

# 基于虚拟变形法的车-桥耦合系统移动质量识别<sup>1)</sup>

张青霞<sup>\*,†,††</sup> 段忠东<sup>\*,\*\*,2)</sup> Lukasz Jankowski<sup>††</sup>

<sup>\*</sup>(哈尔滨工业大学土木工程学院, 哈尔滨 150090)

<sup>†</sup>(大连民族学院土木建筑工程学院, 大连 116600)

<sup>\*\*</sup>(哈尔滨工业大学深圳研究生院, 深圳 518055)

<sup>††</sup>(波兰科学院基础技术研究所智能技术部, 华沙 02-106, 波兰)

**摘要** 利用双自由度质量-弹簧阻尼模型模拟移动车辆, 并基于虚拟变形 (VDM) 方法的结构快速重分析思想, 提出一种车-桥耦合系统的移动质量快速识别的有效方法. 该方法以双自由度车体模型的质量为变量, 通过最小化桥体结构实测响应和计算响应的平方距离来识别移动质量 (载荷), 避免了识别载荷时常遇到的病态问题, 对噪声鲁棒性强, 且需要传感器信息少. 每步优化中, 利用在 VDM 方法基础上提出的移动动态影响矩阵概念, 无需时时重构车-桥耦合系统的时变系统参数矩阵, 显著提高了计算效率. 利用数值框架梁模型, 通过比较不同车辆简化模型对移动体质量及等效移动载荷的识别效果, 验证了该方法的可行性和有效性, 即使在 5% 的噪声影响下, 利用一个传感器可以准确地识别多个移动体的质量.

**关键词** 结构健康监测, 移动车辆识别, 结构重分析, 虚拟变形法, 影响矩阵

**中图分类号:** TU311.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2011)03-0598-13

## 引 言

移动车辆 (载荷) 信息对桥梁道路的设计规划、健康监测有重要的指导意义. 移动质量 (载荷) 识别包括直接测量法和间接识别; 比较而言, 利用实测的桥梁动态响应间接识别移动质量 (载荷) 的方法可靠性强, 成本小, 简单易行, 因而得到格外重视.

由于车桥耦合系统是时变系统, 如果直接优化识别车载参数, 往往需要时时重构系统, 计算量大, 在实际计算中很难实现. 因此目前的研究主要集中在与其等效的移动载荷识别, 从而将时变系统转化为时不变体系. 识别移动载荷一般依据桥梁结构的加速度、位移或应变等动态信息. Yu 等<sup>[1]</sup> 通过模型试验验证了 4 种移动载荷识别方法及解决方案. 每种方法有不同的优缺点, 识别精度一般受测量数据精度、测点位置和测点数目影响. 因为载荷识别属于结构力学中的逆问题, 因此相关控制方程的病态性是影响识别精度的本质因素. 为改善识别效果, 伪逆解法和奇异值分解法等被应用到逆问题计算中<sup>[1]</sup>. 但是奇异值分解计算量大, 一般很难运用于

现场在线识别<sup>[2]</sup>. Law 等<sup>[2-3]</sup> 提出利用不同测量响应的组合, 通过限制识别的载荷边界的正则化方法来解决病态问题. 进一步, Law 等<sup>[4]</sup> 基于有限元方法进行移动载荷识别, 避免了模态截断误差, 并且能应用于复杂结构的识别. 一般而言, 目前移动载荷识别的方法大都以未知移动载荷为变量, 这要求测点数目或传感器数目大于等于移动载荷的数目, 以得到载荷识别唯一解.

Zhang 等<sup>[5]</sup> 基于虚拟变形法 (virtual distortion method, VDM)<sup>[6-7]</sup>, 在载荷类型未知时通过识别等效节点载荷来同时识别移动载荷和结构损伤. Zhang 等<sup>[8]</sup> 进一步以移动质点的质量为优化变量提出适用于移动质量-桥耦合系统的移动质量 (载荷) 识别方法. 该方法避免了直接识别载荷时遇到的病态问题, 对噪声鲁棒性强; 并且利用少于移动质点数目的传感器就可以达到精确识别的目的. 但是在大型车载, 如运输卡车、列车等过桥时, 移动车辆振动系统模型比移动质点模型更接近实际情况. 当装载贵重或精密仪器的车辆过桥时, 必须对车也进行动力分析, 为了保证车、桥

2009-07-31 收到第 1 稿, 2010-06-07 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (50579008), TEAM 项目 “Smart&Safe”(TEAM/2008-1/4) 和欧洲地区发展基金资助项目 (POIG.0101.02-00-013/08-00).

2) E-mail: duanzd@hit.edu.cn

以及车内物品的安全, 同样需要采用移动车辆振动系统模型来反映车的动力行为<sup>[9]</sup>.

鉴于此, 本文在文献[8]的基础上, 利用双自由度质量-弹簧阻尼模型模拟移动车辆振动系统<sup>[9]</sup>; 基于VDM的思想<sup>[6-7]</sup>, 通过最小化桥体结构实测响应和计算响应的平方距离, 以移动车体参数修正因子为变量识别车体质量, 避免载荷识别中反问题计算常存在的病态性, 对噪声不敏感, 而且所需传感器数目小于移动载荷数目. 另外, 根据识别的移动车辆信息可以更直观地统计交通状况, 有利于估计桥的运营状态, 为桥的安全维护提供更多依据. 每步优化中借助提出的移动动态影响矩阵, 能避免时时重构车-桥耦合系统的时变系统参数矩阵, 提高计算效率. 最后比较不同车辆简化模型对移动体质量及等效移动载荷的识别效果.

## 1 虚拟变形法

虚拟变形法是一种快速重分析方法, 被有效应用在结构的静、动态分析中<sup>[7]</sup>. 若已知结构在某个状态(记为初始结构)下的响应(记为初始响应), 那么利用VDM方法, 结构模型改变后的响应通过引入的虚拟变形或虚拟力可以很快求出, 而无需对结构系统进行整体重分析.

设某个  $n$  自由度结构的初始模型的运动方程为

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = f(t) \quad (1)$$

式中,  $M, C$  和  $K$  分别为初始结构的质量、阻尼和刚度矩阵,  $u$  为结构的位移,  $f$  为外部载荷. 模型改变后结构的参数矩阵分别为  $\bar{M} = M + \Delta M$ ,  $\bar{K} = K + \Delta K$ ,  $\bar{C} = C + \Delta C$ . 在外力  $f$  作用下实际结构的运动方程为

$$\bar{M}\ddot{u}(t) + \bar{C}\dot{u}(t) + \bar{K}u(t) = f(t) \quad (2)$$

把结构参数的变化量移到方程右边

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = f(t) - \Delta M\ddot{u}(t) - \Delta C\dot{u}(t) - \Delta Ku(t) \quad (3)$$

式(3)中右端的变量项即是VDM中定义的虚拟力(virtual force)或虚拟变形(virtual distortion), 用来反映结构参数的变化. 可以看出, 模型改变后结构的响应等价于初始结构在与其相同的外载荷作用下的响应与在某些虚拟变形或虚拟力作用下的响应的线性叠加.

对于不同的结构形式和单元参数变化, 虚拟力或虚拟变形的具体表达式不同. 如桁架结构里, 只考虑单元刚度变化时, 单位虚拟变形是使杆单元发生单位应变所需施加的沿单元长度方向的一对轴力(平衡力); 设  $n_\alpha$  个单元发生改变, 则改变后结构第  $\eta$  个单元的应变可表示为

$$\varepsilon_\eta(t) = \varepsilon_\eta^L(t) + \sum_{\tau=0}^t \sum_{\xi=1}^{n_\alpha} D_{\eta\xi}(t-\tau)\varepsilon_\xi^0(\tau) \quad (4)$$

式中,  $\varepsilon_\eta^L$  是外载荷  $f$  作用下初始结构单元  $\eta$  的应变;  $\varepsilon_\xi^0$  是初始结构上第  $\xi$  个损伤单元的虚拟变形(应变);  $D_{\eta\xi}(t-\tau)$  是初始结构  $\tau$  时刻在第  $\xi$  个损伤单元施加单位虚拟应变引起的  $t$  时刻单元  $\eta$  的应变;  $D_{\eta\xi}(t)$  组成的 Toeplitz 矩阵  $D$  被定义为动态影响矩阵.

若单元  $\eta$  的刚度修正因子为  $\mu_\eta$ , 即变化后实际刚度与原始刚度的比值, 根据虚拟力与单元参数增量的关系, 结合有限元理论可得出<sup>[6]</sup>

$$\varepsilon_\eta(t) = (1 - \mu_\eta)\varepsilon_\eta^0(\tau) \quad (5)$$

这里动态影响矩阵和初始响应  $\varepsilon_\eta^L$  与结构的变化无关, 只需提前计算一次. 因此给定结构单元修正因子  $\mu_\eta(\eta, \xi = 1, 2, \dots, n_\alpha)$ , 结合方程组(4)和(5)可快速得到对应的虚拟应变  $\varepsilon_\eta^0$  和实际结构的单元应变  $\varepsilon_\eta$ .

