AUTOREFERAT

dr Ewa Eliza Rożko

Instytut Podstawowych Problemów Techniki
Polska Akademia Nauk
ul. Pawińskiego 5b
02-106 Warszawa

ERożko

Spis treści:

1. Tytuł i cykl publikacji stanowiący osiągnięcie naukowe 2
2. Cele naukowe 4
3. Wprowadzenie 5
4. Klasyczne wprowadzenie do mechaniki ciał afinicznie deformowalnych 7
5. Ogólna procedura kwantyzacji ciał afinicznie deformowalnych 10
6. Omówienie realizacji celów badawczych 16
7. Oryginalne aspekty rozprawy habilitacyjnej 20
8. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych 22
9. Podsumowanie 24
10. Inne osiągnięcia 25
11. Dane bibliometryczne 26

GRożko

1. Tytuł i cykl publikacji stanowiący osiągnięcie naukowe

1. Imię i Nazwisko: **Ewa Eliza Rożko**

2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe:

   luty 2007 – stopień naukowy doktora nauk technicznych w dyscyplinie naukowej Mechanika (aktualnie inżynieria mechaniczna) uzyskany w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, tytuł pracy doktorskiej: *Układy dynamiczne na przestrzeniach jednorodnych i ich zastosowanie w mechanice kontinuum*;

   wrzesień 1999 – tytuł naukowy magistra nauk fizycznych w dyscyplinie naukowej Fizyka uzyskany na Uniwersytecie w Białymstoku, tytuł pracy magisterskiej: *Lokalna symetria konforemna w teorii spinorów i grawitacji.*

3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych:

   od 2013 do teraz - stanowisko starszego specjalisty w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk w Zakładzie Teorii Ośrodków Ciągłych i Nanostruktur w Pracowni Mechaniki Analitycznej i Teorii Pola, ul. Pawińskiego 5b, 02-106 Warszawa;

   od 2012 do teraz - wykładowca na studium Doktoranckim IPPT PAN, wykładane przedmioty: *Podstawy matematyki w naukach technicznych - ćwiczenia, Elements of mathematical statistics by the use of programming language R - ćwiczenia*; egzaminator w zakresie matematyki i członek Komisji Rekrutacyjnej Studium Doktoranckiego IPPT PAN, ul. Pawińskiego 5b, 02-106 Warszawa;

   od 2007 do 2013 - stanowisko adiunkta w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki Polskiej *Akademii* Nauk w Zakładzie Teorii Ośrodków Ciągłych w Pracowni Mechaniki Analitycznej i Teorii Pola, ul. Pawińskiego 5b, 02-106 Warszawa;

   2006 - 2007 stanowisko asystenta w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk w Zakładzie Teorii Ośrodków Ciągłych w Pracowni Mechaniki Analitycznej i Teorii Pola, ul. Pawińskiego 5b, Warszawa;

ERożko

4. Osiągnięcie wynikające z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2016 r. poz. 882 ze zm. w Dz. U. z 2016 r. poz. 1311.):

a) Tytuł osiągnięcia naukowego:

Modele afiniczne w ujęciu kwantowym

w mechanice układów z mikro- i nanostrukturą

b) Cykl publikacji stanowiący osiągnięcie naukowe:

A1. **Rożko E.E.**, *Quantization of Affinely-Rigid Bodies with Degenerate Dimension*, Reports on Mathematical Physics, Vol. 65, No. 1, pp. 1-15, 2010, **lista A MNiSW – 13 pkt, IF =0,734(2010);**

A2. Sławianowski J.J., Kovalchuk V., Gołubowska B., Martens A., **Rożko E.E.**, *Quantized Excitations of Internal Affine Modes and Their Influence on Raman Spectra*, Acta Physica Polonica B, Vol. 41, No. 1, pp. 165-218, 2010, **lista A MNiSW – 20 pkt, IF =0,671(2010);**

A3. Sławianowski J.J., Kovalchuk V., Martens A., Gołubowska B., **Rożko E.E.**, *Mechanics of Systems of Affine Bodies. Geometric Foundations and Applications in Dynamics of Structured Media*, Mathematical Methods in the Applied Sciences, Vol. 34, pp. 1512-1540, 2011, **lista A MNiSW – 25 pkt, IF =0,743(2011);**

A4. Sławianowski J.J., Gołubowska B., **Rożko E.E.**, *SO(4,R), Related Groups and Three-Dimensional Two-Gyroscopic Problems*, Acta Physica Polonica B, Vol. 43, No. 1, pp. 19-49, 2012, **lista A MNiSW – 20 pkt, IF =1,011(2012);**

A5. **Rożko E.E.**, Gobcewicz E., *Quantization of Systems with Internal Degrees of Freedom in Two-Dimensional Manifolds*, Reports on Mathematical Physics, Vol. 73, No. 3, pp. 325-343, 2014, **lista A MNiSW – 20 pkt, IF =0,871(2014);**

A6. Sławianowski J.J., Kovalchuk V., Gołubowska B., Martens A., **Rożko E.E.**, *Quantized Mechanics of Affinely-Rigid Bodies*, Mathematical Methods in the Applied Sciences, Vol. 40, No. 18, pp. 6900-6918, 2017, **lista A MNiSW – 25 pkt, IF =1,18(2017).**

ERożko

Sumaryczny Impact Factor artykułów zawartych w cyklu **IF = 5,21**.

Suma punktów MNiSW artykułów zawartych w cyklu - **143**.

c) omówienie celu naukowego ww. prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania:

Cykl zawierający osiągnięcie naukowe składa się z sześciu artykułów, których wspólnym tematem jest mechanika ciał afinicznie sztywnych i ich możliwe zastosowania w mechanice ośrodków ze strukturą na poziomie mikro i nano. Mając na uwadze, że w tej skali opis obiektów umiejscowiony jest na styku dwóch teorii zarówno klasycznej, jak i kwantowej, cykl zawiera prace z obu dziedzin z przewagą opisu kwantowego, który jest głównym nurtem przedstawionego cyklu. Punktem wyjścia badań są prace dotyczące klasycznych i kwantowych układów z kolektywnymi i wewnętrznymi stopniami swobody rządzonymi przez grupę afiniczną i inne grupy przekształceń ściśle związane z geometrią przestrzeni fizycznej. Prekursorem tych badań był profesor dr hab. Jan Jerzy Sławianowski [31-40]. Przyjęła się przez niego po raz pierwszy zastosowana nazwa „ciała afinicznie sztywne". Należy tu nadmienić prace H. Cohena i R. G. Muncastera, którzy bazując na nomenklaturze i idei profesora Sławianowskiego nazwali ten formalizm mechaniką „ciała pseudo-sztywnego" [11-14].

2. Cele naukowe:

A. Sformułować kwantowe odpowiedniki klasycznych modeli afinicznych wzajemnego oddziaływania pomiędzy rotacyjnymi i deformacyjnymi stopniami swobody (np. wzbudzenia wewnętrznych stopni swobody takich obiektów wielocząstkowych, jak molekuły, fulereny, jądra atomowe, itd.) z wykorzystaniem biegunowego oraz dwubiegunowego rozkładu dla macierzy konfiguracji oraz Schrödingerowskiej procedury kwantyzacji i twierdzenia Petera-Weyla o reprezentacjach nieprzywiedlnych;

B. Przeanalizować modyfikację powyższego schematu kwantyzacji modeli afinicznych na przypadek, gdy przestrzeń materialna ma mniejszy wymiar niż przestrzeń fizyczna (np. dwuwymiarowy dysk materialny, który może się deformować jednorodnie, zanurzony w trójwymiarowej przestrzeni fizycznej), inaczej mówiąc, na przypadek ciał jednorodnie deformowalnych (afinicznie sztywnych) w zdegenerowanym wymiarze (np. bez grubości, tzn. gdy grubość takiego ciała afinicznego jest infinitezymalnie mała);

C. Opracować wersję kwantową opisu pojedynczego ciała lub układu infinitezymalnych ciał deformowalnych jednorodnie (afinicznie sztywnych) poruszających się w dwuwymiarowej rozmaitości oraz zilustrować ogólny schemat postępowania na przykładzie takich rozmaitości algebraicznych, jak rozmaitości o stałej krzywiźnie (dwuwymiarowa sfera lub pseudo-sfera, tzn. przestrzeń Łobaczewskiego) oraz dwuwymiarowy torus.

3. Wprowadzenie

Idea ośrodków z mikrostrukturą sięga teorii nieskończonego ośrodka braci Cosseratów. Ich model mikropolarny składał się z kontinuum małych sztywnych żyroskopów [16]. Eringen zmodyfikował ten model, wprowadzając jednorodne afiniczne deformacje jako dodatkowe mody mikrostrukturalne [16, 17, 18]. Ośrodkiem mikromorficznym Eringena jest kontinuum nieskończenie małych jednorodnie deformowalnych żyroskopów. Model ciał deformowalnych jednorodnie jest z jednej strony najprostszym skończenie-wymiarowym wzbogaceniem dynamiki ciała sztywnego w zwykłym metrycznym sensie, z drugiej zaś strony jest najprostszym skończenie-wymiarowym odpowiednikiem modelu Arnolda dla cieczy idealnych nieściśliwych (traktowanych jako układ Hamiltonowski na nieskończenie wymiarowej grupie dyfeomorfizmów zachowujących objętość) [2].

Niezależnie od swych zastosowań w dziedzinie kontinuów z mikrostrukturą, model ciał deformowalnych jednorodnie miał bardzo szeroki zakres realizacji fizycznych, chociażby w makroskopowej teorii sprężystości, dynamice molekularnej, dynamice jądra atomowego i w zupełnie przeciwstawnej skali – w geofizyce i astrofizyce (kształt Ziemi, drgania gwiazd i obłoków materii międzygwiazdowej, itp.) [4,10]. W późniejszych pracach model ten był analizowany w kontekście klasycznych i kwantowych układów całkowalnych [9,15]. Modele te zakładały kinematykę opartą na grupie afinicznej, jednak dynamika nie była niezmiennicza względem pełnej grupy afinicznej. W zastosowaniach mikrofizycznych, np. w dynamice jądrowej (prace A. Bohra i B. A. Mottelsona na temat kropelkowego modelu jądra atomu [5]) molekularnej (prace J. C. Slatera [29,30]), do opisu wibracji molekularnych, kiedy długość wzbudzonych fal jest porównywalna z rozmiarami ciał, itd.

