 10% wyższa niż wystarczyłoby do betonów bez włókien (tzw. ilość optymalna). Stąd też wykres krzywej uziarnienia kruszywa zwykle znajduje się w górnym polu granic dopuszczalnych. Włókna stalowe powodują zwiększenie porowatości stosu okruszowego w zależności od względnej wielkości ziaren w stosunku do długości włókna, jak pokazano na rys 3.

Zazwyczaj stosuje się włókna o długości od 2 do 4 razy większej niż maksymalne uziarnienie kruszywa.

Z reguły stosuje się sposób projektowania składu mieszanki metodą doświadczalną, np. „znanego zaczynu”. Na urabialność mieszanki fibrobetonowej silnie wpływa zawartość włókien, ich kształt i smukłość oraz proporcje pozostałych składników mieszanki. W pracy [8] omówiono wpływ włókien, wyrażony w postaci iloczynu zawartości objętościowej i smukłości, na konsystencję mierzoną opadem stożka przy rozmaitych kształtach włókien stalowych. Obserwuje się zmniejszenie opadu stożka ze wzrostem zawartości włókien i ze wzrostem smukłości włókien. Przy typowych zawartościach włókien stalowych można oczekiwać zmniejszenia opadu stożka o ok. 25-100mm w porównaniu do mieszanki betonu bez włókien. Korzystniej jest regulować konsystencję mieszanki domieszką upłynniającą, a nie wodą czy innymi składnikami.

Produkcja mieszanki betonu z włóknami w typowych węzłach betoniarskich nie sprawia zasadniczych trudności, chociaż nie są na ogół wyposażone w dozowniki włókien. Sprawę dozowania należy starannie rozwiązać, aby uniknąć tworzenia się zbitków włókien i zapewnić jednorodność rozmieszczenia włókien w mieszance. Stosowanym i skutecznym sposobem jest dozowanie włókien z opakowań transportowych (worków lub kartonów po 20 kg w przypadku włókien stalowych i po 1 kg w przypadku włókien syntetycznych) na transporter podający kruszywo. Nie wolno wsypywać włókien jako pierwszego składnika mieszanki betonowej.



Rys. 4. Rentgenowski obraz rozmieszczenia włókien stalowych w zarysowanym elemencie betonowym

Kontrola mieszanki betonowej z włóknami obejmuje, oprócz parametrów sprawdzanych w przypadku mieszanki betonu zwykłego, sprawdzenie zawartości włókien w mieszance. Określenie ilości włókien w objętości mieszanki wykonuje się metodą wymywania składników na sicie o oczkach tak dobranych, aby nie wymywać włókien. Włókna stalowe wybiera się za pomocą silnego magnesu i waży, określając ich zawartość w jednostce objętości mieszanki betonowej. Metodę podano w normie PN-EN 14721 [9]. Kontrola zawartości i jednorodności rozmieszczenia włókien jest możliwa także w betonie stwardniałym przy wykorzystaniu metod stereologicznych na przekrojach elementów wyciętych z wykonanego obiektu. Możliwości wykorzystania metod rentgenowskich (Rys.4) są ograniczone do małych grubości elementów fibrobetonowych.

#### 4. Struktura zbrojenia rozproszonego

Zbrojenie rozproszone w postaci włókien krótkich charakteryzuje się następującymi parametrami:

- materiał włókien,
- wymiary włókien, tj. długość  $l$  i średnica  $d$  oraz smukłość  $l/d$ ,
- kształt włókien,
- przestrzenny rozkład włókien (przypadkowy lub regularny),
- zawartość włókien  $V_f$  (objętościowy udział włókien w kompozycie).

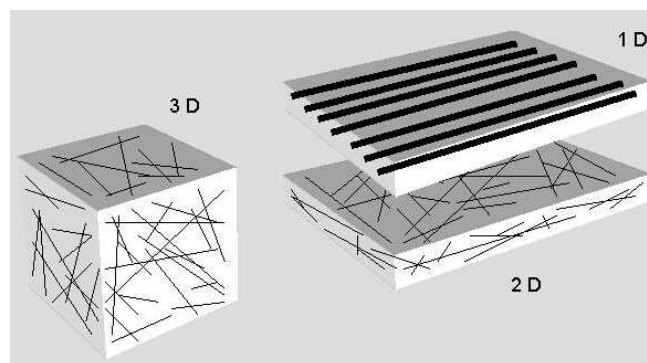
Parametry zbrojenia rozproszonego przyjmuje projektant, aby uzyskać żądane właściwości fibrobetonu. W odróżnieniu od zbrojenia w żelbecie, które jest konkretnie zlokalizowane w przekroju elementu konstrukcji, zbrojenie włóknami krótkimi jest rozmieszczone przypadkowo. Do opisu struktury zbrojenia rozproszonego stosuje się określenie średniej zawartości włókien w jednostce objętości oraz uśrednionej orientacji włókien. Nominalną zawartość włókien stalowych  $V_f$  w fibrobetonie określa wzór:

$$V_f = \frac{W_f}{\rho_f} \quad (1)$$

w którym  $W_f$  oznacza zawartość włókien w jednostkach masy w  $1\text{m}^3$ ,  $\rho_f$  – gęstość materiału włókien w  $\text{kg}/\text{m}^3$ . Zatem np.  $V_f=0,005$  czyli 0,5% odpowiada dozowaniu ok. 39 kg włókien stalowych do  $1\text{m}^3$  mieszanki betonowej.

Opis przestrzennego rozkładu włókien przeprowadza się na podstawie odniesienia do wyidealizowanych struktur zbrojenia (Rys.5):

- układ włókien zlinearyzowanych (ozn. 1 D),
- układ włókien rozmieszczonych przypadkowo w płaszczyźnie (ozn. 2 D),
- układ włókien rozmieszczonych przypadkowo w przestrzeni (ozn. 3 D).



Rys. 5. Schematy wyidealizowanych rozkładów włókien : 1 D, 2 D i 3 D

Jak wcześniej wspomniano, rzeczywisty rozkład włókien w elementach z fibrobetonu, jak też rzeczywistą zawartość włókien, można sprawdzić na podstawie zdjęć rentgenowskich lub przekrojów tych elementów, analizowanych metodami stereologii; rozkład włókien jest na ogół mniej lub więcej niejednorodny. Do opisu rozkładu włókien w fibrobetonach często wykorzystywano pojęcie rozstawu włókien  $s$  (ang. spacing),

definiowanego jako średnia odległość między środkami ciężkości włókien. Przy założeniu równomiernego rozkładu środków ciężkości włókien można przyjąć, że objętość elementu fibrobetonowego dzieli się na tyle kostek sześciennych o objętości  $s^3$ , ile w danej objętości jest pojedynczych włókien. Na podstawie rozstawu włókien można ocenić współdziałanie pojedynczych włókien: przy dużym rozstawie włókien, analogicznie jak przy dużym rozstawie prętów zbrojenia, ocena tego współdziałania jest negatywna. Sposób określenia rozstawu  $s$  oraz warunek na minimalny rozstaw zapewniający współdziałanie włókien w fibrobetonie podano poniżej:

$$s = \sqrt[3]{\frac{\pi l d^2}{4V_f}} \quad ; \quad \frac{s}{l} \leq 0,45 \quad (2)$$

Powyższy warunek można traktować jako konieczny, ale nie wystarczający do hamowania zarysowań betonu. Na podstawie teoretycznego rozstawu  $s$  można eliminować niedostatecznie efektywne układy włókien, np. w przypadku włókien o długości  $l=50\text{mm}$  i średnicy  $d=1\text{mm}$  (smukłość 50), minimalna zawartość włókien zapewniająca ich współdziałanie wynosi 0,32%, co odpowiada dozowaniu  $25 \text{ kg/m}^3$ . Pojęcie rozstawu włókien dotyczy także włókien dozowanych do mieszanki betonowej w postaci pakietów, bowiem w wyniku mieszania pakiety ulegają separacji na pojedyncze włókna.

Studia nad rzeczywistym rozkładem włókien [10] doprowadziły do określenia następujących wzorów na powierzchnię przekroju poprzecznego elementu fibrobetonowego  $\alpha^{iD}$  ( $i=1,2,3$ ) przypadającej na jedno włókno:

$$\alpha^{1D} = \frac{\pi d^2}{4V_f} \quad ; \quad \alpha^{2D} = \frac{\pi^2 d^2}{8V_f} \quad ; \quad \alpha^{3D} = \frac{\pi d^2}{2V_f} \quad (3)$$

gdzie 1D, 2D i 3D są oznaczeniami idealnych struktur zbrojenia. Pierwiastek kwadratowy z ( $\alpha^{iD}$ ) określa bok kwadratowego pola elementarnego, przypadającego na pojedyncze włókno w przekroju, tj. rozstaw włókien na płaszczyźnie. Znaczenie przestrzennego rozkładu włókien w fibrobetonie ujmują dodatkowo tzw. współczynniki efektywności kierunkowej włókien  $\eta^{iD}$  ( $i=1,2,3$ ), określone następującymi wzorami:

$$\eta^{1D} = 1 \quad ; \quad \eta^{2D} = \frac{2}{\pi} = 0,637 \quad ; \quad \eta^{3D} = \frac{1}{2} \quad (4)$$

Na podstawie parametrów  $\alpha^{iD}$  oraz  $\eta^{iD}$ , uwzględniając także przenoszenie obciążeń na powierzchni bocznej włókna, określonej iloczynem  $\pi \cdot d \cdot l$ , uzyskuje się współczynnik  $\chi^{iD}$  opisujący teoretyczną efektywność mechaniczną zbrojenia rozproszonego przy różnych rozkładach włókien:

$$\chi^{iD} = \begin{cases} \frac{4}{\pi} V_f \frac{1}{d} & i = 1 \\ \frac{16}{\pi^3} V_f \frac{1}{d} & i = 2 \\ \frac{1}{\pi} V_f \frac{1}{d} & i = 3 \end{cases} \quad (5)$$

Zatem efektywność mechaniczna zbrojenia rozproszonego jest proporcjonalna do iloczynu ( $V_f \cdot l/d$ ), który jest nazywany stopniem zbrojenia włóknistego. W bardziej ogólnym sformułowaniu efektywność mechaniczna zbrojenia rozproszonego wzrasta wraz z iloczynem ( $\tau_f \cdot V_f \cdot l/d$ ), w którym  $\tau_f$  jest ogólnym oznaczeniem przyczepności włókien do matrycy cementowej, wynikającej z mechanicznego zakotwienia, adhezji i tarcia.