VDM方法也可用于其他结构形式如板和框架的分析<sup>[6]</sup>. 目前虚拟变形已用于模拟结构的刚度变化、分层<sup>[10]</sup>和结构阻尼变化<sup>[6]</sup>; 虚拟力用来模拟环境阻尼和单元质量的变化<sup>[11]</sup>. 本文采用虚拟力模拟移动系统参数的变化.

## 2 车-桥耦合系统动力分析

本节首先建立车-桥弹性耦合系统的运动方程. 然后利用子结构的办法, 将移动车体和桥分离; 分别介绍车体的脉冲响应矩阵和对应桥的移动动态响应矩阵; 二者相结合可以快速计算出移动体对桥的作用力, 进而得到桥的动力响应. 最后基于VDM, 进一步实现移动车体改变后的结构响应的快速重分析, 为移动体的参数优化提供了有利条件.

### 2.1 车-桥耦合系统的运动方程

常用的车-桥耦合系统振动分析中, 当车体采用振动系统模型时, 一般把车体自由度和桥自由度作为耦合系统的自由度, 然后根据耦合系统动力平衡

分析建立其运动方程<sup>[12]</sup>. 本文采用双自由度质量-弹簧阻尼模型模拟车体振动系统, 如图 1. 假定车以已知速度匀速过桥, 且过桥时一直附着在桥上, 车对桥的作用体现在车体的竖向和转动两个方向的运动.

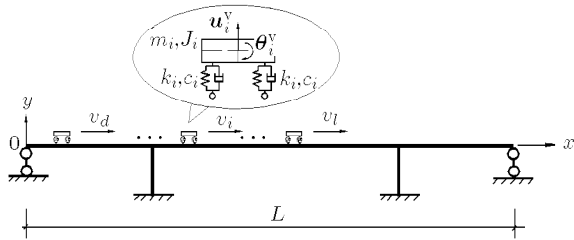


图 1 车-桥耦合系统

Fig.1 Vehicle-bridge coupled system

假设桥上一共有  $d$  个移动车体, 设第  $i$  个车体的质量为  $m_i$ , 转动惯量为  $J_i$ , 刚度和阻尼分别为  $k_i$  和  $c_i$ , 速度为  $v_i$ , 前后轴到质心的距离为  $e_i$ , 根据动力学平衡分析, 耦合系统的运动方程如下

$$\begin{bmatrix} M \\ m_1 \mathbf{q}_1 \\ \vdots \\ m_d \mathbf{q}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}^b(t) \\ \ddot{\mathbf{y}}_1(t) \\ \vdots \\ \ddot{\mathbf{y}}_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} + \mathbf{B}\bar{\mathbf{k}}\mathbf{B}^T & -\mathbf{R}_1 k_1 & \cdots & -\mathbf{R}_d k_d \\ -\mathbf{R}_1^T k_1 & 2k_1 \mathbf{S}_{e1}^2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ -\mathbf{R}_d^T k_d & & & 2k_d \mathbf{S}_{ed}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^b(t) \\ \mathbf{y}_1(t) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} + \mathbf{B}\bar{\mathbf{c}}\mathbf{B}^T & -\mathbf{R}_1 c_1 & \cdots & -\mathbf{R}_d c_d \\ -\mathbf{R}_1^T c_1 & 2c_1 \mathbf{S}_{e1}^2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ -\mathbf{R}_d^T c_d & & & c_d \mathbf{S}_{ed}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}^b(t) \\ \dot{\mathbf{y}}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{y}}_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}\bar{\mathbf{m}}\mathbf{g}\mathbf{t} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中,  $M, K$  和  $C$  为桥的系统参数矩阵;  $\mathbf{u}^b$  是桥的竖向位移;  $\mathbf{y}_i(t) = [u_i^y(t) \ \theta_i(t)]^T$ ,  $u_i^y(t), \theta_i(t)$  为第  $i$  个

车体的竖向位移和转角,  $\mathbf{q}_i = \text{dig}[1 \ \gamma_i]$ ,  $\gamma_i = J_i/m_i$ ;  $\mathbf{S}_{ei} = \text{dig}[1 \ e_i]$ ;  $\mathbf{B}$  是随时间变化的载荷位置矩阵,  $\mathbf{B}(t) = [\mathbf{b}_1(t) \ \mathbf{b}_2(t) \ \cdots \ \mathbf{b}_{2d}(t)]$ ; 由有限元理论知, 第  $j$  列向量  $\mathbf{b}_j(t) = \mathbf{L}_{\alpha_j}^T(t) \mathbf{n}_{\alpha_j}(\zeta_j)$  (其中  $j = 2i + i_w - 2$ ) 为第  $i$  个移动体第  $i_w$  ( $i_w = 1, 2$ ) 个轮子  $t$  时刻的位置矩阵, 其中  $\alpha_j$  是其位置对应的单元编号;  $\mathbf{L}_{\alpha_j}$ ,  $\mathbf{n}_{\alpha_j}$  和  $\zeta_j$  分别是单元  $\alpha_j$  的定位矩阵、载荷分配向量 (可由单元形函数计算) 和相对位置坐标;  $\mathbf{R}_i = [(\mathbf{b}_{2i-1} + \mathbf{b}_{2i}), (\mathbf{b}_{2i-1} - \mathbf{b}_{2i})\mathbf{e}_i]$  是与移动体位置有关的矩阵;  $\bar{\mathbf{m}} = \text{dig}[m_1 \ m_1 \ m_2 \ m_2 \ \cdots \ m_d \ m_d]$ , 矩阵  $\bar{\mathbf{m}}$  中的元素  $m_i$  换成对应的刚度或阻尼  $k_i$  或  $c_i$  可得到相应的矩阵  $\bar{\mathbf{k}}$  或  $\bar{\mathbf{c}}$ ;  $\mathbf{e}_i$  为单位列向量.

### 2.2 车体的脉冲响应矩阵

由式 (6) 可知, 耦合系统是时变的. 按式 (6) 计算车-桥耦合系统的动力响应需要时时重新集装系统参数矩阵; 但若整体系统自由度过大, 则导致数值求解难以实施. 鉴于此, 本文采用子结构方法, 对车体和支撑桥体分别建立运动方程, 通过边界条件将两者联系起来. 下面是分离出来的第  $i$  个移动体的运动方程.

$$m_i \mathbf{q}_i \begin{bmatrix} \ddot{u}_i^y(t) \\ \ddot{\theta}_i(t) \end{bmatrix} + 2k_i \mathbf{S}_{ei} \begin{bmatrix} u_i^y(t) \\ \theta_i(t) \end{bmatrix} + 2c_i \mathbf{S}_{ei} \begin{bmatrix} \dot{u}_i^y(t) \\ \dot{\theta}_i(t) \end{bmatrix} = k_i \begin{bmatrix} x_{il}(t) + x_{ir}(t) \\ e_i(x_{il}(t) - x_{ir}(t)) \end{bmatrix} + c_i \begin{bmatrix} \dot{x}_{il}(t) + \dot{x}_{ir}(t) \\ e_i(\dot{x}_{il}(t) - \dot{x}_{ir}(t)) \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中,  $x_{il}(t), x_{ir}(t)$  分别为第  $i$  个移动体与桥面左、右接触点处的竖向位移;  $\dot{x}_{il}(t), \dot{x}_{ir}(t)$  为对应的速度;  $m_i \mathbf{q}_i, k_i \mathbf{S}_{ei}$  和  $c_i \mathbf{S}_{ei}$  为移动体的系统参数. 根据杜哈姆积分, 移动系统的响应可由卷积的形式表达, 将积分离散并排列为矩阵如下

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{H}_{m\theta i} \mathbf{S}_i (k_i \mathbf{x}_i + c_i \dot{\mathbf{x}}_i) \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{Y}_i = [u_i^y(t_1), \cdots, u_i^y(t_{n_t}), \theta_i(t_1), \cdots, \theta_i(t_{n_t})]^T$ ,  $\mathbf{x}_i = [x_{il}(t_1), \cdots, x_{il}(t_{n_t}), x_{ir}(t_1), \cdots, x_{ir}(t_{n_t})]^T$ ,  $\dot{\mathbf{x}}_i$  由与之对应的速度组成.  $\mathbf{H}_{m\theta i} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{mi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{\theta i} \end{bmatrix}$ ,

$$S_i = \begin{bmatrix} I & I \\ Ie_i & -Ie_i \end{bmatrix};$$

矩阵  $H_{mi}$  为由车体的竖向位移脉冲响应函数组成的 Toeplize 矩阵; 矩阵  $H_{\theta i}$  为由其转角位移脉冲响应函数组成的 Toeplize 矩阵, 二者均为  $n_t$  维的下三角方阵.  $I$  为  $n_t$  维单位矩阵,  $S_i$  为  $2n_t \times 2n_t$  维方阵;  $n_t$  为采样点数.