W pracach [33, 34] opracowane zostały modele pojedynczego obiektu o afinicznie niezmienniczej dynamice. Okazało się, że w ramach takich modeli możliwe jest zakodowanie dynamiki silnie nieliniowych drgań sprężystych w samej formie energii kinetycznej, tzn. bez użycia potencjału, a więc używając jedynie modeli czysto geodezyjnych, niezmienniczych afinicznie w przestrzeni, w ciele (w przestrzeni materialnej), lub w obydwu jednocześnie.

Opracowanie takich modeli pozwoliło na efektywne użycie w pełnym sensie skutecznych technik matematycznych, opartych na dynamice lewo- lub prawo- lub dwustronnie niezmienniczych układów Hamiltonowskich na grupach Liego (kanonicznym przykładem tych ostatnich jest bryła sztywna lub, w przypadku nieskończenie-wymiarowym, ciecz idealna nieściśliwa).

Otrzymane rezultaty dotyczyły pojedynczego obiektu o afinicznych stopniach swobody oraz takich zagadnień, w których można posługiwać się modelem niezależnie poruszających się obiektów posiadających obrotowe i deformacyjne stopnie swobody. Opracowano również modele układów wzajemnie oddziałujących ciał o afinicznych stopniach swobody. W tym wypadku wzięto pod uwagę sieć wzajemnych sprzężeń między obrotami i deformacjami jednorodnymi różnych ciał. Znajomość układu afinicznych i metrycznych niezmienników dla

EKo

układu wielu ciał pozwoliła skonstruować klasę modeli potencjałów wzajemnego oddziaływania, poddających się obróbce analitycznej a jednocześnie realistycznych z punktu widzenia fizyki i makroskopowych wymogów teorii sprężystości. Modele te można stosować w dynamice kryształów molekularnych, różnych struktur supramolekularnych, defektów, fullerenów, itp.

Zainteresowanie mechaniką ośrodków ze strukturą staje się coraz większe głównie w związku z opisem nanostruktur, struktur supramolekularnych i teorią defektów. Istnieją również zagadnienia, takie jak dynamika zawiesin, ruch pęcherzyków gazu w płynach o dużej lepkości i niektóre bardzo specyficzne modele, takie jak ośrodki kinetyczne, w których teoria ośrodków ze strukturą znalazła również zastosowanie [6, 7, 8, 9, 21]. We wszystkich tych problemach, jak również w teorii defektów i dynamice fullerenów, afiniczny model elementów mikro- i nano-strukturalnych jest dobrze uzasadniony zarówno z fizycznego, jak i geometrycznego punktu widzenia. Jest też kilka interesujących zagadnień, zupełnie nowych w porównaniu z tradycyjną mechaniką fenomenologiczną ośrodków ze strukturą. Po pierwsze, na poziomie klasycznym w dynamice silnie oddziałujących układów obiektów w nanoskali, tradycyjny schemat ruchu z więzami oparty na zasadzie d'Alemberta nie wydaje się już być wystarczający. Zamiast tego należy oprzeć dynamikę na pewnych modelach kolektywnych stopni swobody motywowanych odpowiednimi wymogami symetrii. Jak się okazało dynamika wewnętrznych i kolektywnych modów afinicznych może być również afinicznie niezmiennicza. W tradycyjnych teoriach, wywodzących się z zasady d'Alemberta, dynamika modów afinicznych jest niezmiennicza tylko względem grupy euklidesowej.

Fascynującą cechą naszych modeli kolektywnej dynamiki afinicznej jest ich niezwykle szeroki zakres zastosowań obejmujący dynamikę jądrową i molekularną, mechanikę ośrodków ciągłych z mikrostrukturą, nanostruktury i zjawiska defektów, elastyczność makroskopową oraz zjawiska astrofizyczne, takie jak drgania gwiazd i chmury kosmicznego pyłu. Oczywiście aplikacje mikrofizyczne muszą opierać się na kwantowej wersji teorii, wtedy też mamy do czynienia z bardzo ciekawym splotem teorii kwantowej z matematycznymi metodami mechaniki ośrodków ciągłych. Warto wspomnieć, że były nawet próby (przeprowadzone w szczególności przez Baruta i Rączkę [3]) opisania dynamiki silnie oddziałujących cząstek elementarnych (hadronów) w kategoriach swoistego, kwantowego ośrodka ciągłego.

Mając na uwadze zastosowania w mikro– i nanoskali, w szczególności w nano-mechanice zostały opracowane schematy kwantyzacji, które pozwolą nam na adaptację naszych dotychczasowych modeli klasycznych w nano- i mikro-skali, co jest konieczne w zakresie interesujących nas zjawisk. W porównaniu z tradycyjnymi modelami makroskopowymi w nanoskali należy poważnie wziąć pod uwagę tło kwantowe dynamiki. Z tego powodu został opracowany pewien schemat kwantyzacji, ale jednocześnie używa się pojęć pochodzenia makroskopowego, jak np. tensory deformacji, niezmienniki deformacji, itp.

4. Klasyczne wprowadzenie do mechaniki ciał afinicznie deformowalnych

Przed przeprowadzeniem procedury kwantyfikacji modelu klasycznego, należy wykonać pewne wstępne prace na poziomie jego klasycznej dynamiki hamiltonowskiej [1, 2, 31, 32].

Każdą konfigurację ciała sztywnego lub afinicznie sztywnego można otrzymać z pewnej konfiguracji uznanej za wyjściową (standardową) przez działanie elementu odpowiedniej grupy ruchów: grupy izometrii (ruchów Euklidesowych) w przypadku zwykłego ciała (metrycznie) sztywnego lub grupy ruchów afinicznych (w przypadku ciała afinicznie sztywnego). Z definicji, ciało sztywne jest takim agregatem punktów materialnych, w którym wszystkie relacje metryczne między elementami składowymi (odległości, kąty) są stałe podczas ruchu. Odpowiedzialna jest za to specyficzna struktura oddziaływań wewnętrznych formalnie opisywana przy pomocy odpowiednich sił reakcji nie wykonujących pracy na przemieszczeniach wirtualnych zgodnych z więzami. Głównym przedmiotem naszych zainteresowań jest ciało afinicznie sztywne, tj. takie, którego wszystkie relacje afiniczne między punktami są zachowane, natomiast odległości między punktami materialnymi nie są już stałe, a zachowany jest zbiór prostych materialnych, ich równoległość oraz proporcje odcinków na danej prostej materialnej. Mówiąc językiem mechaniki ośrodków ciągłych: ciało takie jest deformowalne jednorodnie.

Ciało afinicznie sztywne jest obiektem, którego właściwości umiejscowione są pomiędzy bryłą sztywną a ośrodkiem ciągłym. Elementy takiego ciała (fragmenty lub punkty materialne) przemieszczają się względem siebie zachowując wszystkie afiniczne relacje, takie jak kolinearność, wypukłość, barycentryczność i równoległość. Transformacja afiniczna obejmuje translacje, odbicia, ekspansje, kontrakcje, dylatacje, ścinanie, rotacje oraz dowolną ich kombinację. Podczas gdy transformacja afiniczna zachowuje stosunki długości odcinków, niekoniecznie zachowuje kąty i same długości. Każdy trójkąt może zostać przekształcony w dowolny inny trójkąt poprzez przekształcenie afiniczne, więc wszystkie trójkąty są afiniczne i, w tym sensie, afiniczność jest uogólnieniem przystawania i podobieństwa.

W mechanice ośrodków bez struktury przestrzeń konfiguracyjna może być identyfikowana z grupą Diff(n,R), tj. grupą (wystarczająco gładkich) dyfeomorfizmów R^n na siebie. Pamiętajmy, że zgodnie z naszymi konwencjami analitycznymi, zarówno przestrzeń fizyczna, jak i materialna są identyfikowane z R^n. Każdy dyfeomorfizm $\phi \in$ Diff(n,R) ustanawia wzajemne relacje między współrzędnymi Lagrange'a (materialnymi, współtowarzyszącymi) a^k i Eulera (fizycznymi, laboratoryjnymi) y^i. W ten sposób przestrzeń konfiguracyjna ciągłego ośrodka jest identyfikowana z nieskończenie wymiarową grupą Diff(n,R).

Oczywiście, grupa Diff(n,R) jest całkowicie nieefektywna i po prostu pozbawiona sensu jako przestrzeń konfiguracyjna wewnętrznych stopni swobody ciał ze strukturą. Z fizycznego i obliczeniowego punktu widzenia jest oczywiste, że należy użyć w tym wypadku pewnych geometrycznie dobrze uzasadnionych, skończenie wymiarowych podgrup $G \subset$ Diff(n,R),

Gnozko

a właściwie grup Liego lub ich przestrzeni jednorodnych działających w R^n. Najbardziej tradycyjnym typem jest G = SO(n,R), czyli model ciała sztywnego z wewnętrznymi stopniami swobody (np. obroty). Innym naturalnym modelem o większej liczbie stopni swobody jest model afinicznie sztywny G = $GL^+(n,R)$, czyli jednorodnie odkształcalne ciało lub cała niespójna grupa liniowa G = GL(n,R) z dopuszczalnymi odbiciami.

Koncentrujemy się na grupie liniowej, jako takiej, która rządzi stopniami swobody ruchu wewnętrznego/względnego, zatem jedynymi dopuszczalnymi modami ruchu są translacje przestrzenne, obroty i jednorodne deformacje. W pewnym sensie skupiamy się na dynamice grup Liego, opracowanej przez Arnolda, Marsdena, Hermanna i innych [2, 3, 22, 23]. Stopniami swobody rządzą grupy Liego GL(3; R), GAf(3; R), ale nie jest tak w przypadku Lagrangianów, metryk w przestrzeni konfiguracyjnej i równań ruchu. W pracy z układami z teorio-grupowymi stopniami swobody rozważa się lewo-, prawo- lub obustronnie niezmiennicze modele geodezyjne. Zdarza się dość często, że niektóre ścisłe rozwiązania można uzyskać analitycznie i wyrazić za pomocą odwzorowań wykładniczych na algebrach Liego lub za pomocą niektórych dobrze zbadanych funkcji specjalnych na grupach.