## 5. Normowe metody określania właściwości mechanicznych fibrobetonu

Określenie podstawowych właściwości mechanicznych betonu ze zbrojeniem rozproszonym, takich jak wytrzymałość na ściskanie, wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu i współczynnik sprężystości, przeprowadza się tak jak w przypadku betonu zwykłego (wg normy PN-EN 206-1: 2000 i norm związanych). Określenie odporności fibrobetonu na powstawanie i propagację rys przeprowadza się różnymi sposobami, obejmującymi badania elementów zginanych, belek lub płyt, lub badania elementów poddanych rozciąganiu bezpośredniemu. W Tablicy 2 zestawiono podstawowe metody badawcze wskazując odpowiednie dokumenty odniesienia.

Tablica 2. Zestawienie podstawowych metod określania odporności na pękanie fibrobetonu z włóknami stalowymi

Dokument odniesienia	Opis badania	Zasadniczy wynik badania
RILEM TC162-TDF [11]	osiowe rozciąganie próbek ze szczeliną	wytrzymałość resztkowa na rozciąganie
JCI SF-4 (1984) [12], NBN B15-238	4-punktowe zginanie belek 150 x 150 x 500 mm	wytrzymałość równoważna na zginanie $f_{eq}$
ASTM C1018-97 [13]	4-punktowe zginanie belek 100 x 100 x 350 mm	wskaźniki odporności na pękanie $I_5, I_{10}, I_{20}$
ASTM C1609-05 [14]	4-punktowe zginanie belek 100 x 100 x 350 mm oraz 150 x 150 x 500 mm	wytrzymałość resztkowa na zginanie
PN-EN 14651 [15]; RILEM TC162-TDF	3-punktowe zginanie belek ze szczeliną 150 x 150 x 550 mm	wytrzymałość resztkowa na zginanie
ASTM C1550-03 [16]	centralne zginanie płyty kołowej $\phi$ 75cm, gr.80mm	energia zniszczenia przy ugięciu 10mm
PN-EN 14488-5 [17]	centralne zginanie płyty kwadratowej 600x600mm	energia zniszczenia przy ugięciu 25mm



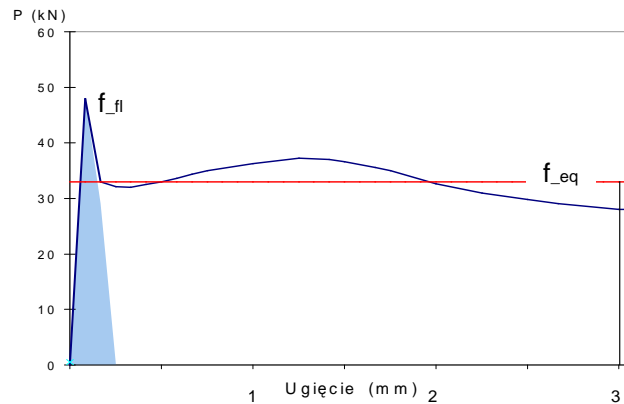


Rys. 6. Doświadczalne określanie wytrzymałości resztkowej na rozciąganie (osiowe) oraz wytrzymałości równoważnej na zginanie wg JCI SF-4 i ASTM C1018 (IPPT PAN)

Znormalizowane podejście do określania odporności na pęknięcie polega na wprowadzeniu inżynierskiej charakterystyki fibrobetonu w zakresie odkształceń pozasprężystych: wprowadza się umowne pojęcia „reszkowej” wytrzymałości na rozciąganie lub na zginanie, „równoważnej” wytrzymałości na zginanie lub wskaźników odporności na pęknięcie. Przeprowadzenie odpowiednich testów wymaga zastosowania maszyny wytrzymałościowej o dużej sztywności, sterowanej kinematycznie, a także precyzyjnych pomiarów ugięcia lub rozwarcia rysy (Rys.6). Badanie próbek zginanych stałym momentem zginającym w 1/3 rozpiętości między podporami według normy JCI SF-4 pozwala na określenie ilości energii (wyrażonej w [Nm]) potrzebnej, aby doprowadzić normową próbkę do założonego ugięcia w środku rozpiętości, przyjmowanego jako 1/150 część rozpiętości belki w świetle podpór. Na podstawie wykresu siły zginającej w funkcji ugięcia, jaki schematycznie pokazano na Rys.7, określa się równoważną wytrzymałość na zginanie  $f_{eq}$ , zdefiniowaną następującym wzorem:

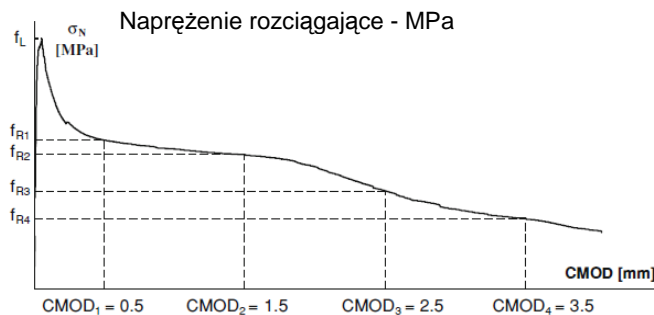
$$f_{eq} = \frac{T_b}{\delta_{L/150}} \cdot \frac{L}{b h^2} \quad (6)$$

w którym  $T_b$  odpowiada pracy zginania określonej na podstawie pola powierzchni pod wykresem, mierzonego do ugięcia  $\delta_{L/150}$  ( $=L/150$ ),  $b$  i  $h$  oznaczają wymiary przekroju poprzecznego belki,  $L$  – rozpiętość belki. W tym samym badaniu określana jest wytrzymałość fibrobetonu na rozciąganie przy zginaniu  $f_{jt}$  jako naprężenie odpowiadające maksymalnej sile zginającej; bezwymiarowy wskaźnik wytrzymałości równoważnej definiuje się jako iloraz  $R_e = f_{eq}/f_{jt}$ . Wytrzymałość równoważną na zginanie wykorzystuje się przede wszystkim przy wymiarowaniu grubości podłóg na gruncie metodą linii załomów.



Rys. 7. Wykres obciążenie-ugięcie przy badaniu wytrzymałości równoważnej na zginanie

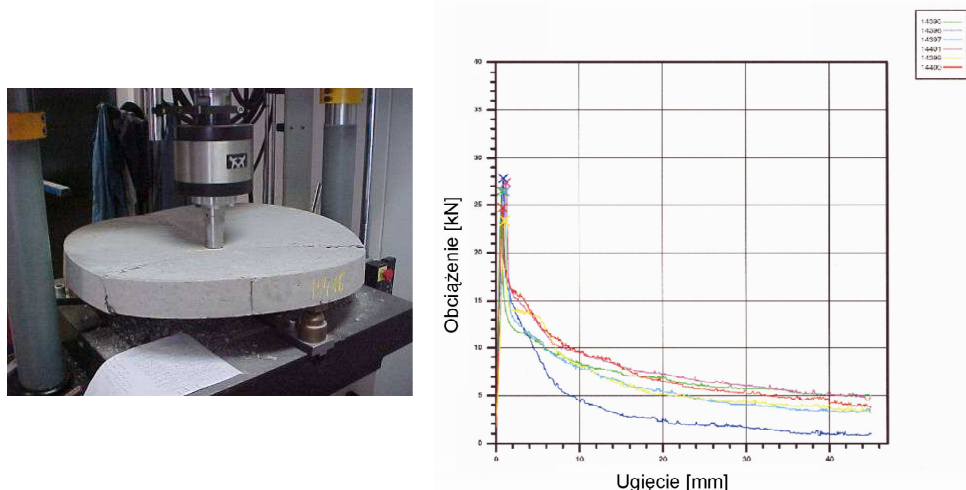
W badaniach próbek pryzmatycznych z nacięciem w środku rozpiętości według PN-EN 14651 rejestruje się obciążenie zginające i rozwarcie krawędzi naciętej szczeliny (CMOD) i na podstawie wykresu  $\sigma$ -CMOD (rys.8) określa się wytrzymałość resztkową na zginanie  $f_{R1k}$  odpowiadającą  $CMOD=0,5mm$  oraz  $f_{R3k}$  odpowiadającą  $CMOD=2,5mm$ . Wytrzymałość resztkowa na zginanie jest to umowne maksymalne naprężenie rozciągające w przekroju belki przy założonym arbitralnie rozwarciu szczeliny lub ugięciu belki już po zarysowaniu. Wielkości rozwarcia szczeliny zostały przyjęte odpowiednio dla stanu granicznego użytkowania i stanu granicznego nośności, bowiem wytrzymałość resztkowa na zginanie jest wykorzystywana przy obliczaniu elementów konstrukcyjnych z fibrobetonu według zaleceń RILEM.



Rys. 8. Schematyczny wykres naprężenie rozciągające -rozwarcie krawędzi szczeliny CMOD przy badaniu wytrzymałości resztkowej na zginanie według PN-EN 14651

Wyniki doświadczalnego określania wytrzymałości resztkowej fibrobetonu na zginanie są na ogół obarczone dużym rozrzutem – wg Lambrechts [18] sięgającym do 30%, średnio około 20%. Podobne rozrzuty wyników wytrzymałości równoważnej na zginanie rejestrowano np. w badaniach [19]. Natomiast wyniki testów zginania płyt kołowych lub kwadratowych charakteryzują się znacznie mniejszym rozrzutem około 10% (Rys.9).

Porównanie rozrzutu wyników badań belek z nacięciem i badań pełnowymiarowych płyt fibrobetonowych na podłożu gruntowym, wykonanych z tego samego materiału, wykazuje jeszcze większe różnice na korzyść badania elementów o dużych rozmiarach, Minelli i Plizzari [20]. Stąd obserwacja, że rozrzut wyników badania fibrobetonu w zakresie pozasprężystym jest nie tyle cechą materiałową, co wynika z małej powierzchni przekroju, na której niewiele włókien jest aktywnych.



Rys. 9. Widok badania płyty kołowej wg ASTM C1550-03 oraz seria wykresów obciążenie-ugięcie na próbkach z tego samego materiału (rozrzut energii zniszczenia wynosi 10%) [18]

Właściwości fibrobetonu natryskowego w zakresie pokrytycznym badane są analogicznie, przy nieznacznie różnych wymiarach elementów próbnych podanych w PN-EN 14488-3 [21] oraz PN-EN 14488-5 [22]. W przypadku betonu z włóknami szklanymi, stosowanymi na ogół w znacznych ilościach 3-5% w matrycach drobnoziarnistych, metodę określania wytrzymałości opisuje norma [23]. Badanie elementów zginanych z pomiarem ugięcia pozwala na określenie wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu oraz odkształcalności granicznej przy zginaniu i oba te parametry wykorzystuje się do wymiarowania cienkościennych elementów elewacyjnych, pokryciowych itp.