所有移动体在采样时间内的所有离散位移向量可写成

$$Y = H_{m\theta} S(kx + c\dot{x}) \quad (9)$$

式中,  $Y = [Y_1^T \ Y_2^T \ \dots \ Y_d^T]^T$ ,  $x, \dot{x}$  的组成与  $Y$  构造方式相同;  $H_{m\theta} = \sum_{i=1}^d I_i \otimes H_{m\theta i}$ ,  $S = \sum_{i=1}^d I_i \otimes S_i$ ,

$k = \sum_{i=1}^d k_i (I_i \otimes I_{2n_t, 2n_t})$ ,  $c = \sum_{i=1}^d c_i (I_i \otimes I_{2n_t, 2n_t})$ ,  $I_{2n_t, 2n_t}$  为  $2n_t$  维单位矩阵;  $I_i$  为  $d$  维方阵, 只有元素  $I_i(i, i)$  为 1, 其余为 0.  $\otimes$  表示直积或张量积.

同理, 以车体相应的速度或加速度脉冲响应函数矩阵  $\dot{H}_{m\theta}$  或  $\ddot{H}_{m\theta}$  代替  $H_{m\theta}$  可得到与  $Y$  对应的速度或加速度响应  $\dot{Y}$  或  $\ddot{Y}$ .

### 2.3 桥的移动动态影响矩阵

文献 [8] 基于 VDM 思想提出的移动动态影响矩阵概念, 无需时刻重新集装系统参数矩阵, 为快速计算车-桥耦合系统振动响应提供了可能. 移动动态影响矩阵是由移动单位脉冲引起的对应移动体位置处的桥体响应所组成的矩阵. 所有移动车体对桥的作用力向量按它们在桥上的位置由左到右排列为  $2n_t d$  维列向量  $F$

$$F = \left( \sum_{i=1}^d k_i S_i \right) Y + \left( \sum_{i=1}^d c_i S_i \right) \dot{Y} - \left( \sum_{i=1}^d k_i I_i \right) x - \left( \sum_{i=1}^d c_i I_i \right) \dot{x} + 0.5 \left( \sum_{i=1}^d m_i I_i \right) g \quad (10)$$

式中,  $g$  是与外载荷  $F$  对应的  $2n_t d$  维列向量, 元素为重力加速度  $g$  (对应移动接触点在桥上), 或零 (对应移动接触点不在桥上).

在移动载荷作用下, 利用移动动态影响矩阵, 车与桥接触点处的各时刻的离散竖向位移向量  $x$  可以表示为

$$x = D_{soc} S_e (kY + c\dot{Y}) - D_{soh} (kx + c\dot{x}) + 0.5 D_{sop} mg \quad (11)$$

式中,  $S_e = \sum_{i=1}^d I_i \otimes (S_{e_i} \otimes I)$ ,  $D_{soc}$  是  $2n_t d \times 2n_t d$  维矩阵, 由  $d^2$  个  $2n_t \times 2n_t$  维块矩阵  $D_{soc}^{(i,j)}$  ( $i, j =$

$1, 2, \dots, d$ ) 组成

$$D_{soc}^{(i,j)} = \begin{bmatrix} D_{i_1, j_1} + D_{i_1, j_r} & D_{i_1, j_1} - D_{i_1, j_r} \\ D_{i_r, j_1} + D_{i_r, j_r} & D_{i_r, j_1} - D_{i_r, j_r} \end{bmatrix}$$

其中  $D_{i_1, j_r}$  是由第  $j$  车的右轮子与桥接触点  $o_{j_r}(t)$  处作用单位脉冲引起的第  $i$  车的左轮子接触点位置  $o_{i_1}(t)$  的位移响应组成的移动动态影响矩阵.  $D_{i_1, j_r}$  的元素  $D_{i_1, j_r}(\kappa, \beta)$  是在时刻  $t_\beta$  位置  $o_{j_r}(t_\beta)$  处施加单位脉冲引起的位置  $o_{i_1}(t_\kappa)$  在  $t_\kappa$  时刻的竖向位移

$$D_{i_1, j_r}(\kappa, \beta) = \begin{cases} b_{(2i-1)\kappa}^T H(\kappa - \beta) b_{(2j+1)\beta}, & \Omega_b \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

$\Omega_b$ : if  $\beta \leq \kappa, 0 \leq o_{j_r}(t_\beta) \leq L, 0 \leq o_{i_1}(t_\kappa) \leq L$ .

式中, 列向量  $b_{(2i-1)\kappa}$ ,  $b_{(2j+1)\beta}$  分别为式 (6) 中介绍的向量  $b_{(2i-1)}(t_\kappa)$ ,  $b_{(2j+1)}(t_\beta)$ . 矩阵  $H(\kappa - \beta)$  的元素  $h_{ij}(\kappa - \beta)$  是在  $\beta$  时刻沿桥自由度  $j$  方向施加单位力引起的  $\kappa$  时刻桥体在自由度  $i$  方向的位移脉冲响应; 以此类推至其余带有相似下角标的矩阵  $D_{i_r, j_1}$ ,  $D_{i_r, j_r}$ .

$D_{soh}$  与  $D_{soc}$  维数相同, 由  $d^2$  个  $2n_t \times 2n_t$  维块矩阵  $D_{soh}^{(i,j)}$  组成,  $D_{soh}^{(i,j)} = \begin{bmatrix} D_{i_1, j_1} & D_{i_1, j_r} \\ D_{i_r, j_1} & D_{i_r, j_r} \end{bmatrix}$ ;  $D_{sop}$  是  $2n_t d \times 2n_t d$  维的矩阵, 由  $d^2$  个  $2n_t \times 2n_t$  维块矩阵组成,  $D_{sop}^{(i,j)} = \begin{bmatrix} D_{i_1, j_1} + D_{i_1, j_r} \\ D_{i_r, j_1} + D_{i_r, j_r} \end{bmatrix}$ ;  $m = [m_1 \ m_2 \ \dots \ m_d]^T \otimes I_{n_t, 1}$ ,  $I_{n_t, 1}$  为  $n_t$  维单位列向量.

同理, 将式 (11) 中矩阵  $D_{soc}$ ,  $D_{soh}$ ,  $D_{sop}$  换成由对应桥体速度脉冲响应组成的矩阵, 可得到

$$\dot{x} = \dot{D}_{soc} S_e (kY + c\dot{Y}) - \dot{D}_{soh} (kx + c\dot{x}) + 0.5 \dot{D}_{sop} mg \quad (13)$$

故联合式 (9)、类似的  $\dot{Y}$  和  $\ddot{Y}$  表达式及式 (11) 和 (13), 可计算移动车体振动响应  $Y, \dot{Y}$  和  $\ddot{Y}$  及接触点位置桥的竖向振动  $x$  和  $\dot{x}$ , 如下式所示

$$\left\{ I - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & H_{m\theta} S k & H_{m\theta} S c \\ 0 & 0 & 0 & \dot{H}_{m\theta} S k & \dot{H}_{m\theta} S c \\ 0 & 0 & 0 & \ddot{H}_{m\theta} S k & \ddot{H}_{m\theta} S c \\ D_{soc} S_e k & D_{soc} S_e c & 0 & D_{soh} k & -D_{soh} c \\ \dot{D}_{soc} S_e k & \dot{D}_{soc} S_e c & 0 & \dot{D}_{soh} k & -\dot{D}_{soh} c \end{bmatrix} \right\}.$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \dot{\mathbf{Y}} \\ \ddot{\mathbf{Y}} \\ \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{\text{sop}} \\ \dot{\mathbf{D}}_{\text{sop}} \end{bmatrix} m\mathbf{g} \quad (14)$$

根据以上分析, 在车-桥耦合系统的振动响应计算中, 如果已知车体运行速度, 可以预先计算桥的移动动态影响矩阵; 然后在不同车体过桥时, 输入它们的脉冲响应, 通过式 (14) 可快速求解桥面接触点的响应和车体的自身振动; 从而也易计算车桥接触力和桥的振动响应. 该方法避免了整体耦合系统分析中在每个时刻集装箱车-桥系统参数矩阵 (式 (6)), 提高了计算效率.

### 2.4 桥的动力响应

若在桥上布置  $s$  个传感器, 在移动车辆作用下, 所有传感器位置的结构响应 ( $n_t s$  维列向量) 通过桥的传递函数矩阵  $\mathbf{D}^m$  可表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}^m \mathbf{F} \quad (15)$$

其中  $\mathbf{D}^m$  是  $n_t s \times 2n_t d$  维块矩阵, 由  $s \times 2d$  个  $n_t \times n_t$  维下三角阵  $\mathbf{D}_{\alpha j}^m$  组成. 元素  $D_{\alpha j}^m(\kappa, \beta)$  是在时刻  $t_\beta$ , 接触点  $j$  位置  $o_j(t_\beta)$  施加单位脉冲产生的第  $\alpha$  个传感器在时刻  $t_\kappa$  的响应

$$D_{\alpha j}^m(\kappa, \beta) = \begin{cases} \mathbf{c}_\alpha \mathbf{H}(k - \beta) \mathbf{b}_{j1}, & \beta \leq \kappa, 0 \leq o_j(t_\beta) \leq L \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

式中  $\mathbf{c}_\alpha$  为传感器  $\alpha$  对应的响应观测向量.