Inną bardzo interesującą i ważną cechą afinicznie niezmienniczych energii kinetycznych jest to, że mogą być one używane jako Lagrangiany opisujące dynamikę dużych izochorycznych drgań sprężystych sprzężonych z ruchem obrotowym. W takich modelach nie jest potrzebny żaden człon potencjalny i można wykorzystać wszystkie zalety niezmienniczych geodezyjnych układów dynamicznych na grupach Liego lub ich jednorodnych przestrzeniach [1, 2, 33, 34]. Idea kodowania dynamiki w odpowiednio dobranym tensorze metrycznym przestrzeni konfiguracyjnej przypomina zasadę wariacyjną Maupertuisa, jednak w naszych modelach wspomniane metryki są bardzo naturalne i wynikają z pewnych zasad opartych na ideach geometrycznych. Jeśli ciało jest ściśliwe, dylatacje muszą być poddane stabilizacji przez odpowiednio dobrany człon potencjalny zależny od czynnika dylatacyjnego, tj. wyznacznika macierzy odwzorowania przekształcenia afinicznego. Naturalne jest założenie czegoś takiego jak studnia potencjału lub inny model gwałtownie rosnący, gdy wyznacznik macierzy odwzorowania przekształcenia afinicznego odbiega od jedności.

Zwykle opis ciała afinicznego rozpatruje się w dwóch przestrzeniach. Zakładamy, że obie przestrzenie mają geometrię afiniczną. Tak więc, mamy przestrzeń afiniczną (M, V, →) z odpowiednimi strukturami afinicznymi, gdzie M jest przestrzenią fizyczną ("zmiennymi Eulera"), w której umieszczone jest nasze ciało, a V jest liniową przestrzenią translacji (przestrzenią wolnych wektorów) w M. Przestrzeń ta wyposażona jest w odwzorowanie →, które dowolnej parze punktów $a,b \in$ M przyporządkowuje wektor $\overrightarrow{ab} \in V$, czyli translację. Zwykle (ale nie zawsze) przestrzeń fizyczna M jest wyposażona w płaski tensor metryczny $g \in V^*\otimes V^*$, który sprawia, że przestrzeń afiniczna staje się przestrzenią euklidesową (M, V, →, g). Natomiast jeśli ponumerujemy każdy punkt materialny takiego ciała, to w wyniku otrzymamy przestrzeń afiniczną (N, U, →), gdzie N jest przestrzenią materialną takich etykiet ("zmienne Lagrange'a"), a U jest odpowiednią przestrzenią liniową translacji w N. Przestrzeń ta również wyposażona jest w odwzorowanie →, które dowolnej parze punktów a,b ∈ N

Eroztwo

przyporządkowuje wektor $\overrightarrow{ab} \in U$. Podobnie możemy również wprowadzić w przestrzeni materialnej N płaski tensor metryczny $\eta \in U^* \otimes U^*$, który sprawia, że przestrzeń afiniczna staje się przestrzenią euklidesową $(N, U, \rightarrow, \eta)$.

Koncentrujemy się głownie na modelu afinicznym, gdy $G = GL(n,R)$, tzn. grupa odwzorowań wewnętrznych/względnych składa się z odwzorowań liniowych, które opisują konfiguracje w taki sposób, że punkt materialny o współrzędnych Lagranżowskich a^k zajmuje pozycję przestrzenną o współrzędnych Eulerowskich y^i. Wyjaśniając ściślej, jeśli oznaczymy pozycję a-tego punktu materialnego w chwili czasu t przez $y(t,a)$, $y \in M$, $a \in N$ i odwzorowanie afiniczne z przestrzeni materialnej N do przestrzeni fizycznej M jest dane w następujący sposób:

$$y^i(t,a) = x^i(t) + \varphi^i{}_A(t)a^A,$$

gdzie $\varphi(t)$ jest liniową częścią odwzorowania afinicznego (φ jest nieosobliwą macierzą dla dowolnej chwili czasu t) i $x(t)$ jest wektorem wodzącym środka masy naszego ciała, jeśli w przestrzeni materialnej N położenie środka masy ustalimy jako $a^A = 0$.

Przestrzeń konfiguracyjna pojedynczego elementu konstrukcyjnego ośrodka jest identyfikowana z

$$Q = \mathrm{GAff}(n, R) = R^n \times_s GL(n, R) = Q_{tr} \times Q_{int},$$

Gdzie indeksy tr i int odnoszą się odpowiednio do ruchów translacyjnych (translacja przestrzenna) i wewnętrznych (rotacje i deformacje jednorodne) dla elementów z afinicznymi modami deformacji.

W dotychczasowych pracach przedstawiono dość wyczerpujące opisy podstaw geometrii różniczkowej naszych idei [33, 34]. Opieramy się głównie na opisie analitycznym, w którym przestrzenie fizyczne i materialne są identyfikowane z R^n przez wybór ortonormalnych współrzędnych kartezjańskich. W miarę możliwości pracujemy w nieokreślonym wymiarze n i tylko na końcowym etapie pracy uściślamy n do jego wartości fizycznej 3, 2 lub 1. Ta ogólność jest matematycznie wygodna i lepiej ujawnia pewne cechy strukturalne modelu, ukryte za określoną wartością n, ponadto sugerując nawet niektóre analityczne procedury rozwiązywania. Ciało, które rozważamy, składa się z elementów wykonujących ruch translacyjny w przestrzeni fizycznej R^n (fizycznie $n = 3, 2, 1$), a także pewny ruch wewnętrzny, który jest po prostu względnym ruchem mikroskładników; zaś translacyjne stopnie swobody R^n są przypisane do ich środków mas.

Oczywiście, w przypadku ciała afinicznie sztywnego operujemy standardowymi wielkościami zaczerpniętymi z mechaniki ośrodków ciągłych i mechaniki bryły sztywnej. Bezwładność zadana jest za pomocą masy oraz symetrycznego i dodatnio określonego tensora bezwładności drugiego rzędu. Miarami deformacji naszego ciała są tensory deformacji Greena i Cauchy'ego, przyjmujące wartości tensorów metrycznych, odpowiedniej przestrzeni fizycznej lub materialnej w przypadku braku odkształcenia, lub tensory Lagrange'a i Eulera, które zerują się w przypadku braku deformacji. Wprowadza się natomiast nową wielkość Ω, zwaną dalej

Głozko

prędkością afiniczną lub też, zgodnie z Eringenem, „żyracją", która jest odpowiednikiem prędkości kątowej dla bryły sztywnej. Natomiast, za pomocą przekształcenia Legendre'a można wprowadzić zmienne kanoniczne sprzężone z prędkością afiniczną w układzie materialnym i przestrzennym. Wielkości te są odpowiednio generatorami lewego i prawego działania grupy liniowej. Podwojoną antysymetryczną część zmiennych kanonicznych nazywamy spinem kanonicznym w układzie przestrzennym, natomiast w układzie materialnym wielkość tę nazywamy wirowością. Obie wielkości opisują ruch wewnętrzny ciała afinicznie sztywnego. W przeciwieństwie do prędkości afinicznych w obu układach, spin i wirowość nie są powiązane ze sobą za pomocą zmiennych konfiguracyjnych.

5. Ogólna procedura kwantyzacji ciał afinicznie deformowalnych

Mając na względzie aplikacje na poziomie mikro i nano skoncentrujemy się na procedurze kwantyzacji. Z tego powodu na poziomie klasycznym jesteśmy zainteresowani głównie modelami hamiltonowskimi. Podstawowym punktem wyjścia jest energia kinetyczna. Jeśli przyjmiemy, że mechanizm więzów afinicznych jest zgodny z zasadą d'Alemberta, to energia kinetyczna jest uzyskiwana przez ograniczenie pierwotnej wielocząstkowej energii kinetycznej do wiązki stycznej rozmaitości więzów. W praktyce ograniczamy się do modeli opartych na strukturach Riemanna w przestrzeni konfiguracyjnej i energiach kinetycznych kwadratowych w prędkościach. Wspomnijmy w związku z tym również o idei Capriza [6, 7, 8, 9] o energiach kinetycznych bardziej ogólnego typu, tj. nie kwadratowych. Takie modele pojawiają się w problemach relatywistycznych i mogą być użyteczne w skomplikowanych problemach teorii materii skondensowanej, dynamice defektów, itp. Jednak może być bardzo trudno użyć ich w problemach kwantyzacji, ponieważ wymagają one użycia operatorów pseudo-różniczkowych; może to być dość skomplikowane w zakrzywionych przestrzeniach konfiguracyjnych. Pozostajemy więc w tradycyjnej procedurze Schrödingera.

Pierwszym krokiem w kierunku kwantyzacji jest klasyczny formalizm kanoniczny [14]. Należy zacząć od transformacji Legendre'a, dla potencjalnych układów z Lagrangianami postaci:

$$L = T\left(x^i, \varphi^i_A; v^i, \dot{\varphi}^i_A\right) - V\left(x^i, \varphi^i_A\right),$$

gdzie po dokonaniu procedury otrzymujemy klasyczny Hamiltonian dany za pomocą pędów uogólnionych

$$\mathrm{H} = \mathcal{T}\left(x^i, \varphi^i_A; p_i, p^A_i\right) + \mathrm{V}\left(x^i, \varphi^i_A\right).$$

Formalizm kanoniczny jest bardzo wygodny i skuteczny w analizie klasycznych równań ruchu. Są one reprezentowane za pomocą nawiasów Poissona,

$$\frac{dF}{dt} = \{F, H\} = \frac{\partial F}{\partial q^i}\frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i}\frac{\partial H}{\partial q^i}.$$

Ellorko

Aby skorzystać z tego wyrażenia, należy ustanowić układ podstawowych nawiasów Poissona dla geometrycznie rozróżnialnych wielkości. Z reguły używa się wielkości takich, jak spiny kanoniczne Σ, $\hat{\Sigma}$, ponieważ są to Hamiltonowskie generatory lewych i prawych translacji regularnych względem grupy GL(n, R), dlatego ich nawiasy Poissona są określane przez stałe strukturalne tej grupy (a wzajemne nawiasy Poissona między Σ i wielkościami $\hat{\Sigma}$ znikają, ponieważ lewe translacje komutują z prawymi). Inne ważne nawiasy Poissona to te między wielkościami Σ, $\hat{\Sigma}$ i funkcjami zależnymi tylko od współrzędnych uogólnionych (x_i, φ^i_A). Obliczenie takiego nawiasu jest identyczne z działaniem na funkcje konfiguracyjne operatorów różniczkowych pierwszego rzędu, generujących lewe i prawe translacje regularne w GL(n, R).