## 6. Wpływ włókien na podstawowe właściwości mechaniczne i fizyczne betonu

Orientacyjny wpływ włókien na wytrzymałość i sprężystość betonu określono w tablicy 3, dotyczącej włókien wzmacniających. Efektywność włókien w betonie zależy przede wszystkim od właściwości i zawartości włókien, ich kształtu i wymiarów, a także od przyczepności do stwardniałego zaczynu cementowego.

Tablica 3. Orientacyjny wpływ włókien na wytrzymałość i sprężystość betonu

Cecha mechaniczna materiału	Efekt obecności włókien
Wytrzymałość na ściskanie	0 / +
Wytrzymałość na rozciąganie	+
Wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu	+
Wytrzymałość zmęczeniowa przy zginaniu	++
Wytrzymałość równoważna na zginanie	++
Wytrzymałość resztkowa na zginanie	++
Wytrzymałość na uderzenia	++
Moduł sprężystości	0

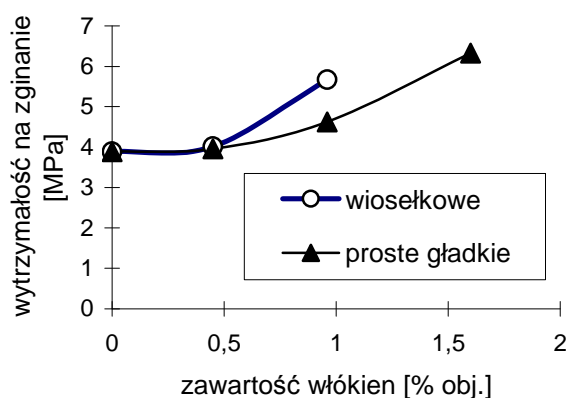
Oznaczenia: 0 brak efektu, + wzrost, ++ znaczny wzrost

Badania doświadczalne wytrzymałości na ściskanie i modułu sprężystości fibrobetonu wykazały brak znaczącego wpływu zbrojenia rozproszonego. Wskutek obecności włókien stalowych wytrzymałość na ściskanie może wzrosnąć o ok.15% przy zawartościach włókien sięgających 1,5%. Ponieważ obecność włókien w mieszance betonowej powoduje pewne rozluźnienie struktury, czasami badania doświadczalne wykazują niewielki spadek wytrzymałości, jeżeli nie skorygowano konsystencji mieszanki domieszką uplastyczniającą. Przy zawartości włókien stalowych sięgającej aż do 2%, moduł sprężystości i współczynnik Poissona przyjmuje się praktycznie taki sam, jak w przypadku betonu zwykłego.

Znane są rozmaite zależności empiryczne i teoretyczne ujmujące wpływ struktury zbrojenia rozproszonego na wytrzymałość fibrobetonu na rozciąganie, np. poniższy wzór na wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu  $f_{f1}$ , dotyczący fibrobetonu z włóknami stalowymi, opracowany przez R.N.Swamy i P.S.Mangat:

$$f_{f1} = 0,97(1 - V_f) f_{f1}^m + 3,41V_f \frac{1}{d} \quad [\text{MPa}] \quad (7)$$

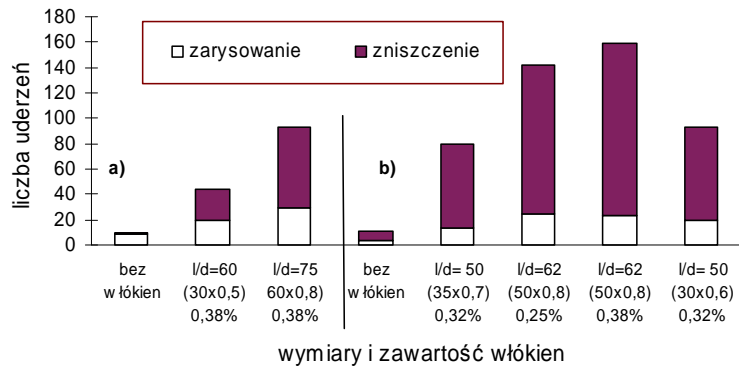
w którym  $f_{f1m}$  oznacza wytrzymałość na zginanie betonu bez włókien. Doświadczenia w zasadzie potwierdzają powyższą zależność, wskazują wszakże na wzrost tej wytrzymałości dopiero przy przekroczeniu pewnej minimalnej zawartości włókien. Rys. 10 ilustruje wpływ zawartości i kształtu włókien stalowych na wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu [24]. Stosowane tu włókna stalowe charakteryzowały się podobną smukłością ( $l/d=45-50$ ), natomiast różniły się kształtem, tj. jedne były włóknami prostymi, gładkimi, natomiast drugie to włókna z zakotwieniami na końcach w postaci "wiosełek". Jak można zauważyć, przy  $V_f \leq 0,5\%$  ich wpływ na wytrzymałość jest nieznaczny, natomiast przy  $V_f$  ok. 1% obserwuje się przyrosty wytrzymałości do 30-46%, a przy zawartości włókien 1,6% wzrost wytrzymałości sięga 60-90%. W przypadku stosowania włókien z deformacjami (haczykami, wiosełkami etc.) w celu polepszenia mechanicznego zakotwienia w matrycy efektywność zbrojenia rozproszonego jest znacznie większa niż w przypadku włókien prostych. W licznych badaniach doświadczalnych określono minimalną zawartość włókien niezbędną do podwyższenia wytrzymałości, m.in. w badaniach Z. Jamrożego [25], z których wynikało, że zawartość co najmniej 0,5% włókien stalowych o wymiarach 50/1mm z zakończeniami haczykowatymi ( $V_f l/d=0,26$ ) zapewnia poprawę właściwości betonu.



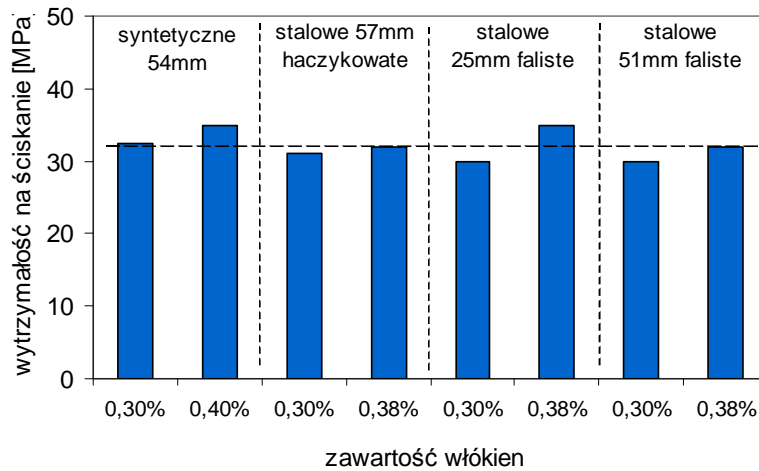
Rys. 10. Wpływ zawartości i kształtu włókien stalowych na wytrzymałość fibrobetonu na rozciąganie przy zginaniu

Dane na temat odporności zmęczeniowej fibrobetonu z włóknami stalowymi wskazują na znikomy efekt zbrojenia rozproszonego przy ściskaniu. Przy rozciąganiu bezpośrednim fibrobetonu stwierdzono wytrzymałość zmęczeniową wynoszącą około 65-70% doraźnej wytrzymałości na rozciąganie, w porównaniu z 50% w przypadku betonu bez włókien. Przy cyklicznym obciążeniu zginającym do  $2 \cdot 10^6$  cykli V.Ramakrishnan wykazał, że wytrzymałość zmęczeniowa wzrasta do około 90-95% doraźnej wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu. Zaobserwowano ogólną tendencję wzrostu wytrzymałości zmęczeniowej ze wzrostem zawartości włókien (S.Śasiadek - rozprawa doktorska PK).

Wpływ wymiarów i zawartości włókien na wytrzymałość fibrobetonu na uderzenia określa się zazwyczaj według zaleceń Amerykańskiego Instytutu Betonu (ACI) jako liczbę uderzeń do osiągnięcia określonego stanu uszkodzenia próbnego elementu fibrobetonowego, tj. do pierwszego widocznego zarysowania próbki oraz do umownego zniszczenia próbki. W obu przypadkach włókna stalowe o większej smukłości okazują się bardziej efektywne; dodatek tych włókien w niewielkiej ilości, tj. 0,38%, spowodował zwiększenie liczby uderzeń do zarysowania o 100-800% oraz 4-13-krotny wzrost liczby uderzeń do zniszczenia (Rys.11). Badanie udarności wykazuje zatem znaczące efekty obecności zbrojenia rozproszonego nawet przy niewielkich zawartościach włókien, już od stopnia zbrojenia włóknistego  $V_f \cdot l/d > 0,20$ .