### 2.5 车-桥耦合系统的快速重分析

由式 (15) 可知, 在移动车体参数改变后, 求解耦合系统动力响应的关键是计算给定车体参数下的车体振动响应  $\mathbf{Y}, \dot{\mathbf{Y}}$  及接触点处桥的竖向振动  $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}$ . 这里未知变量的求解在式 (14) 的基础上利用 VDM 方法的快速重分析思想进一步改进.

设  $\tilde{m}_i, \tilde{k}_i, \tilde{c}_i$  为第  $i$  个移动体的已知初始参数, 其实际参数  $m_i = \tilde{m}_i + \Delta m_i = \mu_i^m \tilde{m}_i, k_i = \tilde{k}_i + \Delta k_i = \mu_i^k \tilde{k}_i, c_i = \tilde{c}_i + \Delta c_i = \mu_i^c \tilde{c}_i$ , 其中  $\mu_i^m, \mu_i^k$  和  $\mu_i^c$  分别是质量、刚度和阻尼的修正因子. 理论上车体的转动惯量  $J$  也是应该改变的参数; 然而, 在分析式 (7) 时, 注意到式  $J_i \ddot{\theta}_i$  的值比  $2k_i e_i^2 \theta_i$  和  $2c_i e_i^2 \dot{\theta}_i$  小得多, 转动惯量  $J$  的大小对系统转动位移  $\theta$  影响应该很小

(见数值算例中图 4). 因此本文近似令  $J_i = 2e_i m_i$ , 即  $\gamma_i = 2e_i$ . 式 (7) 可写成

$$\begin{aligned} & \tilde{m}_i \mathbf{q}_i \ddot{\mathbf{y}}_i(t) + 2\tilde{k}_i \mathbf{S}_{ei}^2 \mathbf{y}_i(t) + 2\tilde{c}_i \mathbf{S}_{ei}^2 \dot{\mathbf{y}}_i(t) = \\ & \mu_i^k \tilde{k}_i \begin{bmatrix} x_{il}(t) + x_{ir}(t) \\ e_i(x_{il}(t) - x_{ir}(t)) \end{bmatrix} + \\ & \mu_i^c \tilde{c}_i \begin{bmatrix} \dot{x}_{il}(t) + \dot{x}_{ir}(t) \\ e_i(\dot{x}_{il}(t) - \dot{x}_{ir}(t)) \end{bmatrix} + \\ & (1 - \mu_i^m) \tilde{m}_i \mathbf{q}_i \ddot{\mathbf{y}}_i(t) + 2(1 - \mu_i^k) \tilde{k}_i \mathbf{S}_{ei}^2 \mathbf{y}_i(t) + \\ & 2(1 - \mu_i^c) \tilde{c}_i \mathbf{S}_{ei}^2 \dot{\mathbf{y}}_i(t) \end{aligned} \quad (17)$$

基于 VDM 思想, 实际结构的响应等于初始结构在相同外载荷作用下的响应和一定虚拟力作用下响应的线性叠加, 如式 (17) 所示, 故在采样时间内, 实际移动车体的离散振动响应可用矩阵形式表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_i &= \tilde{\mathbf{H}}_{m\theta i} \mathbf{S}_i (\mu_i^k \tilde{k}_i \mathbf{x}_i + \mu_i^c \tilde{c}_i \dot{\mathbf{x}}_i) + \\ & \tilde{\mathbf{H}}_{m\theta i} \mathbf{q}_i (1 - \mu_i^m) \tilde{m}_i \ddot{\mathbf{Y}}_i + \\ & 2\tilde{\mathbf{H}}_{m\theta i} \mathbf{S}_{ei}^2 [(1 - \mu_i^k) \tilde{k}_i \mathbf{Y}_i + (1 - \mu_i^c) \tilde{c}_i \dot{\mathbf{Y}}_i] \end{aligned} \quad (18)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{S}}_{ei} = \mathbf{S}_{ei} \otimes \mathbf{I}_{n_t n_t}$ , 矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}_{m\theta i}$  为由车体初始系统的竖向位移脉冲响应函数组成的 Toeplize 矩阵.

参考式 (9), 所有实际移动体的离散响应可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \tilde{\mathbf{H}}_{m\theta} \mathbf{S} (\mu^k \tilde{k} \mathbf{x} + \mu^c \tilde{c} \dot{\mathbf{x}}) + \tilde{\mathbf{H}}_{m\theta} \mathbf{q} (\mathbf{I} - \mu^m) \tilde{m} \ddot{\mathbf{Y}} + \\ & 2\tilde{\mathbf{H}}_{m\theta} \mathbf{S}_{ei}^2 [(\mathbf{I} - \mu^k) \tilde{k} \mathbf{Y} + (\mathbf{I} - \mu^c) \tilde{c} \dot{\mathbf{Y}}] \end{aligned} \quad (19)$$

式中  $\tilde{\mathbf{H}}_{m\theta}$  为由车体初始系统的位移脉冲响应函数矩阵组成的,  $\tilde{k} = \sum_{i=1}^d \tilde{k}_i (\mathbf{I}_i \otimes \mathbf{I}_{2n_t, 2n_t})$ ,  $\tilde{c} = \sum_{i=1}^d \tilde{c}_i (\mathbf{I}_i \otimes \mathbf{I}_{2n_t, 2n_t})$ ,  $\mu^m = \sum_{i=1}^d \mu_i^m (\mathbf{I}_i \otimes \mathbf{I}_{2n_t, 2n_t})$ ,  $\mu^k = \sum_{i=1}^d \mu_i^k (\mathbf{I}_i \otimes \mathbf{I}_{2n_t, 2n_t})$ ,  $\mu^c = \sum_{i=1}^d \mu_i^c (\mathbf{I}_i \otimes \mathbf{I}_{2n_t, 2n_t})$ ,  $\mathbf{q} = \sum_{i=1}^d \mathbf{I}_i \otimes (\mathbf{q}_i \otimes \mathbf{I})$ . 同理可得到响应  $\dot{\mathbf{Y}}$  和  $\ddot{\mathbf{Y}}$  类似的表达式.

初始系统的脉冲响应函数矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}_{m\theta i}, \dot{\tilde{\mathbf{H}}}_{m\theta i}, \ddot{\tilde{\mathbf{H}}}_{m\theta i}$  和桥的移动动态影响矩阵只需计算一次, 因此联合式 (11), (13), (19) 及类似的  $\dot{\mathbf{Y}}$  和  $\ddot{\mathbf{Y}}$  表达式, 可快速求解给定移动车体参数下的车体振动响应  $\mathbf{Y}$  和  $\dot{\mathbf{Y}}$  及接触点处桥的竖向振动响应  $\mathbf{x}$  和  $\dot{\mathbf{x}}$ , 如下所示

$$\begin{aligned}
 & \left\{ I - \begin{bmatrix} 2\ddot{H}_{m\theta} S_e^2 (I - \mu_k) \tilde{k} & 2\ddot{H}_{m\theta} S_e^2 (I - \mu_c) \tilde{c} & \ddot{H}_{m\theta} d (I - \mu_m) \tilde{m} & \ddot{H}_{m\theta} S \mu_k \tilde{k} & \ddot{H}_{m\theta} S \mu_c \tilde{c} \\ 2\dot{H}_{m\theta} S_e^2 (I - \mu_k) \tilde{k} & 2\dot{H}_{m\theta} S_e^2 (I - \mu_c) \tilde{c} & \dot{H}_{m\theta} d (I - \mu_m) \tilde{m} & \dot{H}_{m\theta} S \mu_k \tilde{k} & \dot{H}_{m\theta} S \mu_c \tilde{c} \\ 2\ddot{H}_{m\theta} S_e^2 (I - \mu_k) \tilde{k} & 2\ddot{H}_{m\theta} S_e^2 (I - \mu_c) \tilde{c} & \ddot{H}_{m\theta} d (I - \mu_m) \tilde{m} & \ddot{H}_{m\theta} S \mu_k \tilde{k} & \ddot{H}_{m\theta} S \mu_c \tilde{c} \\ D_{soc} S_e \mu_k \tilde{k} & D_{soc} S_e \mu_c \tilde{c} & 0 & -D_{soh} \mu_k \tilde{k} & -D_{soh} \mu_c \tilde{c} \\ \dot{D}_{soc} S_e \mu_k \tilde{k} & \dot{D}_{soc} S_e \mu_c \tilde{c} & 0 & -\dot{D}_{soh} \mu_k \tilde{k} & -\dot{D}_{soh} \mu_c \tilde{c} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} Y \\ \dot{Y} \\ \ddot{Y} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \\
 & 0.5 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ D_{sop} \\ \dot{D}_{sop} \end{bmatrix} \sum_{i=1}^d \mu_i^m \tilde{m}_i l_i g \tag{20}
 \end{aligned}$$

式中  $l_i = \text{diag}(I_i) \otimes I$ . 这为下文的移动车体参数识别提供了有利条件.