Kwantowa teoria sformułowana jest na przestrzeniach Hilberta $L^2(Q,\nu)$ funkcji całkowalnych z kwadratem, na odpowiedniej przestrzeni konfiguracyjnej ruchu wewnętrznego Q i odpowiedniej mierze ν. Ich elementy, tj. funkcje falowe, są złożonymi amplitudami prawdopodobieństwa znalezienia układu w danej konfiguracji klasycznej. Klasyczne wielkości, zależne tylko od zmiennych konfiguracyjnych, są reprezentowane w tych przestrzeniach jako operatory mnożenia przez funkcje o wartościach rzeczywistych, w szczególności przez współrzędne takie jak x^i, $\varphi^j{}_A$, itp. Zgodnie z ogólnymi zasadami mechaniki kwantowej, wszystkie inne wielkości są również reprezentowane przez hermitowskie lub formalnie hermitowskie (symetryczne w gęstych dziedzinach) operatory w przestrzeniach Hilberta. Zwykle pojawiają się problemy z uporządkowaniem operatorów nie-komutujących, jednak w zastosowaniach dynamicznych, gdy konstruowane są operatory hamiltonowskie, zwykle zajmujemy się pewnymi specjalnymi wielkościami fizycznymi o dobrze zdefiniowanej interpretacji geometrycznej. Z reguły są to generatory grup symetrii leżących u podstaw problemu. W naszych modelach są to: spin afiniczny zarówno w przestrzennej, jak i współtowarzyszącej reprezentacji, tzn. zwykły metryczny spin i wirowość, itd.

Główną zaletą metod hamiltonowskich jest jednak to, że zapewniają one bezpośrednią drogę do kwantyzacji, jeżeli nie ma członów mieszanych, tzn. członów pozadiagonalych w metryce problemu.

Kwantowy operator Hamiltona ma postać:

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} + \mathbf{V},$$

gdzie **T** jest operatorem energii kinetycznej, a **V** jest operatorem potencjalnym; zazwyczaj nie rozróżnia się graficznie funkcji V od operatora **V**, który mnoży funkcję falową Ψ przez V [28].

W zwykłych problemach strukturalnych, dynamika kwantowa sprowadza się do stacjonarnego równania Schrödingera, tj. do problemu energii własnej:

$$\mathbf{H}\Psi = E\Psi.$$

Widzimy, że skonstruowanie kinetycznego operatora energii **T** jest kluczowym etapem procedury kwantyzacji. Można to zrobić na podstawie klasycznych wyrażeń energii kinetycznej w kategoriach zmiennych kanonicznych przestrzeni fazowej, należy po prostu algebraicznie zastąpić operatorami odpowiadające im klasyczne wyrażenia. Ze względu na geometryczne

ERozlw

znaczenie tych wielkości jako generatorów naturalnych grup transformacji, nie ma problemu z uporządkowaniem operatorów. Jedynym punktem, na który należy uważać, jest punkt dotyczący miar używanych w przestrzeniach konfiguracyjnych podczas definiowania przestrzeni Hilberta L^2. W modelach afinicznych miary Haara α, λ, jako niezmiennicze względem lewych i prawych translacji grupowych, są bardziej naturalne niż miary Lebesgue'a, a często używa się czysto różniczkowych operatorów pędu liniowego oraz spinu afinicznego w reprezentacjach przestrzennych i współtowarzyszących.

Kwantowy operator energii kinetycznej

$$T = -\frac{\hbar^2}{2}\Delta(\Gamma),$$

gdzie Δ oznacza operator Laplace'a-Beltramiego, a Γ jest metryką leżącą u podstaw klasycznej energii kinetycznej:

$$T = \frac{1}{2}\Gamma_{\mu\nu}\frac{dq^{\mu}}{dt}\frac{dq^{\nu}}{dt}.$$

Operator Laplace'a-Beltramiego ma postać:

$$\Delta\Psi = \sum_{\mu\nu}\frac{1}{\sqrt{|\Gamma|}}\frac{\partial}{\partial q^{\mu}}\left(\sqrt{|\Gamma|}\Gamma^{\mu\nu}\frac{\partial\Psi}{\partial q^{\nu}}\right),$$

gdzie $|\Gamma| = |det[\Gamma_{\mu\nu}]|$.

Dosłownie wykonane obliczenia operatorów Laplace'a-Beltramiego są zwykle bardzo trudne, a wynik jest raczej nieczytelny. O wiele wygodniej jest użyć bezpośrednio kwantowych operatorów dla hamiltonianów w oparciu o klasyczne wyrażenia dla kinetycznych hamiltonianów. Możemy łatwo zdefiniować takie operatory kwantowe reprezentujące odpowiednie wielkości fizyczne [45,46].

Podczas rozwiązywania konkretnego problemu należy użyć dogodnych współrzędnych. Wygodnym wyborem jest taki, który opiera się na biegunowym lub dwubiegunowych rozkładzie parametryzującym odwzorowanie afiniczne φ:

$$\varphi = UA = BU = LDR^{-1} = LDR^{T},$$

gdzie $\varphi \in GL^{+}(n,R)$, $U, L, R \in SO(n,R)$ (ortogonalne), A, $B = UAU^{-1}$ są symetryczne i dodatnio określone, oraz D jest diagonalna i dodatnia. Macierze R, L, U opisują fikcyjne ciała sztywne związane z afinicznymi stopniami swobody. Elementy L, R w zastosowaniach parametryzuje się przy pomocy naturalnych współrzędnych na grupie obrotów, np. w trzech wymiarach może to być wektor obrotu, kąty Eulera, itd. Parametrami dla D są niezmienniki deformacji.

W oparciu o teorio-grupową strukturę problemu możemy dokonać zastąpienia klasycznych spinów afinicznych za pomocą ich kwantowych operatorów generujących prawe obroty (materialne) wielkości L– lewego członu w rozkładzie dwubiegunowym. Natomiast klasyczny pęd kanoniczny zastąpiony jest przez operator różniczkowy

$$p_i = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x^i}.$$

Przestrzenie Hilberta mogą być konstruowane bez obliczania skomplikowanych wyrażeń współrzędnych dla tensorów metrycznych Γ i ich gęstości. Mianowicie, nasze przestrzenie konfiguracyjne mogą być w pewnym sensie utożsamiane z grupami Liego (dokładniej ich przestrzeniami grupowymi), dlatego możemy po prostu użyć miar Haara, które są dobrze znane dla grup Liego i dane przez proste wyrażenia. Zazwyczaj mamy do czynienia z miarami lewo i prawo niezmienniczymi, zatem odpowiednie miary Γ są również niezmiennicze i po prostu pokrywają się z niezmienniczymi miarami Haara, ponieważ te ostatnie są unikalne (modulo normalizacja).

Gdy ciało jest izotropowe, a energia potencjalna zależy tylko od niezmienników deformacji, wówczas procedura rozwiązywania równania Schrödingera może być częściowo zalgebraizowana. Według twierdzenia Petera-Weyla [45], funkcje na grupach zwartych mogą być rozwinięte w odniesieniu do elementów macierzowych reprezentacji nieprzywiedlnych [19]. Zgodnie z tym twierdzeniem funkcje falowe mogą być rozwinięte w szereg względem zmiennych (L,R) rozkładu dwu-biegunowego w odniesieniu do elementów macierzowych nieredukowalnych reprezentacji unitarnych grupy ortogonalnej SO(n,R). Ich współczynniki rozwinięcia są wtedy funkcjami niezmienników deformacji. Dla ogólnej wielkości *n*, $N(\alpha)\times N(\alpha)$ i $N(\beta)\times N(\beta)$ oznaczają wymiary macierzy kwadratowych $D(\alpha)$, $D(\beta)$ reprezentujących elementy G w obrębie α-tej i β-tej klasy reprezentacji nieprzywiedlnych. Niech Θ oznacza zbiór wszystkich tych klas (oczywiście mamy na myśli klasy wzajemnie nierównoważnych reprezentacji), wtedy każda funkcja w GL(n, R) ≈ LI(U, V) może być jednoznacznie rozwinięta w następujący sposób:

$$\Psi(\varphi) = \Psi(L, D, R) = \sum_{\alpha\beta\in\Theta}\ \sum_{m,n=1}^{N(\alpha)}\ \sum_{k,l=1}^{N(\beta)} D^{\alpha}_{mn}(L) f^{\alpha\beta}_{nk|ml}(D) D^{\beta}_{kl}(R^{-1}).$$

Amplitudy macierzowe współczynników rozwinięcia $f^{\alpha\beta}_{nk|ml}$ nie zależą od macierzy L i R rozkładu dwubiegunowego, ale zależą od niezmienników deformacji, zadanych w macierzy D.

Jeśli więc mamy kwantowy Hamiltonian:

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} + V,$$

to stacjonarne równanie Schrödingera

$$\mathbf{H}\Psi = E\Psi$$

sprowadza się do rodziny niezależnych równań na amplitudy macierzowe. Otrzymaliśmy w ten sposób zredukowane równanie Schrödingera na układ amplitud zależnych od niezmienników deformacji.