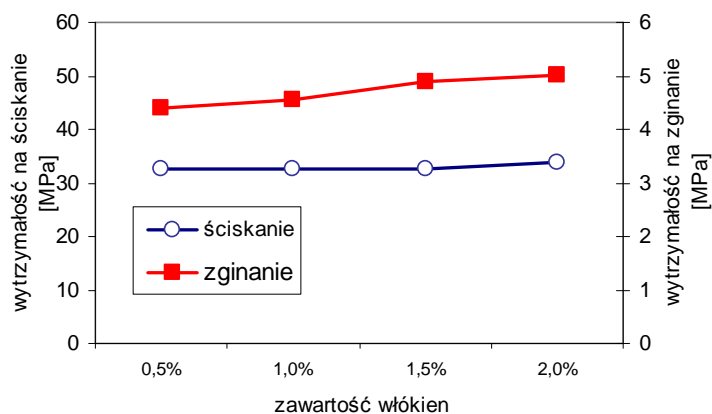
Rys. 11. Wpływ wymiarów włókien stalowych haczykowatych na wytrzymałość na uderzenie przy  $V_f$  od 0,25 do 0,38%



Rys. 12. Wpływ zawartości makrowłókien syntetycznych i włókien stalowych na wytrzymałość na ściskanie (walcową) betonu

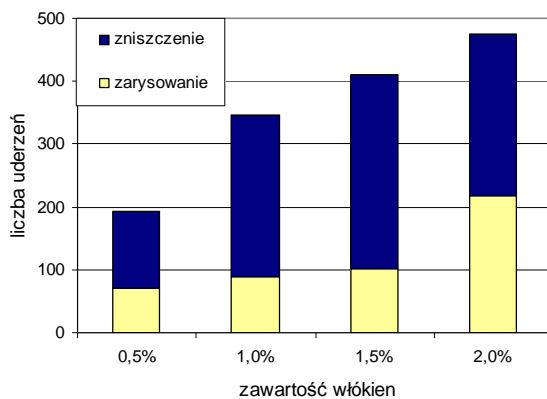
Właściwości mechaniczne fibrobetonu z makrowłóknami syntetycznymi porównuje się często z włóknami stalowymi przy jednakowej lub zbliżonej zawartości objętościowej. Zważając na znaczącą różnicę gęstości materiału tych włókien ( $920 \text{ kg/m}^3$ :  $7850 \text{ kg/m}^3$ ) oznacza to 8,5-krotną różnicę dozowania masowego do mieszanki betonowej. Na podstawie danych amerykańskich na Rys. 12 i 13 przedstawiono wpływ zawartości makrowłókien syntetycznych i włókien stalowych na wytrzymałość na ściskanie (walcową) betonu. Zastosowano jednakowy skład mieszanki betonowej: cement  $366 \text{ kg/m}^3$ , piasek  $942 \text{ kg/m}^3$ , kruszywo łamane do  $19 \text{ mm}$  -  $942 \text{ kg/m}^3$ ,  $w/c=0,5$ . W zakresie zawartości włókien od 0,3% do 0,4%, niezależnie od rodzaju porównywanych włókien, stwierdzono nieznaczny i niesystematyczny ich wpływ na wytrzymałość na ściskanie betonu - w granicach  $\pm 10\%$ . Przy większych zawartościach makrowłókien syntetycznych, sięgających 2%, także nie zanotowano istotnego wpływu na wytrzymałość na ściskanie. Wytrzymałość na rozciąganie

przy zginaniu zmieniała się nieco więcej, wzrastała o 15% przy wzroście  $V_f$  od 0,5% do 2%. W porównaniu z efektami włókien stalowych (Rys.10) były to znacznie mniejsze efekty.

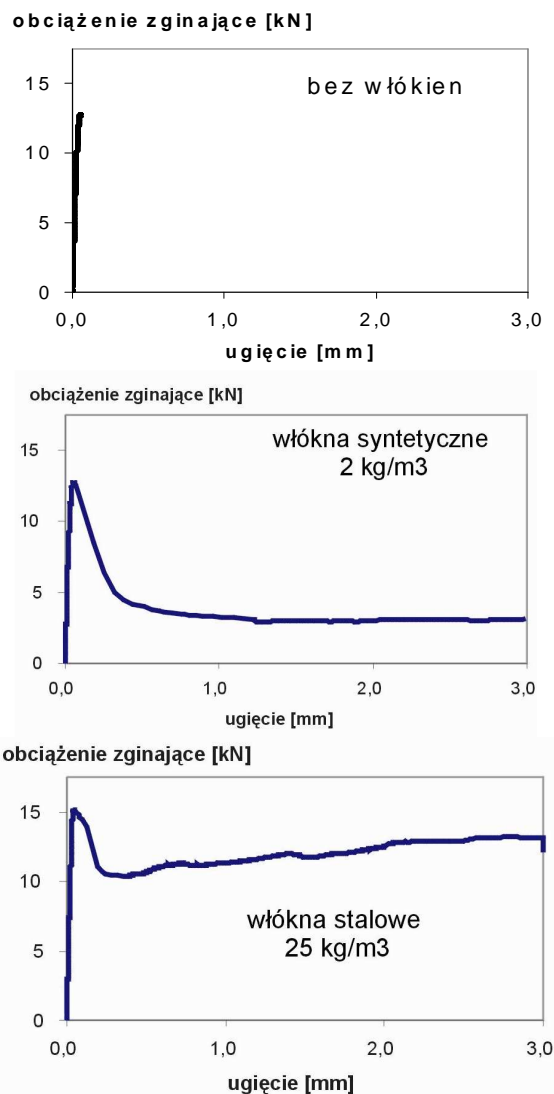


Rys. 13. Wpływ zawartości makrowłókien syntetycznych na wytrzymałość na ściskanie (walcową) i wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu betonu

Wpływ zawartości makrowłókien syntetycznych na wytrzymałość na uderzenie fibrobetonu, określaną metodą ACI przedstawiono na Rys.14. Badanie udarności wykazuje znaczący wzrost liczby uderzeń przy zarysowaniu i przy zniszczeniu fibrobetonu ze wzrostem zawartości makrowłókien; efekty obecności makrowłókien syntetycznych są w tym przypadku porównywalne z efektami włókien stalowych.



Rys. 14. Wpływ zawartości makrowłókien syntetycznych na wytrzymałość na uderzenie fibrobetonu (liczba uderzeń przy zarysowaniu i przy zniszczeniu)



Rys. 15. Przykładowe wykresy zginania próbek betonu bez włókien oraz fibrobetonu z makrowłóknami syntetycznymi i włóknami stalowymi, ilustrujące wpływ zbrojenia rozproszonego na wzrost odporności na pękanie przy zginaniu [26]

Wpływ zawartości i rodzaju włókien na właściwości betonu w zakresie pozasprężystym jest znaczący, jak wcześniej wspomniano mierzy się go w normowych testach zginania. Na Rys.15 przedstawiono porównanie wpływu włókien stalowych i makrowłókien syntetycznych na kształt wykresów zginania wg JCI SF-4. Oba rodzaje włókien wywołały ciągliwość materiału ujawniającą się jako zdolność do przenoszenia znaczących obciążeń rozciągających po powstaniu zarysowań oraz radykalny wzrost odporności na pękanie w porównaniu z betonem bez włókien. Na podstawie analogicznych badań wytrzymałości równoważnej przy zginaniu przeprowadzonych w IPPT PAN znana jest charakterystyka



betonu z dodatkiem mikrowłókien polipropylenowych, stosowanych w ilości ok. 1 kg/m<sup>3</sup>. Wykresy zginania mają charakter identyczny jak wykresy zginania betonu bez włókien: po przekroczeniu liniowo-sprężystego zakresu odkształceń następuje gwałtowne, kruche zniszczenie (jak na pierwszym z wykresów na Rys.15). Taka ewidentna manifestacja różnicy właściwości betonu z mikrowłóknami polimerowymi wskazuje oczywiście, że mikrowłóknom nie należy przypisywać mierzalnego wzmocnienia betonu stwardniałego.

Wpływ dozowania włókien stalowych haczykowatych o różnych rozmiarach, ze stali o wytrzymałości na rozciąganie > 1000 MPa, na średnią wytrzymałość równoważną na zginanie  $f_{eq}$  podano w [27] na podstawie badań przeprowadzonych w Belgii. Dane w Tabl. 4 odzwierciedlają wcześniej podane stwierdzenia, że przy ustalonej klasie wytrzymałości betonu wytrzymałość równoważna na zginanie wzrasta ze wzrostem zawartości i smukłości włókien. Ponadto, przy jednakowej zawartości włókien wytrzymałość równoważna na zginanie wzrasta ze wzrostem klasy betonu, związanym jednocześnie ze wzrostem wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu. Przy wzroście klasy betonu do zakresu wysokiej wytrzymałości ( $f_{ck} > 60$  MPa) obserwuje się zmniejszenie efektów zbrojenia rozproszonego, jeżeli nie stosuje się włókien ze stali o podwyższonej wytrzymałości na rozciąganie.

Tablica 4. Wpływ dozowania włókien stalowych haczykowatych  $l=60\text{mm}$ ,  $d=0,75\text{mm}$  na średnią wytrzymałość równoważną na zginanie  $f_{eq}$  przy różnych klasach betonu [27]

Dozowanie włókien [kg/m <sup>3</sup> ]	Wytrzymałość równoważna fibrobetonu na zginanie $f_{eq}$ przy różnych klasach wytrzymałości betonu oraz odpowiadającej im wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu. [MPa]				
	C20/25	C25/30	C30/37	C35/40	C40/50
	3,7	4,3	4,8	5,3	5,8
20	1,9	2,3	2,6	2,8	3,0
25	2,3	2,7	3,0	3,2	3,3
30	2,7	3,1	3,3	3,5	3,6
35	3,0	3,3	3,6	3,8	3,9
40	3,3	3,5	3,9	4,1	4,2
45	3,4	3,6	4,0	4,2	4,3
50	3,5	3,7	4,1	4,3	4,4

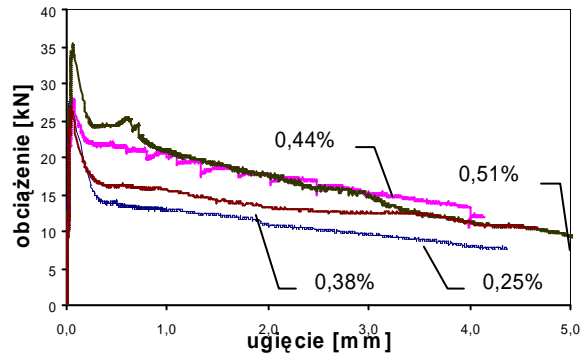
Uzyskane w badaniach krajowych przykładowe wykresy zginania próbek fibrobetonowych, przedstawione na Rys.16, ilustrują wpływ wzrostu zawartości włókien na zdolność przenoszenia obciążeń po zarysowaniu materiału. Na podstawie wyznaczonego pola powierzchni pod uzyskanymi wykresami obliczono wg wzoru (2) równoważną wytrzymałość na zginanie  $f_{eq}$ : w zakresie badanych zawartości włókien, odpowiadających dozowaniu włókien od 15 do 40 kg/m<sup>3</sup>, stwierdzono następującą liniową korelację średnich wartości  $f_{eq}$  ze wzrostem stopnia zbrojenia włóknistego ( $V_f l/d$ ):

$$f_{eq} = 0.73 + 8.06V_f \frac{l}{d} \quad (8)$$

przy czym  $V_f$  określa wzór (1). Badania pryzmatycznych próbek betonu z makrowłóknami syntetycznymi wykazały natomiast liniową korelację wskaźnika wytrzymałości równoważnej i dozowania makrowłókien syntetycznych (w zakresie od 2 do 4 kg/m<sup>3</sup>):

$$R_e = 0,13 + 0,109 \cdot W_f \quad (9)$$

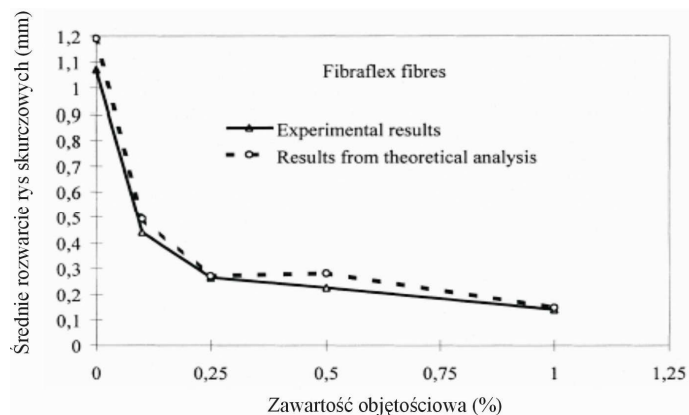
przy czym  $W_f$  oznacza masę makrowłókien wyrażoną w  $\text{kg/m}^3$ .