### 3 移动车体参数识别

#### 3.1 目标函数

移动外载荷  $F$  (式 (10)) 是移动车体参数的函数, 因此本文以车体的质量、弹簧刚度和阻尼为优化参数, 通过最小化桥结构实测响应  $y^M$  和计算响应的平方距离来优化识别车体参数

$$\min \Delta = \frac{\|y^M - D^m F\|^2}{\|y^M\|^2} \tag{21}$$

#### 3.2 参数优化

目标函数的优化可经过下面 3 点来提高速度:

##### (1) 初始值的估计

首先假定移动车体对桥的作用力为大小恒为其自重的移动载荷, 即存在

$$y^M = D^m \tilde{m} g = D^m \left( \sum_{i=1}^d \tilde{m}_i I_i \right) g \tag{22}$$

利用最小二乘法, 可以容易获得车体质量的估计值  $\tilde{m}$ . 然后根据经验系数估计车的弹簧刚度和阻尼值, 以此构造出一个估计模型, 作为车的初始系统. 利用预估的车体参数初始值, 其实际参数可由初始值和其修正因子表示, 见第 2.5 节. 从而目标函数 (21) 的参数优化转化为优化车体参数的修正因子. 根据预先计算的车体初始系统的脉冲响应函数矩阵  $\ddot{H}_{m\theta i}$ ,  $\dot{H}_{m\theta i}$ ,  $H_{m\theta i}$  和桥体的相关移动动态影响矩阵, 每步优化中根据式 (20) 可快速求解给定修正因子下的车体振动响应  $Y, \dot{Y}, \ddot{Y}$  和接触点处桥的竖向振动  $x$  和  $\dot{x}$ .

线性方程式 (20) 的系数矩阵是条件数良好、满秩的方阵, 避免了求解中常存在的病态性问题, 这使通过优化目标函数 (21) 识别移动系统对噪声有很好的鲁棒性.

##### (2) 分块下三角阵快速求逆

式 (20) 的系数矩阵为满秩, 它的逆矩阵可分块逐步求解. 在离线识别中, 采样时间较长时, 系数矩阵的维数会很大, 计算效率比较低. 为提高计算效率, 这里利用系数矩阵是由下三角阵组成的非奇异块矩阵, 且相关数据来自有限元理论模型, 无任何测量误差的特点, 逐步求解未知数, 即将式 (20) 中方程和未知数重新排列成下三角块矩阵形式, 从而未知变量可快速通过块矩阵前置换求解.

##### (3) 梯度公式

推导目标函数的梯度表达式, 从而有利于运用基于梯度的有效优化算法. 由于采用了移动动态影响矩阵, 从而桥结构的响应与移动车辆作用的复杂关系可用如下的矩阵表达

$$\frac{\partial f}{\partial \mu} = -\frac{2}{\|y^M\|^2} [y^M - D^m F]^T D^m \frac{\partial F}{\partial \mu} \tag{23}$$

$\mu = [\mu^m \ \mu^k \ \mu^c]$ , 式 (20) 为  $Az = b$  的形式; 并将式 (10) 按照变量  $z$  整理为  $F = \Gamma z + w$ , 则

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mu} &= \Gamma \frac{\partial z}{\partial \mu} + \frac{\partial \Gamma}{\partial \mu} z + \frac{\partial w}{\partial \mu} \\ \frac{\partial z}{\partial \mu} &= A^{-1} \left( \frac{\partial b}{\partial \mu} - \frac{\partial A}{\partial \mu} z \right) \end{aligned} \right\} \tag{24}$$

由式 (24) 可以很容易推出目标函数的梯度表达式. 限于篇幅有限, 不再赘述.

### 4 数值模拟

利用图 1 所示的 3 跨框架梁来验证本文所提方法的有效性. 钢框架梁结构柱高 20 m, 梁长 200 m, 两个边跨各 50 m; 弹性模量 215 GPa, 单位长度质量为 15.3 t/m; 梁截面惯性矩为 0.8 m<sup>4</sup>, 柱子截面惯性

矩为 0.16 m<sup>4</sup>; 结构前 2 阶阻尼比均为 0.01 和 0.015. 梁均匀划分为 20 单元, 每个柱子分为 2 个单元. 在距左端 55.2 m 的梁截面底部布置一个应变传感器, 采样频率 100 Hz, 采样时间 1 s (100 步). 分别对单个移动车体和 3 个移动车体进行识别, 相关参数见表 1.

表 1 各工况移动车体相关参数

Table 1 The parameters of moving vehicles in each case

Case	1		3			4		
	1	2	Vehicle 1	Vehicle 2	Vehicle 3	Vehicle 1	Vehicle 2	Vehicle 3
mass/(×10 <sup>3</sup> kg)	61.2	61.2	71.2	60	53	71.2	71.2	71.2
velocity/(m·s <sup>-1</sup> )	20	80	34	34	-30	34	34	-34
barycentric coordinates/ m	-3	-3	-11	-3	206	-11	-3	206

每种工况内, 双自由度模型的弹簧刚度、阻尼和转动惯量根据文献 [12] 近似获得, 分别为车体的质量的一定倍数, 即  $k = 1760m$  N/m,  $c = 2.8m$  N·s/m,  $J = 9m$  kg·m<sup>2</sup>, 前后轴到质心的水平距离为  $e = 3$  m.

为比较双自由度车辆振动模型的识别效果, 结合移动质点模型 (见文献 [8]), 采用 4 种分析方法进行对比分析. 分析 1: 双自由度模型, 车体的质量、刚度和阻尼修正因子全部优化; 分析 2: 双自由度模型, 优化过程中只考虑车体质量变化, 即车体刚度和阻尼采用估计初始值; 分析 3: 把移动车体按车轴位置等效为 2 个等质量的移动质点模型; 分析 4: 把移动车体按其质心位置等效为单个移动质点模型.

#### 4.1 耦合振动系统实测响应模拟

结构的实际动力响应由传统的整体耦合系统分析方法 (式 (6)) 模拟, 采用 Newmark 逐步积分法, 积分步长 0.01 s, Newmark 参数  $\alpha = 0.25$ ,  $\beta = 0.5$ . 实测响应是根据双自由度模型计算的, 计算得到的响应见图 2 (two Dof). 为表示简洁, 这里仅以工况 3 为例. 图中还列出了根据预先构造好的动态影响矩阵联合式 (15) 和 (20) 快速计算得到的结构响应 (图中 fast DMM-based), 可以看出两种方法计算结果是一致的, 而后者计算效率较高. 2 个移动质点模型 (分析 3) 计算得到的响应 (图 2, two mass points) 与它们比较接近; 但单个移动质点模型 (分析 4) 计算得到的响应 (图 2, one mass point) 与之相差较大.

考虑 5% 高斯随机噪声, 4 种工况对应的传感器的实测响应见图 3. 含噪声的实测响应均采用 Matlab 中小波去噪函数 wden 进行去噪处理.

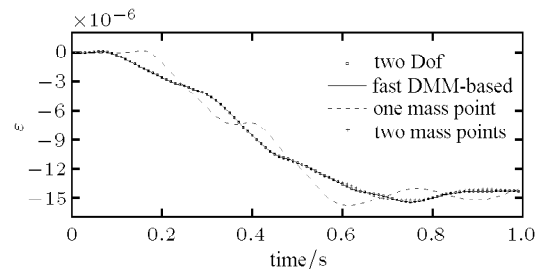


图 2 工况 3 模拟实测响应的计算方法比较  
Fig.2 Comparison of the responses by different methods in case 3

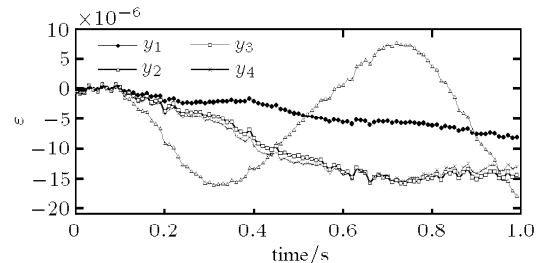


图 3 4 种工况下的传感器实测响应  
Fig.3 Measured responses in all cases

#### 4.2 优化识别移动车体参数

利用双自由度模型进行移动体识别时 (分析 1, 分析 2), 首先根据式 (22) 估算移动体的质量初始值; 然后根据经验估计车体的单个刚度和阻尼初始值大小, 这里取估计值  $\tilde{k} = 500\tilde{m}$ ,  $\tilde{c} = \tilde{m}$ . 另外, 分析易知转动惯量  $J$  的大小对系统振动响应影响非常小. 如工况 1 中取  $J = 1 \times m$  和  $J = 100 \times m$  计算得到的二者在传感器位置的应变的相对误差为 1.74%, 见图 4. 因此优化中假定  $J = 2em$ , 即  $\gamma = 6$ . 这里及下文提到的相对误差为  $\| \text{识别值} - \text{实际值} \|_2 / \| \text{实际值} \|_2$ .