<u>Literatura:</u>

[1] Abraham, R. and Marsden, J.E., *Foundations of Mechanics* (2nd ed.), The Benjamin-Cummings Publishing Company, London-Amsterdam-Sydney-Tokyo, 1978;

Gołubowska

[2] Arnold V., *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer–Verlag, New York, 1978;

[3] Barut A. O., Rączka R., *Theory of Group Representations and Applications*, PWN - Polish Scientific Publishers, Warsaw, 1977;

[4] Bogoyavlensky O. I., *Methods of Qualitative Theory of Dynamical Systems in Astrophysics and Gas Dynamics*, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1985;

[5] Bohr A., Mottelson B. A., *Nuclear Structure*, Vol. II, W. A. Benjamin, Reading, Mass., 1975;

[6] Capriz, G., *Continua with Microstructure*, Springer Tracts in Natural Philosophy, vol. 35, Springer-Verlag, New York-Berlin-Heidelberg-ParisTokyo, 1989;

[7] Capriz, G., *Continua with Substructure*, Phys. Mesomech. 3, pp. 5–14, pp. 37–50, 2000;

[8] Capriz, G., Mariano, P.M., *Balance at a Junction among Coherent Interfaces in Materials with Substructure*, in: Capriz, G. and Mariano, P.M. (eds), Advances in Multifield Theories of Materials with Substructure, Birkhäuser, Basel, 2003;

[9] Capriz, G., Mariano, P.M., *Symmetries and Hamiltonian Formalism for Complex Materials*, Journal of Elasticity 72, pp. 57–70, 2003;

[10] Chandrasekhar S., *Ellipsoidal Figures of Equillibrium*, Yale University Press, New Haven-London, 1969;

[11] Cohen H., *Pseudo-Rigid Bodies*, Utilitas Math. 20, pp. 221-247, 1981;

[12] Cohen H., Mac Sithigh G. P., Plane Motions of Elastic Pseudo-Rigid Bodies, Journal of Elasticity 21, pp. 193-226, 1989;

[13] Cohen H., Muncaster R. G., *The Dynamics of Pseudo-Rigid Bodies: General Structure and Exact Solutions*, Journal of Elasticity 14, 127-154, 1984,

[14] Cohen H., Muncaster M. G., *The Theory of Pseudo-Rigid Bodies*, Springer Tracts in Natural Philosophy, Springer, Berlin, 1989;

[15] Cosserat E., Cosserat F., *Theorie des corps deformables*, in: Khvol'son, O.D., Traite de physique, translation by Davaux, E. (2nd ed.), vol. 2, Hermann&Cie, Paris, pp. 953–1173, 1909;

[16] Eringen A.C., *Mechanics of Micromorphic Continua*, in: Proceedings of the IUTAM Symposium on Mechanics of Generalized Continua, Frendestand and Stuttgart, 1967, Ed: E. Kröner, Vol. 18, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, pp. 18–33, 1968;

[17] Eringen A.C., *Continuum Physics*, Academic Press, Vol. I, 1971; Vol. II, 1975;

[18] Landau L.D., Lifshitz E.M., *Quantum Mechanics*, Pergamon Press, London, 1958;

[19] Loomis L.H., *An Introduction to Abstract Harmonic Analysis*, D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton-New Jersey-Toronto-London-New York, 1963;

[20] Mackey, G.W., *The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Benjamin, New York, 1963;

[21] Mariano, P.M., *Multifield Theories in Mechanics of Solids*, Adv. Appl. Mech., Vol. 38, pp. 1–93, 2001;

[22] Marsden J.E., *Lectures on Geometric Methods in Mathematical Physics*, SIAM, Philadelphia, 1981;

[23] Marsden J.E., Ratiu T., *Introduction to Mechanics and Symmetry. A Basic Exposition of Classical Mechanical Systems* (2nd edition), Springer-Verlag, New York, 1999;

[24] Nardinocchi P., Teresi L., Tiero A., *A Direct Theory of Affine Bodies*, International Journal of Engineering Science, Vol. 38, pp. 865-878, 2000;

[25] Nardinocchi P., Teresi L., Tiero A., *A Direct Theory of Affine Rods*, European Journal of Mechanics A – Solids, Vol. 21, pp. 653-667, 2002;

[26] Papadopoulos P., *On a Class of Higher-Order Pseudo-Rigid Bodies*, Math. Mech. Solids 6, 631-640, 2001;

[27] Pauli W., *Uber ein Kriterium f¨ur Ein- oder Zweiwertigkeit der Eigenfunktionen in der Wellenmechanik*, Helvetica Physica Acta, Vol. 12, pp. 147–168, 1939;

[28] Reiss J., *Single-valued and multi-valued Schrödinger wave functions*, Helvetica Physica Acta, Vol. 45, pp. 1066–1073, 1972;

[29] Slater J. C., *Quantum Theory of Matter* (2nd edition), McGraw-Hill Company, New York, 1968;

[30] Slater J. C., *Quantum Theory of Molecules and Solids*. Vol. 1. Electronic Structure of Molecules, McGraw-Hill Company, New York, 1974;

[31] Sławianowski, J. J., *The Mechanics of an Affinely-Rigid Body*, Int. J. of Theor. Phys., Vol. 12, no. 4, pp. 271-296, 1975;

[32] Sławianowski, J. J., *Analytical Mechanics of Deformable Bodies*, PWN - Polish Scientific Publishers, Warszawa-Poznań, 1982 (po polsku);

[33] Sławianowski, J.J., Kovalchuk, V., Sławianowska, A., Gołubowska, B., Martens, A., Rożko, E.E. and Zawistowski, Z.J., *Affine Symmetry in Mechanics of Collective and Internal Modes. Part I. Classical Models*, Rep. Math. Phys., Vol. 54, no. 3, pp. 373–427, 2004;

[34] Sławianowski, J.J., Kovalchuk, V., Sławianowska, A., Gołubowska, B., Martens, A., Rożko, E.E. and Zawistowski, Z.J., *Affine Symmetry in Mechanics of Collective and Internal Modes. Part II. Quantum Models*, Rep. Math. Phys. Vol. 55, no. 1, pp. 1–45, 2005;

[35] Sławianowski J.J., *Quantization of affine bodies: theory and applications in mechanics of structured media*, in: Material Substructures in Complex Bodies. From Atomic Level to Continuum, Gianfranco Capriz and Paolo Maria Mariano (Eds), Elsevier, Amsterdam-Heidelberg-London, 2007, pp. 80–162

[36] Sławianowski J.J., *Order of time derivatives in quantum-mechanical equations, in: Measurements in Quantum Mechanics*, Professor M. R. Pahlavani (Ed.), InTech, Rijeka, pp. 57–74, 2012;

[37] Sławianowski J. J., *Quantum and Classical Models Based on GL(n, R)-Symmetry*, in: Proc. of the Second International Symposium on Quantum Theory and Symmetries, Krak6w, Poland, July 18-21,2001, E. Kapuśnik and A. Horzela (eds.), World Scientific, New Jersey-London-Singapore-Hong Kong, pp. 582-588, 2002;

[38] Sławianowski J. J., *Classical and Quantum Collective Dynamics of Deformable Objects. Symmetry and Integrability Problems*, in: Proc. of the Fifth International Conference on Geometry, Integrability and Quantization, June 5-12, 2003, Varna, Bulgaria, Ivailo M. Mladenov and Allen C. Hirshfeld (eds.), SOFTEX, Sofia, pp. 81-108, 2004;

[39] Sławianowski J. J., J. Nonlin. Math. Phys 11, Supplement, pp. 130-137, 2004;

[40] Sławianowski J. J., Kovalchuk V., J. Nonlin. Math. Phys 11, Supplement, pp. 157-166, 2004;

[41] Steigmann D. J., *On Pseudo-Rigid Bodies*, Proc. R. Soc. A 462, pp. 559-565, 2006;

[42] Roberts M., Wulff C., Lamb J., *Hamiltonian Systems Near Relative Equilibria*, J. of Diff. Equations 179, 562-604, 2002;

[43] Wulff C., Roberts M., *Hamiltonian Systems Near Relative Periodic Orbits*, SIAM J. of Dynamical Systems 1, no. 1, pp. 1-43,

[44] Weyl H., *The Theory of Groups and Quantum Mechanics*, Dover, New York, 1931;

[45] Wigner E.P., *Gruppentheorie und Ihre Anwendung auf die Quantemechanik der Atomspektren*, F. Viewag und Sohn, Braunschweig, 1931 (eng. translation by J.J. Griffin, Academic Press, New York, 1959);

[46] Wigner E.P., *On the matrices which reduce the Kronecker products of representations of S.R. Groups, in: Quantum Theory of Angular Momentum*, L.C. Biedenharn and H. van Dam (Eds), Academic Press, New York, 1965;

[47] Yavari A., Marsden J.E., Rep. Math. Phys. 63, 1, 2009.

6. Omówienie realizacji celów badawczych:

Cel 1.: Sformułować kwantowe odpowiedniki klasycznych modeli afinicznych wzajemnego oddziaływania pomiędzy rotacyjnymi i deformacyjnymi stopniami swobody (np. wzbudzenia wewnętrznych stopni swobody takich obiektów wielocząstkowych, jak molekuły, fulereny, jądra atomowe, itd.) z wykorzystaniem biegunowego oraz dwubiegunowego rozkładu dla macierzy konfiguracji oraz Schrödingerowskiej procedury kwantyzacji i twierdzenia Petera-Weyla o reprezentacjach nieprzywiedlnych,

W pracy [A3] został zawarty klasyczny opis struktur geometrycznych leżących u podstaw mechaniki analitycznej układów ciał afinicznych, które stanowią strukturę ośrodka ciągłego. Szczegółowo przedyskutowano analizę algebraiczną i geometryczną tensorów wzajemnego odkształcenia i ich niezmienniki. Omówiono problemy niezmienniczości afinicznej i jej wzajemnego oddziaływania ze zwykłą niezmienniczością euklidesową.

EPołtko

Przedstawiono modele, w których dynamika drgań sprężystych jest zakodowana nie tylko w energii potencjalnej, ale także w odpowiednio wybranych modelach energii kinetycznej (za pomocą tensora metrycznego na przestrzeni konfiguracyjnej), podobnie jak w zasadzie Maupertuisa. Modele takie mogą być stosowane w strukturalnych ośrodkach dyskretnych, kryształach molekularnych, fullerenach, a nawet w opisie obiektów astrofizycznych.

Została przeanalizowana mechanika układów ciał afinicznie sztywnych, tj. ciał sztywnych w sensie geometrii afinicznej [A3]. Szczególnie interesujące okazały się modele dynamiczne niezmiennicze względem grupy leżącej u podłoża geometrii stopni swobody, a co za tym idzie interesujące i z punktu widzenia kwantowego. W przeciwieństwie do przypadku pojedynczego ciała, istnieje nietrywialny niezmienniczy potencjał względem tej grupy (lewego i prawego działania). Omówiono pojęcie względnych (wzajemnych) tensorów deformacji par ciał afinicznych. Skonstruowano niezmienniki skalarne zbudowane z takich tensorów. Istotną nowością jest, w porównaniu ze skalarami deformacji pojedynczych ciał afinicznych, istnienie wzajemnie niezmienniczych skalarów wzajemnych deformacji. Można zatem rozważyć hierarchię modeli interakcji według ich grup niezmienniczości, od euklidesowej do afinicznej.