Rys. 16. Przykładowe wykresy zginania próbek fibrobetonowych uzyskane w badaniach wytrzymałości równoważnej na zginanie (w % - zawartość włókien stalowych o dł. 50mm i średnicy 1,0mm), [24]

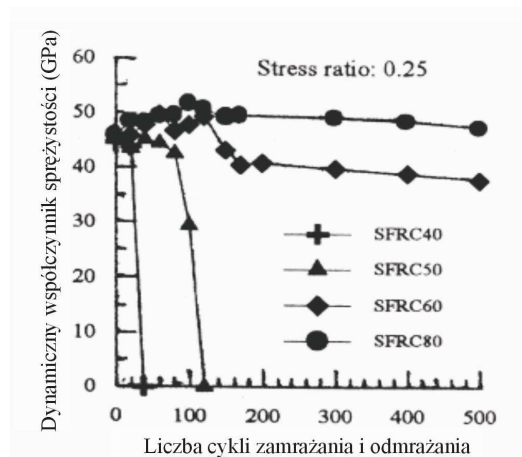
Ważną funkcją zbrojenia rozproszonego w betonie jest hamowanie powstawania zarysowań wskutek skurczu plastycznego czy skurczu w wyniku wysychania. W tym celu stosuje się najczęściej włókna niemetalowe. Znane są wyniki badań [8] wskazujące na niewielkie zmniejszenie o około 20-30% wielkości skurczu swobodnego wskutek obecności włókien stalowych. Dodając niewielkie ilości włókien stalowych do betonu można przewidywać niewielki wpływ na odkształcenia wywołane skurczem, ale włókna pozwalają uniknąć późniejszych zarysowań w betonie: pojedyncze rysy w betonie bez włókien są zastąpione przez układ rozproszonych mikrorys, które nie wpływają negatywnie na trwałość betonu. Mierzalny efekt obecności zbrojenia rozproszonego uzyskuje się poprzez pomiar liczby i rozwarcia rys widocznych na powierzchni elementów fibrobetonowych poddanych odkształceniom od skurczu wysychania przy jednoczesnym mechanicznym ograniczeniu tych odkształceń. Pokazana na rys.17 zależność średniego rozwarcia rys skurczowych w funkcji zawartości włókien metalowych (Fibraflex) ilustruje dużą skuteczność zbrojenia rozproszonego [28]. Wzrost zawartości włókien i ich smukłości wywołuje redukcję maksymalnej rozwarości rys skurczowych.

W badaniach Pigeona i in. [29] obejmujących fibrobeton z różnymi deformowanymi włóknami stalowymi o długości 54-60mm nie stwierdzono wpływu zbrojenia rozproszonego na odporność betonu na jednoczesne oddziaływanie mrozu i środków odładzających. Agresywne oddziaływanie takiego środowiska wywołuje zniszczenie w warstwie przypowierzchniowej betonu, ponad włóknami znajdującymi się przy powierzchni. Pozytywne efekty zanotowano w przypadku mikrowłókien stalowych o długości 3mm, podobnie jak i włókien węglowych o długości 10mm. Obecność mikrowłókien powoduje



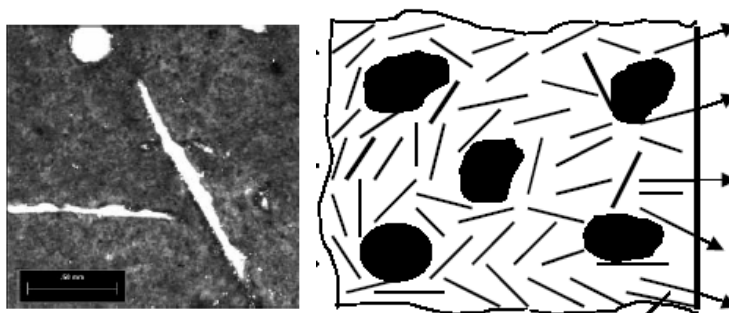
Rys. 17. Zależność średniego rozwarcia rys skurczowych ( w mm) w fibrobetonie w funkcji zawartości objętościowej ( w %) włókien metalowych amorficznych [28]

zwiększenie objętościowej i powierzchniowej mrozoodporności betonu, ale całkowicie nie eliminuje uszkodzeń, z uwagi na różnice mechanizmów oddziaływania agresywnego i oddziaływań czysto mechanicznych. Przy jednoczesnym rozpatrywaniu oddziaływania mechanicznego i agresji mrozu efekty obecności włókien są wyraźnie korzystne. Na rys.18 pokazano zmianę dynamicznego współczynnika sprężystości fibrobetonu z włóknami stalowymi w funkcji liczby normowych cykli zamrażania i odmrażania przy stałym obciążeniu zginającym wynoszącym 25% obciążenia niszczonego. Dodatek włókien stalowych znacząco zredukował spadek dynamicznego współczynnika sprężystości, tym więcej im wyższe było obciążenie zginające działające podczas cyklicznego zamrażania i rozmrażania.



Rys. 18. Zależność dynamicznego współczynnika sprężystości (w GPa) od liczby normowych cykli zaprażania i rozmrażania próbek fibrobetonu (o różnej klasie wytrzymałości od C40 do C80) przy jednoczesnym oddziaływaniu mechanicznym na poziomie 0,25 obciążenia niszczonego [30]

Oddziaływanie temperatur pożarowych na beton powoduje degradację wytrzymałości i niszczenie materiału, a w przypadku betonu wysokiej wytrzymałości wręcz eksplozywnie odłupywanie fragmentów betonu (ang. spalling). Jak wykazano, korzystne efekty uzyskuje się stosując włókna polipropylenowe, które topią się w temperaturze ok. 160-170° C. Oddziaływanie włókien nie ma charakteru wzmacniającego – po stopieniu włókien w ich miejscu powstają pustki-kanaliki powietrzne, które ułatwiają szybkie odparowanie pary wodnej, zapobiegając w ten sposób powstaniu ciśnienia wewnętrznego rozpierającego beton. Dowody powstawiania kanalików w miejscu włókien uzyskuje się na podstawie obserwacji mikrostruktury – jak to pokazano na rys.19 na płaskim przekroju fibrobetonu. Aby przeciwdziałać eksplozywnemu odłupywaniu betonu rekomenduje się stosowanie monowłókien polipropylenowych w ilości 2 kg/m<sup>3</sup> [31]; opublikowane wyniki badań wskazują większą efektywność włókien o długości 12mm w porównaniu z włóknami o długości 20mm.



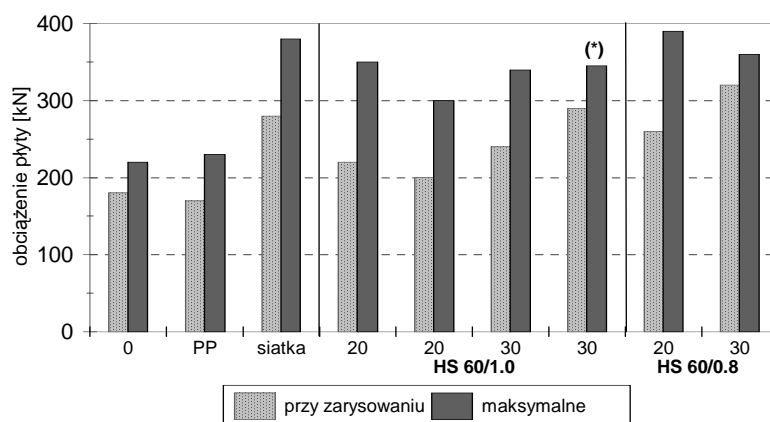
Rys. 19. Obraz kanalików powietrznych powstałych w miejscu włókien polipropylenowych (podziałka=0,5 mm) po wygrzewaniu betonu w temperaturze do 300 °C oraz schemat ich korzystnego działania w celu szybkiego odprowadzenia pary wodnej

## 7. Obliczanie grubości fibrobetonowych podłóg na gruncie

Nawierzchniom podłóg przemysłowych z fibrobetonu stawia się liczne wymagania, m.in. dostatecznej sztywności, sprężystości, wytrzymałości, odporności na zmęczenie pod wpływem zmiennych obciążeń kół pojazdów lub maszyn, odporności na ścieranie. Obciążenia są zarówno skupione, jak i rozłożone; trzeba przewidywać również lokalne uderzenia, wysychanie i zmiany wymiarowe wskutek dziennych i sezonowych zmian temperatury. W odróżnieniu od betonu zwykłego, fibrobeton przenosi obciążenia nawet po zarysowaniu – w konstrukcjach hiperstatycznych właściwość ta zapewnia redystrybucję sił wewnętrznych przy pojawieniu się rys.