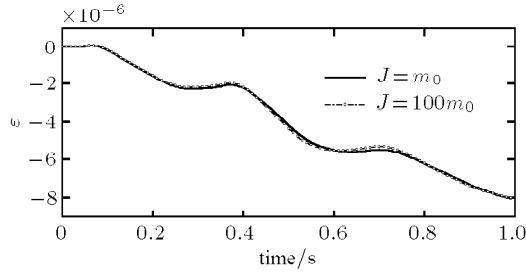


图 4 工况 1 中不同  $J$  下的结构应变比较  
Fig.4 Comparison of structural strain under different value  $J$  in case 1

分析 1 中, 以移动车体的质量、刚度和阻尼修正因子为优化参数, 通过目标函数式 (21) 及相应的梯度表达式 (23), 利用 Matlab 中基于梯度的优化函数 `fminunc` 识别移动体参数. 分析 2 与分析 1 相似, 仅在优化中只考虑车体的质量变化, 其刚度和阻尼修正因子均取为 1. 移动质点模型 (分析 3 和分析 4) 的具体识别见文献 [8].

工况 1 中 4 种分析识别的移动车体参数见表 2. 其中分析 1~3 识别的等效移动载荷大小见图 5 (estimate1~3), 它们识别的载荷相对误差分别为 0.40%, 0.40% 和 0.39%. 可以看出, 各分析识别的车体质量都很接近真实值. 需要注意的是, 在这里即使车体的刚度和阻尼识别失败时, 它的质量和等效移动载荷仍能被精确地识别. 这是因为平整路面上, 车体对桥的作用力主要来自其重力 (式 (10) 等式右边最后一项, 图 6(a)). 当不考虑车桥耦合作用时, 平坦路面上车桥之间的竖向作用力为车的重力; 考虑二者耦合作用时, 车桥竖向作用力受结构振动影响, 耦合作用大小体现在扣除车体重力之外的车桥作用力. 对双自由度模型, 由式 (10) 知耦合作用大小体现在移动体与桥面的相对振动引起的弹簧恢复力 (图 6(b),  $f_{kl}, f_{kr}$  分别为左右轴) 和阻尼力 (图 6(b),  $f_{cl}, f_{cr}$ ), 即式 (10) 中前 4 项, 由图 6 可看出它们对

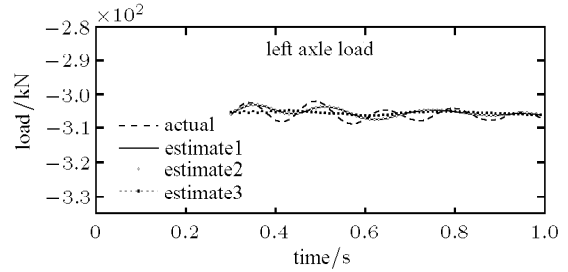
表 2 工况 1 中单个移动体的参数识别结果

Table 2 The identified parameters of a single moving vehicle in case 1

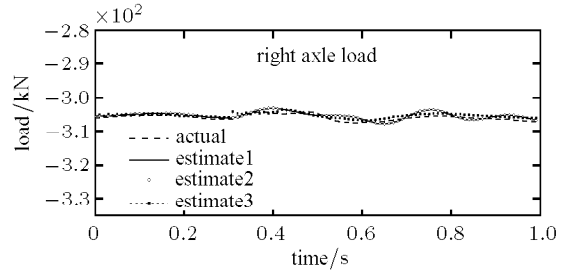
	Trial	$\mu$	Identified	Error / %
$m$	60.84 t	1.004	61.10 t	0.16
est 1 $k$	30.4 MN/s	0.9999	30.4 MN/s	42.91
$c$	60.8 kN·s/m	1	60.8 kN·s/m	28.99
est 2 $m$	60.84 t	1.004	61.10 t	0.16
est 3 $m$	60.84 t	1.003	61.04 t	0.26
est 4 $m$	59.72 t	0.997	59.56 t	2.68

车桥之间作用力的贡献不到 2%, 说明车桥耦合作用比较弱. 工况 1 中目标函数对车体刚度、阻尼修正因

子的灵敏度非常小 (见图 7(b), 7(c)), 说明了平整路面上常速运行的车体弹簧刚度和阻尼参数的变化对桥面平整的桥的振动响应影响较小; 另外, 图 2 中, 分析 3 对应的结构响应与双自由度模型的响应比较



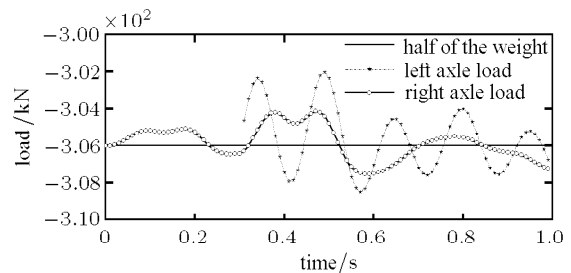
(a) 左轴载荷  
(a) Left axle load



(b) 右轴载荷  
(b) Right axle load

图 5 工况 1 中等效移动载荷识别

Fig.5 Identified equivalent moving forces and the actual values in case 1

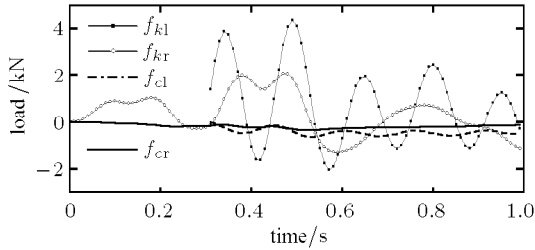


(a) 车桥重力与移动载荷  
(a) The vehicle weight and moving forces

图 6 工况 1 中车-桥接触界面力及其成分

Fig.6 Interface forces of vehicle-bridge and its components in case 1





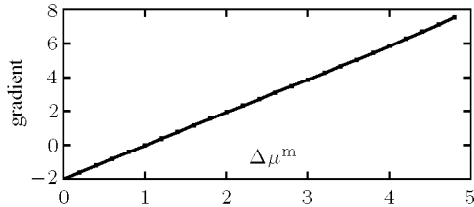
(b) 移动体与桥面的相对振动引起的弹簧恢复力和阻尼力

(b) Forces of the spring stiffness and damping caused by the relative vibration between vehicle and bridge

图 6 工况 1 中车-桥接触界面力及其成分 (续)

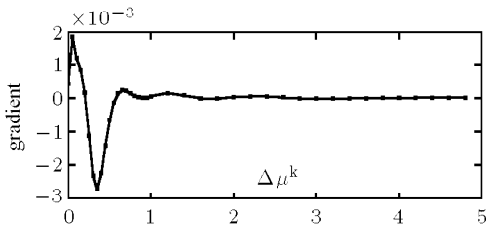
Fig.6 Interface forces of vehicle-bridge and its components

in case 1 (continued)



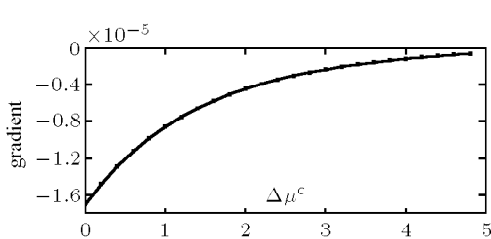
(a) 质量的灵敏度

(a) Sensitivity of mass



(b) 刚度的灵敏度

(b) Sensitivity of stiffness



(c) 阻尼的灵敏度

(c) Sensitivity of damping

图 7 工况 1 中各优化修正因子的灵敏度

Fig.7 The sensitivity of modifying factors in case 1

接近也说明了这点. 弹簧恢复力和阻尼力分别与弹簧刚度和阻尼大小有关, 而该工况下桥面相对振动

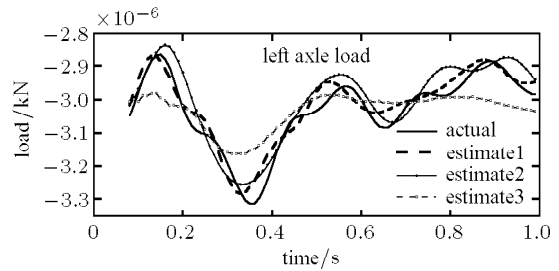
引起的相关力对车桥之间作用力的贡献不到 2%, 也间接反映了这一结论. 从而车体的刚度、阻尼参数对质量识别精度影响较小.