Omówiono hierarchię wielkości dynamicznych opisujących układy ciał afinicznych pod względem niezmienniczości afinicznej. Skonstruowane przez nas afiniczne i metryczne skalary niezmienników par ciał afinicznych są rozważane jako argumenty potencjałów binarnych opisujących oddziaływania w układach ciał afinicznych, tj. w ośrodkach z mikrostrukturą. Skalary takie istnieją tylko dla układów ciał afinicznych. Afinicznie niezmiennicze energie kinetyczne są dobrze zdefiniowane zarówno dla pojedynczych ciał, jak i dla ich układów. Dla układów ciał mamy addytywne lub binarne postaci energii, gdy występuje żyroskopowe sprzężenie wewnętrznych prędkości (kątowych lub afinicznych). Wyrażenia binarne na energię kinetyczną są otrzymane jako polaryzacja cząstkowych form kwadratowych dla pojedynczych ciał afinicznych.

W pracy [A2] omówiono strukturę wzbudzeń klasycznych i kwantowych wewnętrznych stopni swobody obiektów wielocząstkowych, takich jak cząsteczki, fullereny, jądra atomowe itp. W oparciu o pewne właściwości niezmienniczości względem działania izometrycznych i afinicznych transformacji dokonaliśmy przeglądu niektórych nowych modeli wzajemnego oddziaływania między obrotowymi i deformacyjnymi stopniami swobody. Nasza metodologia i niektóre wyniki mogą być przydatne w teorii rozpraszania Ramanowskiego i promieniowania jądrowego.

Punktem wyjścia była analiza drgań sprężystych obiektów na poziomie mikro i nano, mających jako dopuszczalne mody ruchu obroty sztywne i deformacje jednorodne. Fizycznie mamy na myśli molekuły, różne obiekty supramolekularne, fullereny, itp. Szczególny nacisk położony został na układy obiektów takich jak kryształy molekularne. Ze względu na fundamentalny poziom zjawisk rozpatrywano kwantową wersję modelu. Szczególnie dokładnie zbadano modele dynamiczne niezmiennicze względem grupy afinicznej, w tym takie, w których dynamika była całkowicie lub częściowo zakodowana w afinicznie niezmienniczej energii kinetycznej. Znaleziono wyrażenia opisujące rozszczepienie poziomów energetycznych w wyniku oddziaływania między obrotowymi i deformacyjnymi stopniami swobody, które powinno przejawiać się w widmie rozpraszania Ramanowskiego. Model ten można rozpatrywać jako jeden z możliwych kolektywnych modeli drgań materii jądrowej. Ciekawa, pouczająca i dająca wiele do myślenia jest możliwość skutecznego zastosowania na poziomie fundamentalnych zjawisk kwantowych wyżej wymienionych na pozór tradycyjnie wyglądających modeli, utrzymanych w duchu klasycznej mechaniki kontinuum. To samo dotyczy skuteczności, a więc też głębokiego związku z rzeczywistością, metod teorii grup i geometrii różniczkowej.

W artykule [A6] omówiono procedurę kwantyzacji (opartą na wyżej omówionym schemacie Schrödingera) dla afinicznie sztywnego (jednorodnie odkształcalnego) ruchu, w którym przestrzeń konfiguracyjna układu hamiltonowskiego może być reprezentowana jako grupa Liego (przypomnijmy, że dla ciała afinicznie sztywnego, jest to iloczyn półprosty grupy liniowej GL(n, R) i przestrzeni translacji R^n w przestrzeni fizycznej M). W szczególności omawiamy problem niezmienniczości dynamicznej energii kinetycznej nie tylko względem podgrupy izometrii, ale też względem działania całej grupy afinicznej, Został przeanalizowany ogólny schemat kwantyzacji ciała afinicznie sztywnego w *n* wymiarach. Biorąc pod uwagę, że grupa GL(n,R) nie jest zwarta, bazujemy na rozkładzie dwu-biegunowym macierzy konfiguracji wewnętrznej φ oraz na teorii Petera-Weyla uogólnionych szeregów Fouriera na grupach Liego. Wykorzystujemy zwarte czynniki rozkładu dwubiegunowego grup SO(n,R) do rozwinięcia funkcji falowej na elementy macierzowe reprezentacji nieprzywiedlnych.

Sprecyzowaliśmy nasze ogólne rozważania w *n* wymiarach do 3-wymiarowego przypadku fizycznego, w którym macierze anty-symetryczne można wyrazić w kategoriach wektorów rotacji. Przeanalizowaliśmy również szczególny przypadek 2-wymiarowy. W tym przypadku widać wyraźnie, że geodezyjne niezmiennicze modele na grupie SL(n,R) mogą opisywać niektóre drgania sprężyste. W tym przypadku ulokowanie ostrego progu między skończonymi wibracjami a ruchem nieskończonej ucieczki jest uwarunkowane zależnością między spinem a wirowością. Oczywiście, dla geodezyjnie niezmienniczych modeli na grupie GL(n,R), aby uzyskać ten sam obraz jakościowy, należy wprowadzić pewien potencjał stabilizujący dylatacje.

Cel 2.: <u>Przeanalizować modyfikację powyższego schematu kwantyzacji modeli afinicznych na przypadek, gdy przestrzeń materialna ma mniejszy wymiar niż przestrzeń fizyczna (np. dwuwymiarowy dysk materialny, który może się deformować jednorodnie, zanurzony w trójwymiarowej przestrzeni fizycznej), inaczej mówiąc, na przypadek ciał jednorodnie deformowalnych (afinicznie sztywnych) w zdegenerowanym wymiarze (np. bez grubości, tzn. gdy grubość takiego ciała afinicznego jest infinitezymalnie mała).</u>

W pracy [A1] sformułowano kwantowy model klasycznego pojedynczego ciała afinicznie sztywnego o zdegenerowanym wymiarze, tzn. dwu-wymiarowego ciała zanurzonego w przestrzeni fizycznej 3-wymiarowj. Przestrzenią konfiguracyjną takiego obiektu jest rozmaitość iniekcji z przestrzeni materialnej do przestrzeni fizycznej. Rozpatrywano modele

EMoZło

fizyczne w 2 i 3-wymiarach, ze szczególnym uwzględnieniem modeli dynamicznych izotropowych w obu przestrzeniach, zarówno materialnej jak i fizycznej. W przypadku gdy wymiary przestrzeni nie są sobie równe, przestrzeń konfiguracyjna nie może być identyfikowana z grupą afiniczną, ale z jej przestrzenią jednorodną. Ze względu na nasze zainteresowanie problemami podwójnie izotropowymi używamy zmodyfikowanego dwubiegunowego rozkładu dla odwzorowania afinicznego.

Rozpracowano model kwantowy oparty na Schrödingerowskiej kwantyzacji w języku funkcji falowych na odpowiedniej grupie obrotów. W wyniku przeprowadzenia procedury opisanej powyżej uzyskano rodzinę zredukowanych równań Schrödingera dla układu amplitud macierzowych $f^{j,k}(\lambda,\mu)$ zależnych tylko od niezmienników deformacji. W ten sposób liczba stopni swobody ruchu wewnętrznego naszego modelu jest skutecznie zmniejszona z sześciu do dwóch. Wprawdzie otrzymujemy układ równań Schrödingera dla złożonych amplitud wieloskładnikowych, jednak w zależności tylko od dwóch zmiennych. Podobnie, w przypadku pełnego problemu trójwymiarowego, można zmniejszyć liczbę zmiennych niezależnych z dziewięciu do trzech. Niemniej jednak równania pozostają nadal dość skomplikowane, więc wydaje się niemożliwe, aby przejść dalej z separacją zmiennych. Powodem wspomnianych nierozdzielności jest to, że grupa SO(3,R) jest prosta.

Powyższy model może służyć do opisu dwuwymiarowych zagadnień z mikrostrukturą, takich jak np. zjawiska powierzchniowe w ciałach z mikrostrukturą lub zagadnień związanych z układami płaskich, „dysko-podobnych" molekuł lub ziaren jako obiektów struktury.

Cel 3. opracować wersję kwantową opisu pojedynczego ciała lub układu infinitezymalnych ciał deformowalnych jednorodnie (afinicznie sztywnych) poruszających się w dwuwymiarowej rozmaitości oraz zilustrować ogólny schemat postępowania na przykładzie takich rozmaitości algebraicznych, jak rozmaitości o stałej krzywiźnie (dwuwymiarowa sfera lub pseudo-sfera, tzn. przestrzeń Łobaczewskiego) oraz dwuwymiarowy torus.

Dokonano opisu mechaniki punktów materialnych z wewnętrznymi stopniami swobody poruszających się w nie-Euklidesowych przestrzeniach. Został opracowany kwantowy model [A4, A5] ciała afinicznie sztywnego w zakrzywionych przestrzeniach i rozmaitościach o stałej krzywiźnie, który to model może opisywać nano i mikro obiekty o podobnej geometrii. Jak wiadomo, w zakrzywionych przestrzeniach w ogólnej sytuacji nie można mówić o rozciągłych metrycznie lub afinicznie sztywnych (deformowalnych jednorodnie) obiektach. Jak wiadomo w przestrzeni Riemanna z nieznikającym tensorem krzywizny typową sytuacją jest, że grupa izometrii jest trywialna. W związku z powyższym, naturalnym jest zamiast rozciągłych ciał rozpatrywać ciała infinitezymalnie małe, tzn. raczej takie punkty materialne z wewnętrznymi stopniami swobody przeniesionymi do przestrzeni stycznej zaczepionej w tym punkcie w przestrzeni nie-Euklidesowej, w którym znajduje się badany punkt materialny. W ten sposób ruch testowego infinitezymalnego ciała afinicznie sztywnego został opisany za pomocą formalizmu d'Alembertowskiego oraz otrzymano równania ruchu w postaci równań Eulera-

E Rożko

Lagrange'a. Następnie, za pomocą formalizmu kanonicznego równania ruchu przekształcono do postaci praw bilansowej oraz zbadano, jaką postać przybierają tensory deformacji i energia kinetyczna w przypadku rozkładu biegunowego i dwubiegunowego macierzy konfiguracji opisującej wewnętrzne stopnie swobody. Ogólny schemat postępowania zilustrowano na przykładzie dwuwymiarowym, kiedy jako przestrzeń nie-Euklidesową wybieramy sferę i pseudo-sferę (przestrzeń Łobaczewskiego). Analizowano również ruch punktu z doczepioną mikrostrukturą na dwuwymiarowym torusie jako „oponie" zanurzonej w trójwymiarowej przestrzeni Euklidesowej z indukowaną metryką; pewna prostota wiąże się tu być może z faktem, że taki torus też jest rozmaitością algebraiczną (prawda czwartego stopnia, a nie drugiego jak sfera i pseudo-sfera), choć już nie przestrzenią o stałej krzywiźnie. W tym przypadku problem sferyczny jest izomorficzny z 3-wymiarowym symetrycznym ciałem sztywnym bez ruchu translacyjnego, i.e., z lewo-niezmienniczą metryką na SO(3,R) prawo-niezmienniczą względem obrotów wokół osi z. Podobnie, problem pseudo-sferyczny jest izomorficzny z odpowiednim problemem na grupie Lorentza SO(1,2), lokalnie izomorficznym z SL(2,R).