Koncepcja wymiarowania grubości podłóg fibrobetonowych na podstawie wytrzymałości równoważnej zyskała uzasadnienie na podstawie badań w skali naturalnej płyt fibrobetonowych na podłożu gruntowym oraz obserwacji wykonanych podłóg. Przeprowadzone na brytyjskim Uniwersytecie Greenwich [32] badania płyt z betonu i fibrobetonu na podłożu gruntowym, pod obciążeniem skupionym w środku płyty, pozwoliły na określenie obciążenia przy pojawieniu się pierwszego zarysowania oraz obciążenia niszczącego. Na rys. 20 przedstawiono wyniki badanie płyt o grubości 150mm wykonanych z betonu zwykłego (bez zbrojenia, ozn. 0), z betonu z dodatkiem włókien

polipropylenowych w ilości  $0,9 \text{ kg/m}^3$  (ozn. PP), z betonu zbrojonego 2 warstwami siatki stalowej (200x200x6mm, otulina z góry i z dołu po 25mm, ozn. siatka) oraz fibrobetonu z włóknami stalowymi haczykowatymi, stosowanymi w ilościach  $20 \text{ kg/m}^3$  lub  $30 \text{ kg/m}^3$  (długość włókien 60mm, średnica 1,0mm oraz 0,8mm – ozn. na rysunku odpowiednio HS 60/1.0 oraz HS 60/0.8). Stwierdzono znaczący wzrost siły niszczącej wskutek zastosowania włókien stalowych: o 11-78% przy zarysowaniu oraz 36-77% przy zniszczeniu (w porównaniu do betonu bez włókien). Przy stopniu zbrojenia włóknistego  $V_f/d \geq 0,19$  wzrost wartości siły rysującej i niszczącej przekraczał odpowiednio 50% i 60% w porównaniu z betonem zwykłym. Porównanie siły niszczącej zanotowanej w przypadku zbrojenia siatką oraz przy zastosowaniu włókien polipropylenowych także świadczy o znaczącej efektywności użytych włókien stalowych.

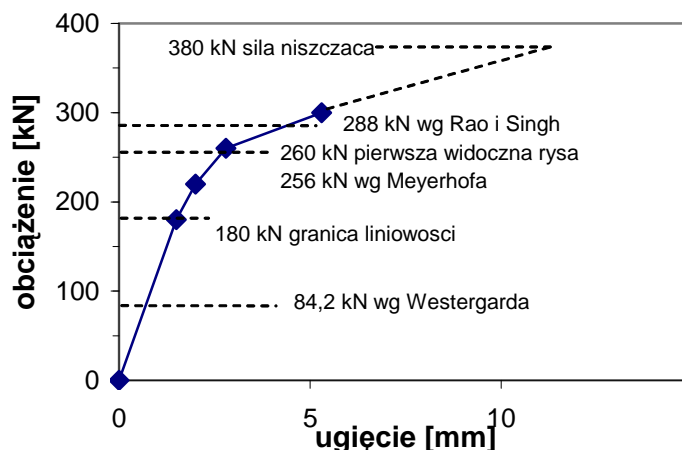


Rys. 20. Wpływ zawartości zbrojenia rozproszonego na siłę niszczącą (przy zarysowaniu i maksymalną) płyt o grubości 150mm na podłożu gruntowym; (\*) oznacza przekroczenie zakresu pomiarowego siłownika - wynik oszacowany z dołu [32]

Uzyskany w badaniach na Uniwersytecie Greenwich przykładowy wykres zginania płyty fibrobetonowej na podłożu sprężystym pokazano na rys.21. Obciążenie przyłożone było w środku płyty na powierzchni  $100 \times 100 \text{ mm}$ , natomiast wymiary płyty wynosiły  $3 \times 3 \times 0,15 \text{ m}$ . Przyjmując na podstawie wyników badań takie parametry materiałowe jak: wytrzymałość na ściskanie 60 MPa, wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu 6,15 MPa, moduł sprężystości 36 GPa, wskaźnik wytrzymałości równoważnej fibrobetonu  $R_e = 0,60$ , D.Beckett obliczył siłę niszczącą według zależności podanych przez Westergarda, Meyerhofa oraz Rao i Singh. Porównanie obliczonej siły niszczącej z wynikami badania przedstawionymi na Rys.21 wskazuje, że:

- doświadczalnie określona siła niszcząca jest 4,5 razy większa od siły niszczącej według wzoru Westergarda,
- siła niszcząca według wzoru Meyerhofa jest 3 razy większa od siły niszczącej według wzoru Westergarda,
- siła niszcząca według wzoru Rao i Singh jest 3,4 razy większa od siły niszczącej według wzoru Westergarda,
- zależność między obciążeniem i ugięciem płyty jest liniowa do poziomu obciążenia odpowiadającego 2,1-krotności siły niszczącej według wzoru Westergarda,

- siła odpowiadająca pojawieniu się pierwszych zarysowań widocznych na bocznej (pionowej) powierzchni płyty (260 kN) była zbliżona do siły niszczonej obliczonej według wzoru Meyerhofa (256 kN).



Rys. 21. Przykładowy wykres zginania płyty fibrobetonowej na podłożu sprężystym pod obciążeniem skupionym w środku, uzyskany w badaniach [32]

Z przedstawionego porównania wynika wniosek, że wyniki obliczenia siły niszczonej na podstawie liniowo-sprężystego modelu materiału stanowią bardzo konserwatywną ocenę nośności płyt fibrobetonowych. Ponadto warto podkreślić dobrą zgodność siły niszczonej, obliczonej wzorem Meyerhofa z doświadczalnie stwierdzonym poziomem obciążenia, odpowiadającego pojawieniu się pierwszych zarysowań płyty widocznych na podłożu gruntowym.

Wpływ usytuowania obciążenia względem krawędzi i naroży płyty na wykresy zginania płyt na podłożu sprężystym opisali A.Meda, G.A.Plizzari i P.Riva [33], wykorzystując dostępne komercyjnie programy MES, takie jak Merlin oraz Diana. Przy założeniu winklerowskiego, liniowo-sprężystego modelu podłoża gruntowego zastosowano koncepcje nieliniowej mechaniki pęknięcia do opisu właściwości materiałowych fibrobetonu z włóknami stalowymi (dyskretny model pęknięcia oraz model rozmazany). Jak stwierdzono, z wyjątkiem obciążenia na brzegu i w narożu, wartość siły niszczonej wzrasta przy przesunięciu miejsca przyłożenia siły od środka w kierunku brzegu czy naroża. Zatem wartość siły niszczonej, określonej w środku płyty jest bezpiecznym, górnym oszacowaniem siły niszczonej przy różnych położeniach obciążenia. Spostrzeżenie to nie dotyczy przypadku obciążenia na brzegu i w narożu, w którym siła niszczeniowa jest nawet o 50% niższa. Analogiczne spostrzeżenie można natomiast sformułować w odniesieniu do wartości obciążeń przy zarysowaniu. Niezależnie od umiejscowienia obciążenia na płycie, wartość siły niszczonej według Westergarda była wielokrotnie (do 8 razy) niższa od siły niszczonej obliczonej przy użyciu nieliniowej MES, jak też prawie dwukrotnie niższa niż określona numerycznie siła odpowiadająca pierwszemu widocznemu zarysowaniu płyty.

Na podstawie wyników badań w skali naturalnej płyt fibrobetonowych na podłożu gruntowym stwierdza się więc nieadekwatność liniowo-sprężystego modelu materiału do obliczania siły niszczonej. Koncepcje obliczania siły niszczonej metodą linii załamów,

znanej w Polsce jako metoda Johansena-Olszaka, zyskały natomiast uzasadnienie i zostały zaadoptowane do wymiarowania płyt z fibrobetonu z włóknami stalowymi. Wzory podane przez G.G.Meyerhofa zostały wykorzystane w brytyjskich wytycznych do projektowania podłóg przemysłowych TR 34 [34]. Do obliczenia siły niszczącej stosuje się sztywno-plastyczny model materiału, pod obciążeniem skupionym zakłada się zniszczenie płyty poprzez powstanie promieniowych i obwodowych przegubów plastycznych. Wartość siły niszczącej  $P_0$  przy zginaniu płyty fibrobetonowej na podłożu sprężystym w przypadku pojedynczego obciążenia skupionego oblicza się na podstawie wzorów podanych w Tablicy 5. W przypadku kombinacji obciążeń punktowych czy od kół pojazdów należy uwzględnić ich interakcję. Przyjęto następujące oznaczenia:  $a$  – promień powierzchni obciążenia,  $h$  – grubość płyty,  $b$  – jednostkowa szerokość płyty,  $L$  – promień względnej sztywności płyty

$$L = 4 \sqrt{\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)k_p}}$$

$k_p$  – współczynnik podatności podłoża typu Winklera oraz następujące oznaczenia właściwości betonu i fibrobetonu:  $f_{fl}$  – wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu na podstawie badań doświadczalnych,  $E$  – liniowy współczynnik sprężystości,  $\nu$  – współczynnik Poissona.

Tablica 5. Wzory na siłę niszczącą  $P_0$  i moment graniczny  $M_0$  w płycie pod obciążeniem skupionym w zastosowaniu do płyt z betonu zwykłego i fibrobetonu ([33], wersja 1994)

Usytuowanie obciążenia skupionego na płycie	Siła niszcząca $P_0$	Wzór na moment graniczny $M_0$ płyty z:	
		betonu zwykłego	fibrobetonu
w środku	$6 \left[1 + \frac{2a}{L}\right] M_0$	$f_{fl} \frac{bh^2}{6}$	$[f_{fl} + f_{eq}] \frac{bh^2}{6}$
na brzegu	$3,5 \left[1 + \frac{3a}{L}\right] M_0$		$[f_{fl} + f_{eq}] \frac{bh^2}{6}$
w narożu	$2 \left[1 + \frac{4a}{L}\right] M_0$		$f_{fl} \frac{bh^2}{6}$

Uproszczony opis właściwości podłoża gruntowego przy użyciu jednego parametru  $k_p$  naraża na pewne trudności, niemniej jednak opracowania geotechniczne podają różne empiryczne zależności  $k_p$  od właściwości gruntów. Zasadnicza różnica we wzorach na moment graniczny  $M_0$  w przypadku fibrobetonu i betonu bez włókien wynika z ciągliwości materiału, umożliwiającej powstanie przegubów plastycznych w miejscach rys i redystrybucję momentów zginających. Przyjmuje się, że wymiarowanie podłóg fibrobetonowych metodą linii załomów jest możliwe powyżej minimalnego stopnia zbrojenia włóknistego, zapewniającego wytrzymałość równoważną na zginanie  $f_{eq} > 0,30 f_{fl}$ . W przeciwnym razie, przy mniejszej efektywności zbrojenia rozproszonego, może nie powstać zakładany mechanizm zniszczenia i wymiarowanie należy przeprowadzić na podstawie wzorów teorii sprężystości.