为了提高车桥的耦合程度, 在工况 2 中把车体运行速度提高到 80 m/s, 对应 4 种分析识别的车体参数见表 3. 分析 1~3 优化识别的等效移动载荷大小见图 8(estimate1~3), 相对误差分别为 0.95%, 1.4% 和 2.05%.

表 3 工况 2 中单个移动体的参数识别结果

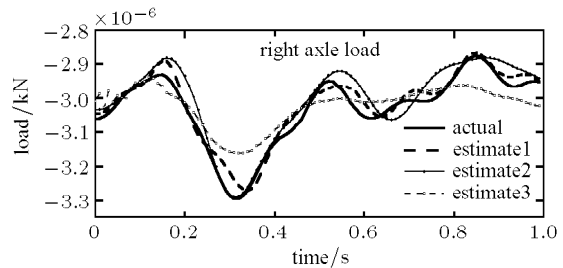
Table 3 The identified parameters of a single moving vehicle in case 2

	Trial	$\mu$	Identified	Error/%
$m$	60.43 t	1.008	60.91 t	0.47
est 1 $k$	30.2 MN/s	1.901	57.4 MN·s/m	6.64
$c$	60.4 kN·s/m	1.000	60.4 kN·s/m	29.47
est 2 $m$	60.43 t	1.004	60.67 t	0.86
est 3 $m$	60.43 t	0.996	60.19 t	1.66
est 4 $m$	57.232 t	1.0051	57.524 t	6.01



(a) 左轴载荷

(a) Left axle load



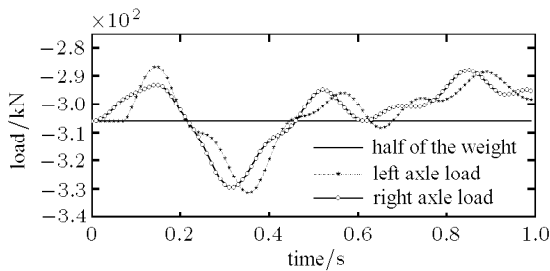
(b) 右轴载荷

(b) Right axle load

图 8 工况 2 中等效移动载荷识别

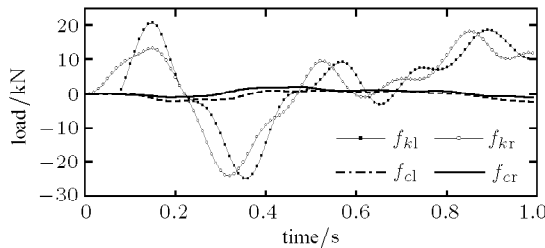
Fig.8 Identified equivalent moving forces and the actual values in case 2

由表 3 工况 2 中分析 1 可以看出，当移动速度提高后，移动体弹簧修正因子能被较好地识别。这是因为提高移动体的速度后，相当于提高了移动载荷的移动速度，会增加桥的振动程度，进而增加车桥之间的耦合作用力，工况 2 中的载荷 (见图 8) 比工况 1 的载荷 (见图 5) 的波动的幅值更大，其耦合作用力尤其是相关的弹簧恢复力也提高了 (见图 9(b))，也就是提高了结构响应对弹簧刚度的灵敏度，从而使弹簧能被比较准确地识别出。而此时阻尼系数由于阻尼力 (见图 9(b)) 依然很小而无法准确识别。



(a) 车桥重力与移动载荷

(a) The vehicle weight and moving forces



(b) 移动体与桥面的相对振动引起的弹簧恢复力和阻尼力

(b) Forces of the spring stiffness and damping caused by the relative vibration between vehicle and bridge

图 9 工况 2 中车-桥接触界面力及其成分

Fig.9 Interface forces of vehicle-bridge and its components in case 2

由工况 2 中分析 2~4 的识别结果可以看出，当移动速度提高后，模型简化的程度越大，质量参数的识别的误差也越大。这是由于，提高移动体速度后，车桥的耦合作用提高，从而结构响应对移动体模型的物理参数的灵敏度也提高了。所以简化移动体模型，忽略某些参数的影响，会降低质量的识别精度。

从上面的分析知，当移动体在平整路面上常速行进时，移动体的弹簧和阻尼参数的变化对结构的响应影响不大，对移动体质量的识别影响也不大。所以下面在工况 3 中对以常速运行的多个移动体进行质量识别时，只对分析 2~4 进行计算。

工况 3 中识别的移动体质量见表 4，可以看出，在多个移动体识别中，单个移动质点模型 (分析 4) 已无法进行准确识别。无噪声时，分析 2 和 3 的识别精度均较好。在 5% 噪声影响下，双自由度模型分析 2 的识别精度较高，利用分析 2 识别 3 个移动体的质量修正因子的优化过程见图 10，而分析 3 的识别误差较大，分析 2, 3 识别的等效移动载荷见图 11，相误差分别为 3.64% 和 5.91%。说明平坦路面常速运行的移动体，其刚度和阻尼参数变化对结构振动影响较小，利用与车轴重载等效的移动质量模型 (分析 3) 可以粗略地估计移动体的质量，但在模型误差和噪声误差同时干扰下，识别的精度没有双自由度模型的精度高。

表 4 工况 3 中多个移动体的质量识别结果

Table 4 Mass identification results of multiple moving vehicles in case 3

	Noise free		5% noise		
	Identified/t	Error/%	Identified/t	Error/%	
est 2	vehicle 1	72.96	2.48	68.86	3.29
	vehicle 2	59.45	0.91	60.72	1.21
	vehicle 3	55.01	3.80	50.47	4.78
est 3	vehicle 1	71.48	0.40	68.25	4.14
	vehicle 2	59.42	0.97	60.40	0.66
	vehicle 3	51.09	3.61	47.47	10.43
est 4	vehicle 1	51.23	28.05	51.01	28.36
	vehicle 2	63.76	6.26	63.71	6.18
	vehicle 3	27.51	48.10	27.01	49.04

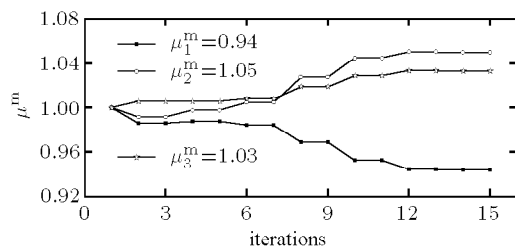
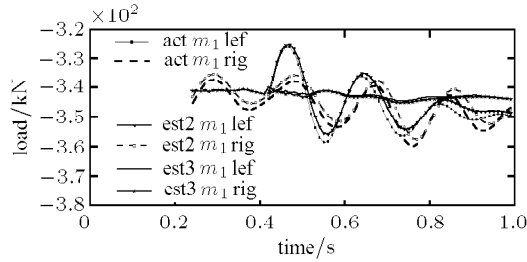


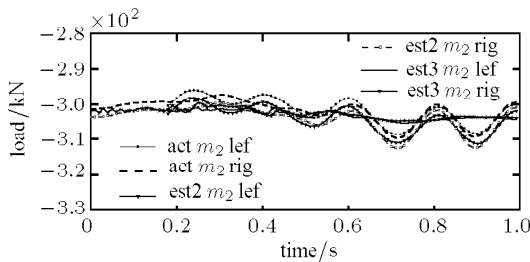
图 10 工况 3 中质量修正因子的优化过程

Fig.10 The optimization procedure of moving mass modifying factors in case 3

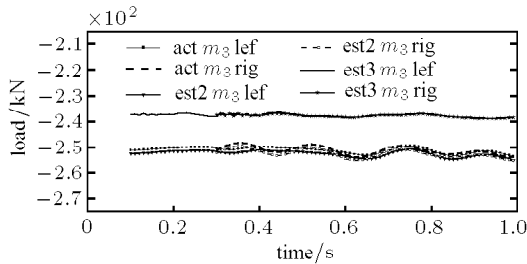
为验证移动体参数对识别结果的影响，工况 4 采用参数 (质量、刚度和阻尼等) 对应相同的各移动体。利用双自由度模型分析 2 进行识别，识别结果见表 5。可以看出，桥上通过多个相同移动体时，移动体的质量识别精度也较高。识别的等效移动载荷的相对误差为 2.76%。



(a) 移动体 1  
(a) Vehicle 1



(b) 移动体 2  
(b) Vehicle 2



(c) 移动体 3  
(c) Vehicle 3

图 11 工况 3 中等效移动载荷识别. act 为真实值; est $i$  为分析  $i$  得到的计算结果;  $m_i$  为第  $i$  个移动体; lef 为左轴; rig 为右轴  
Fig.11 Identified equivalent moving forces and the actual values in case 3. act: actual value; est $i$ : results from the  $i$ th analysis;  $m_i$ : the  $i$ th moving vehicle; lef: left axle; rig: right axle

表 5 工况 4 中多个等参数的移动体的质量识别结果

Table 5 Mass identification results of multiple moving vehicles in case 4

	Trial/t	$\mu$	Identified /t	Error /%
vehicle 1	79.11	0.93	73.38	3.05
vehicle 2	63.91	1.09	69.89	1.85
vehicle 3	67.57	1.07	72.16	1.33

由上面 4 种工况分析可以看出, 平坦路面上移动体对桥的作用力主要来自其重力. 高速运行时, 移

动体弹簧刚度对结构响应的影响相对变大. 在对以常速运行的移动体质量识别中, 虽然与车轴重载等效的移动质点模型 (分析 3) 能粗略识别移动体的质量, 但双自由度模型分析 2 的综合识别性能最好.