Analizowano również ruch infinitezymalnej bryły sztywnej w trójwymiarowej przestrzeni fizycznej o stałej dodatniej krzywiźnie, jaką jest sfera trójwymiarowa, czyli „świat Einsteina" [A4]. Jest bowiem ciekawostką, że lokalnie, a do pewnego stopnia także globalnie, dynamika pary sprzężonych żyroskopów w trójwymiarowej przestrzeni Euklidesowej bez translacyjnych stopni swobody jest izomorficzna z problemem jednego żyroskopu poruszającego się w „sferycznym Kosmosie".

Przedstawiony model pozwala na badanie obiektów z czysto geometrycznego punktu widzenia i upraszcza równania ruchu opisujące zagadnienie. Szczególnie ma to zastosowanie dla nanomateriałów lub materiałów z nano- lub mikro-strukturą. Opis matematyczny dynamiki ruchomej bazy w przestrzeni Riemanna może znaleźć zastosowania w teorii defektów.

7. Oryginalne aspekty rozprawy habilitacyjnej

W przedstawionym cyklu 6 artykułów została opracowana kwantowa wersja teorii ciał i układów jednorodnie deformowalnych (afinicznie sztywnych), oparta na klasycznej wersji teorii w zastosowaniu do ośrodków z miro- i nano-strukturą. Zastosowanie na poziomie mikro i nano wymusza na nas znajomość efektów kwantowych, ale również ich powiązania z klasycznym formalizmem.

- Przeanalizowano kwantowe odpowiedniki klasycznych modeli dynamicznych, opisujących wzajemne oddziaływania pomiędzy rotacyjnymi i deformacyjnymi stopniami swobody ciał jednorodnie deformowalnych (afinicznie sztywnych), oraz ich układów (dwóch lub więcej ciał afinicznych), zarówno w przypadku, gdy wymiary przestrzeni materialnej i fizycznej są jednakowe, jak i przypadku, gdy wymiar przestrzeni materialnej jest mniejszy niż wymiar przestrzeni fizycznej (zanurzenie

Emorlo

niżej-wymiarowego materialnego ciała jednorodnie deformowalnego w wyżej-wymiarowej przestrzeni fizycznej);

- Zastosowano Schrödingerowską procedurę kwantyzacji, bazującą na twierdzeniu Petera-Weyla o reprezentacjach nieprzywiedlnych, która pozwala efektywnie zredukować liczbę stopni swobody w wersji kwantowej zagadnienia w porównaniu do wersji klasycznej (np. z 6 do jedynie 2 stopni swobody, w przypadku zanurzenia dwuwymiarowego materialnego dysku jednorodnie deformowalnego w trójwymiarowej przestrzeni fizycznej);
- Opracowano kwantową wersję opisu infinitezymalnych ciał deformowalnych jednorodnie (afinicznie sztywnych), poruszających się w dwuwymiarowej rozmaitości oraz zilustrowano ogólny schemat postępowania na przykładzie takich rozmaitości algebraicznych, jak rozmaitości o stałej krzywiźnie (dwuwymiarowa sfera lub pseudo-sfera, tzn. przestrzeń Łobaczewskiego) oraz dwuwymiarowy torus.

W wyżej wymienionych pracach, stanowiących cykl, przeanalizowano fizyczny opis następujących struktur:

- przeanalizowano modele dynamiczne niezmiennicze względem grupy leżącej u podłoża geometrii stopni swobody;

- przeanalizowano nietrywialny niezmienniczy potencjał względem tej grupy leżącej u podłoża geometrii stopni swobody (lewego i prawego działania);

- skonstruowano niezmienniki skalarne zbudowane z tensorów deformacji pary ciał afinicznie sztywnych.

- przeanalizowano strukturę kwantowych wewnętrznych stopni swobody obiektów wielocząstkowych;

- znaleziono wyrażenia opisujące rozszczepienie poziomów energetycznych w wyniku oddziaływania między obrotowymi i deformacyjnymi stopniami swobody;

- przeanalizowano 3-wymiarowy problem, w którym macierze anty-symetryczne można wyrazić w kategorii wektorów rotacji;

- przeanalizowano 2-wymiarowy przypadek, w którym geodezyjne niezmiennicze modele na grupie SL(n,R) mogą opisać drgania sprężyste;

- sformułowano kwantowy problem 2-wymiarowego ciała zanurzonego w 3-wymiarowej przestrzeni;

- sformułowano kwantowy model infinitezymalnego ciała sztywnego (żyroskopu) z wewnętrznymi stopniami swobody poruszającego się w rozmaitości Riemanna o stałej krzywiźnie, tj. na sferze i pseudo-sferze (przestrzeni Łobaczewskiego);

- przeanalizowano kwantową wersję problemu pojedynczego żyroskopu poruszającego się na trójwymiarowej sferze, tzw. świecie Einsteina;

Ekozło

- przeanalizowano kwantową wersję problemu dwóch żyroskopów poruszających się na trójwymiarowej sferze, tzw. świecie Einsteina.

8. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych.

Związek między istotną nieliniowością a grupami symetrii:

W pracy [C1], [B4] został przeanalizowany związek pomiędzy zasadniczymi nieliniowościami, rozumianymi jako te, które nie są interpretowalne jako pewne dodatkowe zakłócenia nałożone na liniowe tło decydujące o najważniejszych cechach jakościowych omawianych zjawisk, a dużymi grupami symetrii. Porównujemy mechanizm wywoływania nieliniowości przez grupy symetrii układów dyskretnych i ciągłych. Znaleziono analogie między np. mechaniką analityczną układów ciał afinicznych i ogólną teorią względności, tetradowymi modelami grawitacji i nieliniowością Borna-Infelda. Omówiono problemy dotyczące twierdzenia Noether w kontekście dużych grup symetrii. W pracy [B6] zostały opisane modele geodezyjne, w których elastyczna dynamika ciała jest zakodowana nie w energii potencjalnej lecz w afinicznie niezmienniczej energii kinetycznej, tj. afinicznie niezmienniczych tensorach metrycznych na przestrzeni konfiguracyjnej, ogólnie w mechanice analitycznej ciał afinicznie sztywnych.

Quasiklasyczne i kwantowe układy momentów pędu:

W pracach [C3]-[C5], [C12] zostało omówione wykorzystanie algebr grupowych i algebr H^+ do opisu zagadnień dotyczących dynamiki kwantowej układów momentów pędu, włączając w to układy spinowe. Została również zbadana granica quasiklasyczna jako asymptotyka dużych liczb kwantowych, tzn. szybko oscylujących funkcji falowych na grupach.

Uogólnienie formalizmu Weyla-Wignera-Moyala-Ville'a:

W pracy [B7] zostały przedstawione aspekty formalizmu przestrzeni fazowej w mechanice kwantowej w kontekście podejścia Weyla-Wignera-Moyala-Ville'a. Ujęte zostały powiązania tego formalizmu z geometrią grupy Galileusza, teorią unitarnych rzutowych reprezentacji grup oraz teorią algebr grupowych. Zaproponowano uogólnienie mechaniki kwantowej na lokalnie zwarte grupy abelowe z wykorzystaniem dualności Pontriagina. Została również zbadana granica quasiklasyczna zagadnienia.

Własności grupy Galileusza:

W pracy [C2], [C11] przedstawiono ciekawe właściwości grupy Galileusza. Okazuje się, że na poziomie kwantowym dla masywnych cząstek grupa Galileusza dopuszcza tylko rzutowe reprezentacje unitarne. Omówiono status masy w podejściu Galileuszowskim. Masa jest tu parametrem, który charakteryzuje reprezentacje rzutowe w sensie V. Bergmanna. W teorii relatywistycznej masa jest ciągłą wartością własną niezmiennika Casimira. Ta „patologia" z relatywistycznego punktu widzenia jest jednak bardzo interesująca i leży u podstaw podejścia Weyla-Wignera-Moyala-Ville'a do mechaniki kwantowej.

Klasyczne i kwantowe układy na grupach Liego:

W pracach [B8], [B10], [C8] przeanalizowano klasyczne i kwantowe modele kolektywnych i wewnętrznych stopni swobody, niezmiennicze względem działania grupy afinicznej i jej podgrup. Pokazano związek zagadnienia z zagadnieniem opisu dynamiki całkowalnych jednowymiarowych łańcuchów Calogero-Mosera-Sutherlanda. Przeprowadzono procedurę kwantowania Schrödingerowskiego, w wyniku której kwantowy problem został efektywnie zredukowany z n^2 do n stopni swobody. Zostały zaproponowane zastosowane w fizyce jądrowej i kwantowym zagadnieniu wielu ciał.

Relatywistyczny ośrodek ze strukturą:

W pracy [B1] opracowano tetradowe modele w n-wymiarowej rozmaitości, których Lagrangiany są niezmiennicze względem grupy macierzowej GL(n,R) jak i grupy dyfomorfizmów. Przeanalizowano teorio-grupowe i sferycznie symetryczne rozwiązania równań polowych, a także omówiono zastosowania monopoli 't Hoofta-Polyakowa w teoriach ogólnie kowariantnych umożliwiających znalezienie ścisłych rozwiązań silnie nieliniowych równań.

Mechanika ciał afinicznie sztywnych, symetrie:

W pracy C7 przeanalizowano układy dynamiczne z wewnętrznymi stopniami swobody w rozmaitościach różniczkowych z geometrią zadaną przez tensor metryczny lub koneksję afiniczną. Zastosowano formalizm gdzie nieskończenie małe ciała metrycznie lub afinicznie sztywne zastąpiono punktami materialnymi z wewnętrznymi stopniami swobody. Rolę przestrzeni mikromaterialnej pełni przestrzeń liniowa, w której zadane są mikromaterialne transformacje, zaś przestrzenią fizyczną jest sama przestrzeń styczna do rozmaitości w punkcie, gdzie znajduje się takie ciało. Przeanalizowano zarówno modele afiniczne, które wynikają z mechaniki d'Alembertowskiej rozciągłych ciał afinicznie sztywnych w płaskich przestrzeniach, jak i ogólniejszych dynamicznych modeli afinicznych. Została przeprowadzona również analiza wybranych modeli dwu- i trzywymiarowych.