W nowej wersji brytyjskich zaleceń TR 34: 2003 wprowadzono sposób wymiarowania grubości posadzek przemysłowych według zasad projektu Eurokodu 2. Wprowadzone zostały częściowe współczynniki bezpieczeństwa dla obciążeń oraz dla materiałów w stanach granicznych nośności i użytkowania. W stanie granicznym nośności materiałowy współczynnik bezpieczeństwa dla betonu i fibrobetonu z włóknami stalowymi wynosi 1,5, współczynniki bezpieczeństwa dla obciążeń wynoszą 1,2 (statyczne) i 1,6 (dynamiczne). W stanie granicznym użytkowania przyjmuje się częściowe współczynniki bezpieczeństwa równe jedności. W stanie granicznym nośności do obliczania grubości płyty przy obciążeniach pojedynczymi siłami skupionymi lub przy kombinacji sił skupionych stosuje się zależności uzyskane metodą linii załomów. Zależności Meyerhofa podane w Tablicy 5 w wersji z roku 1994 zostały nieznacznie zmodyfikowane na podstawie ostatnio dostępnych wyników badań. Podano wzory na siłę niszczącą  $P_0$  przy  $a/L=0$  oraz przy  $a/L>0,2$  z możliwością interpolacji w zakresie pośrednich wartości stosunku  $a/L$ . Przy obciążeniach liniowych i równomiernie rozłożonych proponuje się zastosowanie analizy sprężystej na podstawie prac M.Hetenei. Do obliczeń na przebicie stosuje się zależności podane w zaleceniach RILEM. Po określeniu grubości niezbędnej do zapewnienia nośności płyty należy dokonać jej sprawdzenia w stanach granicznych użytkowania, dotyczących ugięć, rozwarcia rys oraz rozwarcia szczelin dylatacyjnych. Zapewnienie właściwych cech użytkowych ma zasadnicze znaczenie w obiektach przemysłowych, bowiem posadzki spełniają funkcję warsztatu pracy i kłopoty z właściwym użytkowaniem posadzki przekładają się na zmniejszenie efektywności przemysłu.

## 8. Uwagi o wymiarowaniu elementów konstrukcyjnych

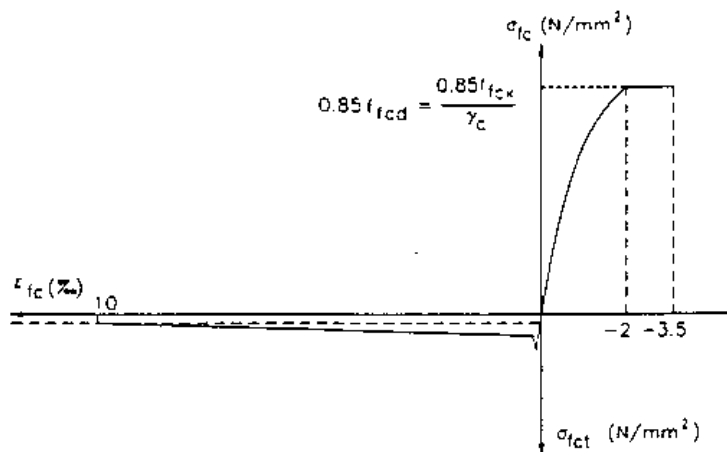
Chociaż zakres konstrukcyjnych zastosowań fibrobetonu stale wzrasta, nadal jest mocno ograniczony brakiem normalizacji metod wymiarowania. Dopiero w roku 2008 w amerykańskiej normie ACI 318-08 Building Code Requirements for Structural Concrete znalazł się rozdział dotyczący stosowania fibrobetonu z włóknami stalowymi w konstrukcjach żelbetowych poddanych ścinaniu. Charakterystykę materiałową określa się na podstawie wspomnianej w Tabl. 2 normy ASTM C1609 i na tej podstawie definiowane są warunki wykorzystania zbrojenia rozproszonego przy obliczeniach na ścinanie (m.in. zawartość włókien stalowych deformowanych min.  $45 \text{ kg/m}^3$ ). Europejskie podejście do wymiarowania opiera się na zaleceniach RILEM [11] przy zastosowaniu metody  $\sigma$ - $\epsilon$  i odbywa się na podobnych zasadach, co wymiarowanie żelbetu. Klasyfikację fibrobetonu przeprowadza się na podstawie charakterystycznej wytrzymałości na ściskanie, jak w Eurokodzie 2. Na tej podstawie określa się odpowiadające średnie i charakterystyczne wartości wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu oraz średnie wartości współczynnika sprężystości fibrobetonu. Oprócz podanych parametrów fibrobeton charakteryzuje się równoważną wytrzymałością na zginanie, określoną dwiema wielkościami:  $f_{eq,2}$  oraz  $f_{eq,3}$ . Wymiarowanie przekroju elementów zginanych i ściskanych w stanach granicznych odbywa się przy założeniu płaskich przekrojów (zasada Bernoulliego) oraz następujących założeniach szczególnych wynikających z zastosowania zbrojenia rozproszonego:

- 1) naprężenia w przekroju elementu fibrobetonowego poddanego rozciąganiu i ściskaniu określa się na podstawie charakterystyki konstytutywnej materiału w postaci wykresu  $\sigma$ - $\epsilon$  pokazanego na Rys.22,
- 2) w przypadku żelbetu z dodatkiem zbrojenia rozproszonego odkształcenie w przekroju na wysokości prętów zbrojenia ogranicza się do 10‰ (Rys.23),

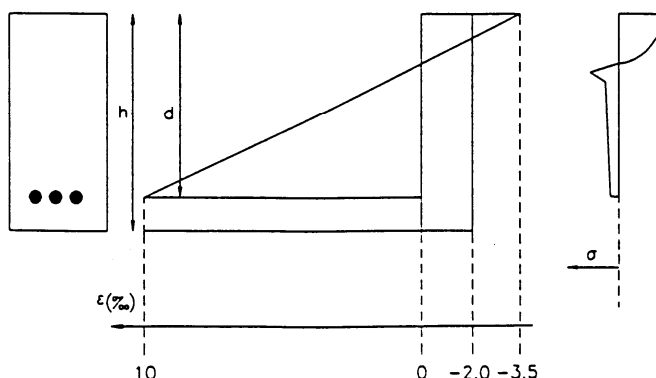


3) rozwarcie rys ogranicza się maksymalnie do 1,5mm, aby zapewnić dostateczne zakotwienie włókien,

4) w zależności od klasy ekspozycji, gdy rozwarcie rys w stanach granicznych użytkowania przekracza 0,2mm, pomija się obecność włókien w warstwie przypowierzchniowej o wysokości 15mm.



Rys. 22. Zależność konstytutywna fibrobetonu: naprężenie  $\sigma$  w funkcji odkształcenia  $\epsilon$  [11]

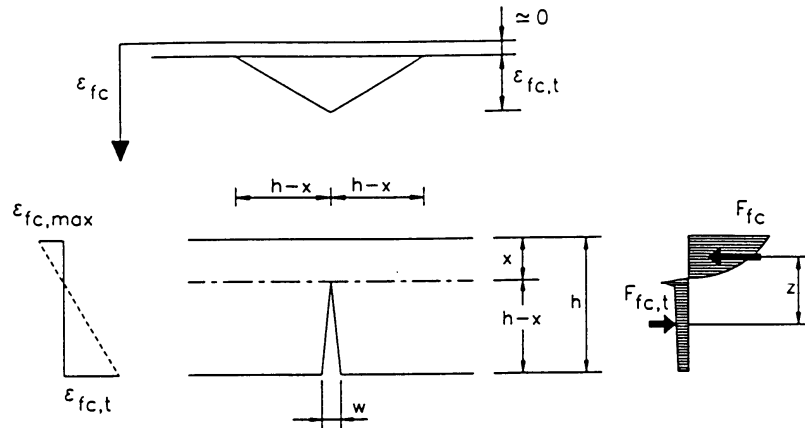


Rys. 23. Rozkład odkształcenia i naprężenia w przekroju żelbetowym z dodatkiem zbrojenia rozproszonego [11]

Obliczanie szerokości rozwarcia rys jest wymagane w przypadku każdej konstrukcji. W konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych bez zbrojenia prętami, pod warunkiem istnienia strefy ściskanej w każdym przekroju, szerokość rozwarcia rys można obliczyć jak pokazano na rys. 24. Po określeniu położenia osi obojętnej i wyznaczeniu maksymalnego odkształcenia w strefie ściskanej  $\epsilon_{fc,max}$  oblicza się fikcyjne odkształcenie rozciągające  $\epsilon_{fc,t}$  przy wykorzystaniu założenia Bernoulliego i następnie szerokość rozwarcia rys  $w$ :

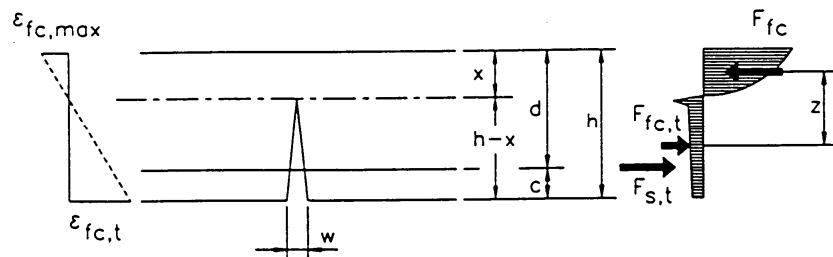
$$\varepsilon_{fc,t} = \varepsilon_{fc,max} \frac{h-x}{x}, \quad w \approx \varepsilon_{fc,t} (h-x). \quad (10)$$

W konstrukcjach statycznie wyznaczalnych poddanych działaniom sił zginających lub rozciągających ograniczenia rozwarcia rys wymaga zastosowania znacznej ilości włókien lub łącznego stosowania włókien i prętów zbrojeniowych.



Rys. 24. Schemat obliczenia szerokości rozwarcia rys w elemencie fibrobetonowym (bez zbrojenia prętami) [11]

Obliczanie szerokości rozwarcia rys w konstrukcjach zbrojonych prętami oraz włóknami przeprowadza się tak jak w żelbecie. Przy wyznaczaniu naprężeń w prętach stalowych trzeba uwzględnić korzystny wpływ zbrojenia rozproszonego: jak pokazano na rys. 25, część siły rozciągającej w przekroju jest przejęta przez włókna.