综上所述, 在水平平整的桥梁结构的健康监测和移动质量 (载荷) 识别任务中, 移动体以常速行驶时, 车桥耦合作用相对比较弱, 利用较少的传感器只对移动体的质量修正因子进行优化识别, 而车体的刚度、阻尼采用估计初始值, 就可以满足同时识别多个移动体的相关分析要求; 根据识别的移动体质量和初始系统弹簧阻尼参数来计算移动载荷能够避免直接识别载荷存在的病态问题, 而且对噪声不敏感, 识别精度高. 当路面不平整时, 移动体和接触面的冲击作用将会增加, 使结构响应更为振荡, 此时车轴弹簧刚度和阻尼的影响将明显变大, 需要同时优化车体的质量、刚度和阻尼, 才能保证移动车体的质量 (载荷) 的识别精度. 进一步讲, 移动体路面不平整时, 移动车辆简化模型的准确性会影响识别的精度, 比如大型运输卡车需要较多自由度模型. 这些问题需要进一步研究.

### 5 结 语

本文提出了基于虚拟变形法的车-桥弹性耦合系统的移动车体质量识别方法. 结合一个平面框架梁算例验证了该方法的可行性, 并得到以下主要结论:

(1) 基于 VDM 可以进行结构快速重分析的思想, 利用移动动态影响矩阵, 不但实现车-桥弹性耦合系统在移动车体作用下的快速正响应计算, 避免了耦合系统分析中时时重构系统参数矩阵, 而且为识别车体参数提供了有利条件;

(2) 以车体参数的修正因子为优化变量, 避免了传统方法识别移动载荷时常遇到的病态问题; 识别精度高, 抗噪性能强. 而且未知变量的数目远远小于未知移动载荷向量, 利用较少的传感器就可以达到精确识别多个移动质量 (载荷) 的目的;

(3) 平整路面下, 常速运行时, 结构的响应主要由移动体重力产生, 车桥耦合作用比较弱, 车体弹簧或阻尼参数对移动车体的质量识别影响不大. 对多个移动体的质量识别, 采用双自由度模型只优化识别移动体的质量修正因子, 而其刚度和阻尼采用估计初始值即可以得到满意的识别结果.

利用本文提出的车-桥弹性耦合系统的车体质量识别方法, 结合基于 VDM 的结构损伤识别理论,

还可实现离线或在线移动车体和结构损伤的同时识别。另外,利用本文提出的方法在高速运行或通过不平整桥面时各移动体模型的识别效果正在研究中。

### 参 考 文 献

- 1 Yu L, Chan THT. Recent research on identification of moving loads on bridges. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 305(1-2): 3-21
- 2 Law SS, Chan THT, Zhu XQ, et al. Regularization in moving force identification. *Journal of Engineering Mechanics American Society of Civil Engineers*, 2001, 127(2): 136-148
- 3 卜建清, 罗韶湘, 朱信群. 基于广义正交函数和正则化的移动载荷识别法. *振动、测试与诊断*, 2005, 25(1): 36-39 (Bu Jianqing, Luo Shaoxiang, Zhu Xinqun. Moving loads identification based on generalized orthogonal function and regularization technique. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2005, 25(1): 36-39 (in Chinese))
- 4 Law SS, Bu JQ, Zhu XQ, et al. Vehicle axle loads identification using finite element method. *Engineering Structures*, 2004, 26: 1143-1153
- 5 Zhang QX, Jankowski L, Duan ZD. Identification of coexistent load and damage. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, 41(2): 243-253
- 6 Holnicki-Szulc J. ed. *Smart Technologies for Safety Engineering*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2008
- 7 Kolakowski P, Wiklo M, Holnicki-Szulc J. The virtual distortion method — a versatile reanalysis tool for structures and systems. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2008, 36(3): 217-234
- 8 Zhang QX, Jankowski L, Duan ZD. Simultaneous identification of moving mass and structural damage. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, 42(6): 907-922
- 9 程保荣, 周玉勋. 车桥耦合系统动力分析的模态综合技术. *清华大学学报 (自然科学版)*, 2002, 42(8): 1083-1086 (Cheng Baorong, Zhou Yuxun. Dynamic analysis of a coupled vehicle-bridge system using modal synthesis. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2002, 42(8): 1083-1086 (in Chinese))
- 10 Orłowska A, Kolakowski P, Holnicki-Szulc J. Modelling and identification of delamination in double-layer beams by the virtual distortion method. *Computers & Structures*, 2008, 86(23-24): 2203-2214
- 11 Wiklo M, Holnicki-Szulc J. Optimal design of adaptive structures. Part I. Remodeling for Impact Reception. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, 37(3): 305-318
- 12 盛国刚, 李传习, 赵冰. 多个移动车辆作用下简支梁的动力响应分析. *工程力学*, 2006, 23(12): 154-158 (Sheng Guogang, Li Chuanxi, Zhao Bing. Dynamic analysis of a simply-supported beam subjected to moving vehicles. *Engineering Mechanics*, 2006, 23(12): 154-158 (in Chinese))

(责任编辑: 刘希国)

## MOVING MASS IDENTIFICATION OF VEHICLE-BRIDGE COUPLED SYSTEM BASED ON VIRTUAL DISTORTION METHOD<sup>1)</sup>

Zhang Qingxia<sup>\*,†,††</sup> Duan Zhongdong<sup>\*,\*\*,2)</sup> Lukasz Jankowski<sup>††</sup>

<sup>\*</sup>(School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

<sup>†</sup>(College of Civil and Architecture Engineering, Dalian Nationalities University, Dalian 116600, China)

<sup>\*\*</sup>(Harbin Institute of Technology Shenzhen Graduate School, Shenzhen 518055, China)

<sup>††</sup>(Smart-Tech Centre, Institute of Fundamental Technological Research, Polish Academy of Sciences, 02-106, Warsaw, Poland)

**Abstract** In the inverse analysis of vehicle-bridge coupled system, moving vehicle (load) identification is a crucial problem. Traditionally moving vehicles are identified by identifying the equivalent moving forces, which is a well-known ill-conditioning problem, and hence is sensitive to noise. Moreover identification of moving forces require the number of sensors equal to or bigger than the number of unknown forces to obtain the unique solution. In order to avoid these drawbacks, this paper presents an effective method to identify moving vehicles. Vehicle parameters are chosen as the variables, which are optimized by minimizing the square distance between the measured structural responses and estimated responses. During the optimization, the computational work is

Received 31 July 2009, revised 7 June 2010.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (50579008), Foundation for Polish Science through TEAM Programme "Smart&Safe"(TEAM/2008-1/4) and the EU European Regional Development Fund (POIG.0101.02-00-013/08-00).

2) E-mail: duanzd@hit.edu.cn

reduced a lot by the proposed concepts of dynamic moving influence matrix based on Virtual Distortion Method (VDM), which consists of impulse response matrix with respect to the changing positions of the moving masses and is independent of mass values, and only needs to be computed once in advance. In this way, the repeatedly construction of the variant system matrix is avoided, and hence the optimization efficiency is improved. In this method, a mass-spring damping model with two degree of freedoms (Dofs) is used to simulate moving vehicle and its dynamic behavior. Moving vehicles and the bridge are analyzed as different substructures. In addition the equivalent moving loads are reconstructed simultaneously, such that the well-conditioning of the identification is ensured and makes the method be accurate and robust to noise. Moreover the number of the necessary sensors is decreased. The numerical costs are considerably reduced further by using the concepts of VDM, which belongs to fast reanalysis method, that is, the response of the modified structure equals to the response of an intact structure subjected to the same external load and to certain virtual distortions which model the changes of the actual structure. In this way, during the optimization, the structural response under given optimization variables are estimated quickly without the whole analysis of the global structure. Numerical experiment of a frame beam with 5% Gaussian measurement error is used to verify the proposed method, where the effectiveness of different simplified vehicle models is compared. It demonstrates that masses of multiple moving vehicles can be identified using fewer sensors. When the roughness of road surface is neglected, under normal speed, the structural response is mainly caused by the weight of vehicles, and the coupling between the vehicle and bridge is rather low, therefore the influence of the vehicle spring stiffness and damping is very weak on the mass identification. For the identification of multiple vehicles, masses of the mass-spring damping model with two Dofs can be identified satisfactorily with the stiffness and damping as the estimated initial values. The identification considering the road roughness or high speed using the proposed method in this paper is undergoing.

**Key words** structural health monitoring, moving vehicle identification, structural reanalysis, virtual distortion method, influence matrix