Rys. 25. Schemat obliczenia szerokości rozwarcia rys w elemencie żelbetowym z dodatkiem zbrojenia rozproszonego [11]

W stanach granicznych użytkowania analizując przekroje niezarysowane przyjmuje się liniowo-sprężysty model materiału przy ściskaniu i przy rozciąganiu zarówno dla prętów stalowych jak i dla fibrobetonu. Przy analizie przekrojów z rysami przyjmuje się że fibrobeton jest liniowo-sprężysty przy ściskaniu oraz może przenosić stałe naprężenia rozciągające równe  $0,45 \cdot f_{eq,2}$ . Obliczenie szerokości rozwarcia rys prowadzi się podobnie jak w przypadku żelbetu; wzory podane w dokumencie RILEM [11] są identyczne jak w Eurokodzie 2. Korzystanie z tych wzorów wymaga uwzględnienia, że naprężenie rozciągające przenoszone przez fibrobeton po zarysowaniu nie są zerowe, lecz wynoszą  $\sigma_f =$

$0,45 \cdot f_{eq,2}$  i tym samym wpływają na zmniejszenie siły przenoszonej przez pręty stalowe. Wyniki badań doświadczalnych przedstawionych przez L. Vandewalle wskazują, że zbrojenie rozproszone w belkach żelbetowych wywołuje znaczną redukcję szerokości rozwarcia rys (około 40%) oraz redukcję rozstawu rys. Autorka zaproponowała więc empiryczną poprawkę do wzoru RILEM na średni rozstaw rys w elementach poddanych zginaniu lub skręcaniu.

Opracowanie podstaw wymiarowania konstrukcyjnych elementów z fibrobetonu przez Komitet Techniczny RILEM stanowi poważny krok ku powstaniu norm europejskich, niezbędnych do racjonalnego projektowania fibrobetonów. Niemniej jednak kompletna procedura znajdzie się dopiero w przygotowywanej nowej wersji CEB-FIP Model Code [35].

## 9. Podsumowanie

Omówione podstawowe właściwości mechaniczne i fizyczne betonów ze zbrojeniem strukturalnym wyjaśniają specyfikę tych materiałów w porównaniu z betonem zwykłym. Nowym pojęciem jest struktura zbrojenia rozproszonego, która istotnie wpływa na właściwości kompozytu i powinna być kontrolowana. Funkcja zbrojenia rozproszonego zasadniczo pozytywnie ujawnia się po powstaniu zarysowań w matrycy betonowej; obecność włókien zapewnia odporność na zarysowanie i pękanie. Stosując znormalizowane metody określania odporności na pękanie, właściwości fibrobetonu w zakresie pokrytycznym ocenia się na podstawie badań zginania belek, w których wyznacza się wytrzymałość równoważną na zginanie lub wytrzymałość resztkową na zginanie. Przeprowadzone badania wykazały, że wytrzymałość równoważna na zginanie i wytrzymałość resztkowa na zginanie jest proporcjonalna do stopnia zbrojenia włóknistego i jest właściwym parametrem oceny właściwości materiału nawet w zakresie niskich zawartości włókien.

Wytrzymałość równoważna na zginanie jest podstawowym parametrem fibrobetonu stosowanym do wymiarowania grubości podłóg na podłożu gruntowym metodą linii załomów. Taka metoda wymiarowania jest właściwa przede wszystkim do nawierzchni średnio i silnie obciążonych, takich jak podłogi przemysłowe, magazynowe, parkingi, terminale celne i przeładunkowe. Według koncepcji wymiarowania elementów konstrukcyjnych z fibrobetonu opracowanej w RILEM podstawowym elementem materiałowym jest wytrzymałość resztkowa na zginanie. Uzyskanie zakładanych przez projektanta właściwości fibrobetonu wymaga zastosowania właściwego składu mieszanki, technologii wykonania oraz pielęgnacji.

O dotychczasowym zakresie zastosowań fibrobetonów, oprócz względów obliczeniowych, decydują relatywnie wysokie koszty włókien. Np. koszt popularnych włókien stalowych wynosi około 2,8 zł/kg, włókien wysokiej jakości powyżej 4 zł/kg, czyli znacznie więcej niż koszt stalowych prętów zbrojeniowych. Jednakże zastosowanie zbrojenia rozproszonego zmniejsza pracochłonność robót betonowych i skraca czas wykonania, co ma znaczenie ekonomiczne. Rozszerzenie zakresu wykorzystania fibrobetonu w budownictwie wymaga przede wszystkim opanowania nowych sposobów charakteryzowania materiału oraz dopracowania metod obliczania elementów konstrukcji z fibrobetonu.

## Piśmiennictwo

- [1] Jamroży Z.: *Beton i jego technologie*. „Wydawnictwo Naukowe PWN”. Warszawa-Kraków 2000.
- [2] Brandt A.M.: *Cement Based Composites: Materials, Mechanical Properties and Performance*. “Taylor and Francis”. London and New York 2009.
- [3] PN-EN 14889-1:2007 Włókna do betonu. Część 1: Włókna stalowe. Definicje, wymagania i zgodność.
- [4] PN-EN 14889-2:2007 Włókna do betonu. Część 2: Włókna polimerowe. Definicje, wymagania i zgodność.
- [5] PN-EN 14649:2005 (U) Prefabrykaty z betonu. Metoda badania zachowania wytrzymałości włókien szklanych w cemencie i betonie (metoda badania SIC).
- [6] Johnston C.D. : *Fiber-Reinforced Cements and Concretes*. “Gordon and Breach Science Publishers”. Amsterdam 2001.
- [7] Śliwiński J. : *Beton zwykły - projektowanie i podstawowe właściwości*. „Polski Cement”. Kraków 1999.
- [8] Brandt A.M., Glinicki M.A.: *Investigation of the flexural toughness of fibre reinforced composites (FRC)*. “Archives of Civil Engineering”. XLV, 3, 1999.
- [9] PN-EN 14721:2007 (U) Metoda badania betonu zbrojonego włóknem stalowym. Pomiar zawartości zbrojenia w świeżym i stwardniałym betonie.
- [10] Kasperkiewicz J.: *Struktura uzbrojenia w kompozytach z włóknami rozproszonymi, Mechanika kompozytów betonopodobnych*. Kasperkiewicz J., (red.),. Konferencja naukowa- Jabłonna 1979. Ossolineum, Wrocław 1982.
- [11] RILEM TC162-TDF: *Test and design methods for steel fibre reinforced concrete*. „Materials and Structures”. 36, 2003, 560-567.
- [12] Standards for Test Methods of Fiber Reinforced Concrete, JCI SF-4 - Method of Test for Flexural Strength and Flexural Toughness of Fiber Reinforced Concrete, Concrete Library No.50, Japan Society of Civil Engineers, 1984.
- [13] ASTM C1018-97 Standard Test Method for Flexural Toughness and First-Crack Strength of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading).
- [14] ASTM C1609-05 Standard Test Method for Flexural Performance of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading).
- [15] PN-EN 14651:2007 (U) Metody badania betonu zbrojonego włóknem stalowym. Pomiar wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu (granica proporcjonalności LOP, wytrzymałość resztkowa).
- [16] ASTM C1550-03a Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber-Reinforced Concrete (Using Centrally Loaded Round Panel).
- [17] PN-EN 14488-5 :2008 Badanie betonu natryskowego. Część 5: Oznaczanie zdolności absorbowania energii w próbkach płyt zbrojonych włóknami.

- [18] Lambrechts A. N.: *Performance classes for steel fibre reinforced concrete: be critical*. 7<sup>th</sup> Int. RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete: Design and Applications BEFIB 2008, Chennai 2008, 1007-1020.
- [19] Glinicki A., Litorowicz A., Zieliński M.: *Badanie odporności fibrobetonów na pękanie przy zginaniu*. "Materiały Budowlane". Nr 3/2002, 74-76.
- [20] Minelli F., Plizzari G.A.: *Round panel vs. beam tests towards a comprehensive and harmonic characterization of FRC materials*. "Brittle Matrix Composites-9". Woodhead Publ. & IFTR PAS, Warszawa 2009, 23-32.
- [21] PN-EN 14488-3:2008 *Badanie betonu natryskowego. Część 3: Wytrzymałość na zginanie (pierwszy pik, wytrzymałość doraźna i szczątkowa) próbek beleczkowych zbrojonych włóknem*.
- [22] PN-EN 14488-5:2008 *Badanie betonu natryskowego. Część 5: Oznaczanie zdolności absorbowania energii w próbkach płyt zbrojonych włóknami*.
- [23] PN-EN 1179-5:1999 *Prefabrykaty betonowe. Metoda badania betonu zbrojonego włóknem szklanym. Pomiar wytrzymałości na zginanie. Badanie pełne*.
- [24] Glinicki M.A.: *Ocena i projektowanie fibrobetonów na podstawie wytrzymałości równoważnej*. „DROGI i MOSTY”. Nr 3/2002, 5-36.
- [25] Jamroży Z.: *Betony ze zbrojeniem rozproszonym (co projektant konstrukcji wiedzieć powinien)*. Materiały XVII Ogólnopolskiej Konferencji „Warsztaty Pracy Projektanta Konstrukcji”. Tom I, Ustroń 2002.
- [26] Glinicki M.A.: *Badania właściwości fibrobetonu z makrowłóknami syntetycznymi, przeznaczonego na podłogi przemysłowe*. „Cement Wapno Beton”. Nr 4/2008, 184-195.
- [27] N.V.Bekaert S.A. *Karty techniczne produktów Dramix RC-80/60-BN i RC-65/60-BN*, 2002.
- [28] Mesbah H.A., Buyle-Bodin F.: *Efficiency of polypropylene and metallic fibres on control of shrinkage and cracking of recycled aggregate mortars*. "Construction and Building Materials". 13, 1999, 439-447.
- [29] Cantin R., Pigeon M.: *Deicer salt scaling resistance of steel fiber reinforced concrete*. "Cement and Concrete Research". 26, 1996, 1639-1648.
- [30] Sun W., Zhang Y.M., Yan H.D., Mu R.: *Damage and damage resistance of high strength concrete under the action of load and freeze-thaw cycles*. "Cement and Concrete Research". 29, 1999, 1519-1523.
- [31] Dehn F.: *Use of synthetic fibres for fire resistant tunnel concretes-summary of general requirements*. 7<sup>th</sup> Int. RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete: Design and Applications BEFIB 2008, Chennai 2008, 631-640.
- [32] Beckett, D.: *Comparative Tests on Plain, Fabric Reinforced and Steel Fibre Reinforced Concrete Ground Slabs*. "Concrete". 24(3), 1990, 43-45.
- [33] Meda A., Plizzari G. A., Riva P.: *Fracture behavior of SFRC slabs on grade*. "Materials and Structures". 37, 2004, 405-411.

- [34] Concrete Industrial Ground Floors. A guide to their design and construction. Concrete Society Technical Report No 34. The Concrete Society, Slough UK, 2003.
- [35] di Prisco M., Plizzari G., Vandewalle L.: *Fibre reinforced concrete: new design perspectives*. "Materials and Structures". 42, 2009, 1261–1281.