W pracach [C10], [B3] przeanalizowano zagadnienie ciał afinicznie sztywnych w zdegenerowanym wymiarze z nieskończenie małą grubością. Macierz odwzorowania afinicznego została sparametryzowana za pomocą rozkładu biegunowego i dwubiegunowego. Rozpatrywano dwuwymiarowe ciało afinicznie sztywne bez grubości poruszające się w trzywymiarowej przestrzeni. Zostały otrzymane rozwiązania szczególne (stacjonarne elipsy), dla których niezmienniki deformacji jak i prędkości kątowe były stałe. Przeanalizowano zarówno przypadek klasyczny jak i kwantowy. W pracach [C6], [C13] rozpatruje się ciało afinicznie sztywne z infinitezymalną grubością, tj. grubością, która wykonuje jednowymiarowe oscylacje ortogonalne w płaszczyźnie prostopadłej do dwuwymiarowej płaszczyzny centralnej.

W pracy [B2] omówiono modele, których nie tylko kinematyka oparta na geometrii afinicznej, ale również dynamika jest afinicznie niezmiennicza. Dotychczas, na poziomie dynamiki, symetria afiniczna była złamana i ograniczona tylko do grupy ruchów euklidesowych, lub niektórych jej podgrup. Pokazujemy, że zamiast wykorzystywać wyraźne wyrażenie energii potencjalnej, można kodować dynamikę drgań sprężystych w odpowiedniej formie afinicznie niezmienniczej energii kinetycznej. Powstałe modele geodezyjne przypominają w pewnym sensie procedurę zasady Maupertuisa, w której orbity ruchu są geodetyką odpowiedniego tensora metrycznego, otrzymanego jako pewna konforemna modyfikacja „prawdziwego" tensora leżącego u podstaw geometrii problemu. W pewnym sensie afinicznie niezmiennicze modele geodezyjne można interpretować jako dyskretyzację opisu Arnolda idealnych płynów w kategoriach geodezyjnych układów hamiltonowskich na grupie dyfeomorfizmów zachowujących objętość. Jest to bardzo drastyczna dyskretyzacja, zmniejszająca liczebność stopni swobody ośrodka do skończonej, mianowicie $n(n+1)$, gdzie n oznacza wymiar przestrzeni fizycznej.

W pracy [B5] przeanalizowano zagadnienie opisu ciała afinicznie sztywnego poddanego dodatkowym więzom oraz przeprowadzenie odpowiedniej procedury eliminacji sił reakcji. W przeciwieństwie do tradycyjnego opisu mechanizmu uwzględnienia więzów z wykorzystaniem d'Alembertowskiej zasady wariacyjnej, przeanalizowano opis wakonomiczny, tj. wprowadzenia więzów bezpośrednio z zasady wariacyjnej z mnożnikami Lagrange'a i przejściu do swobodnej zasady wariacyjnej bez więzów.

W pracy [C9] przeanalizowano przypadek ciał afinicznie sztywnych, gdzie szczególny nacisk położono na zagadnienie afinicznie niezmienniczych energii kinetycznych. Okazuje się, że może to być uproszczony model omawiania problemu afinicznej, niemetrycznej niezmienniczości w fundamentalnej fizyce, teorii kwantowej i grawitacji, a nawet fizyce jądrowej i kosmicznej. Przeanalizowano formalizm ogólnej idei zastąpienia niezmienniczości metrycznej w fizyce przez niezmienność afiniczną. Koncepcje metryczne pojawiają się jako produkty uboczne geometrii afinicznej.

9. Podsumowanie

W moich wcześniejszych pracach została omówiona dynamika ciała afinicznie sztywnego (deformowalnego jednorodnie) czyli układu mechanicznego, którego przestrzeń konfiguracyjna jest, z grubsza rzecz biorąc, identyczna z grupą afiniczną. Jest to układ umiejscowiony między dwoma rodzajami równań Eulera, tzn. dla ciała sztywnego i idealnych płynów nieściśliwych. Z punktu widzenia czystej mechaniki analitycznej, modele te wiążą się silnie z teorią układów całkowalnych oraz zagadnieniami symetrii i degeneracji.

Między innymi, zostały sformułowane modele klasyczne mechaniki zarówno pojedynczych ciał afinicznie sztywnych o zdegenerowanym wymiarze (zanurzonych w przestrzeni fizycznej o wyższym wymiarze), jak i układów takich ciał. Jest to opis pośredni pomiędzy bryłą sztywną a pełnym opisem ośrodka ciągłego. Szczególny nacisk został położony na opis dwu- i trójwymiarowe przypadki oraz modele dynamiczne izotropowe zarówno w przestrzeni fizycznej, jak i w materialnej.

Jednym z ciekawszych wyników dotychczasowych badań jest to, że modele z afinicznie-niezmienniczą energią kinetyczną już w postaci geodezyjnej są w stanie opisywać ograniczone drgania klasycznych ośrodków ciągłych, nawet bez użycia zewnętrznej energii potencjalnej. Ten wynik jest jak najbardziej zgodny z ogólną ideą zastąpienia metrycznej niezmienniczości w fizyce przez niezmienniczość afiniczną.

W związku z tym, że zastosowania mikroskopowe, w tym na poziomie molekularnym i supramolekularnym, wymagają użycia modelu kwantowego, zostały rozpracowane modele kwantowe oparte na Schrödingerowskiej kwantyzacji w języku funkcji falowych na odpowiedniej grupie (afinicznej, liniowej, ortogonalnej itp.) lub jej przestrzeni jednorodnej. Został opracowany również kwantowy model ciała afinicznie sztywnego w zakrzywionych przestrzeniach i rozmaitościach o stałej krzywiźnie, który może opisywać nano- i mikro-obiekty o podobnej geometrii. Jedną z zalet tego modelu jest to, że pozwala on na badanie obiektów z czysto geometrycznego punktu widzenia, co prowadzi do znacznego uproszczenia równań ruchu opisujących zagadnienie. Szczególnie ma to praktyczne znaczenie dla nanomateriałów lub materiałów z nano- lub mikrostrukturą.

10. Inne osiągnięcia

Dydaktyka:

- zespołowa nagroda III stopnia przyznana przez Dyrektora Instytutu Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk za osiągnięcia dydaktyczne związane z działalnością Studium Doktoranckiego IPPT PAN, 05.06.2017;

- wykładowca na Studium Doktoranckim IPPT PAN, od 01.10.2012:

– Podstawy matematyki w naukach technicznych - ćwiczenia,
– Elements of mathematical statistics by the use of programming language R - ćwiczenia;

- egzaminator w zakresie matematyki i członek Komisji Rekrutacyjnej Studium Doktoranckiego IPPT PAN, od 01.10.2012;

- współtwórca konkursu z dziedziny informatyki, fizyki i matematyki „Skarabeusz", organizowanego przez LXV Liceum Ogólnokształcące im. gen. Józefa Bema w Warszawie we współpracy z Wydziałem Elektroniki i Technik Informacyjnych

ERotho

Politechniki Warszawskiej i Polsko-Japońskiej Wyższej Szkoły Technik Komputerowych, 2010 – 2015.

Dodatkowe potwierdzone umiejętności

- szkolenie *Analiza i wizualizacja Danych w R* prowadzony przez LabMasters sp. z o. o., przy Wydziale Nauk Ekonomicznych Uniwersytetu Warszawskiego, ul. Długa 44/50, 00-241 Warszawa, 2018;
- szkolenie *Podstawy Statystyki Matematycznej w R* prowadzony przez LabMasters sp. z o. o., przy Wydziale Nauk Ekonomicznych Uniwersytetu Warszawskiego, ul. Długa 44/50, 00-241 Warszawa, 2018;
- szkolenie *Zaawansowana Statystyka w R* prowadzony przez LabMasters sp. z o. o., przy Wydziale Nauk Ekonomicznych Uniwersytetu Warszawskiego, ul. Długa 44/50, 00-241 Warszawa;
- szkolenie *Równania różniczkowe w środowisku programu Mathematica i ich zastosowanie do rozwiązywania zagadnień technicznych*, Gambit COiS Sp. Z o.o., Kraków, 20.11.2017;
- *Metody matematyczne w informatyce – efektywne algorytmy realizowane programowo i w sprzęcie*, semestralny kurs Wydziału Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej, 2011;
- *Wybrane zagadnienia wnioskowania statystycznego* – semestralny kurs Wydziału Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej, 2009;
- Certyfikaty potwierdzające zdobyte umiejętności w trakcie europejskiego stypendium im. Marii Cure, Francja, 2004:
  - Control of oscillating mechanical systems, synchronization and chaos;
  - Nonlinear control and mechanical systems;
  - Linear systems, algebraic theory of modules, structural properties;
  - Tools for analysis and control of time-varying systems;
  - Modeling and boundary control of infinite dimensional systems;
  - Modeling and control of chemical and biotechnological processes.

11. Dane bibliometryczne

Cały dorobek naukowy zawiera:

- 13 artykułów opublikowanych w czasopismach z listy JCR Web of Science – sumaryczny Impact Factor zgodny z rokiem publikacji **IF = 11,023, liczba puktów MNiSW = 252**;
- 4 artykułów opublikowanych w czasopismach spoza listy JCR;

Ezotko

- 2 monografie wieloautorskie
- 5 rozdziałów w monografiach;
- 3 recenzowane prace konferencyjne znajdujące się na liście JCR Web of Science.

Dorobek naukowy po doktoracie (poza pracami włączonymi do cyklu) zawiera:

- 4 artykułów opublikowanych w czasopismach z listy JCR Web of Science – sumaryczny Impact Factor zgodny z rokiem publikacji **IF = 5,813, liczba puktów MNiSW = 129**;
- 4 artykułów opublikowanych w czasopismach spoza listy JCR;
- 5 rozdziałów w monografiach;
- 3 recenzowane prace konferencyjne znajdujące się na liście JCR Web of Science.

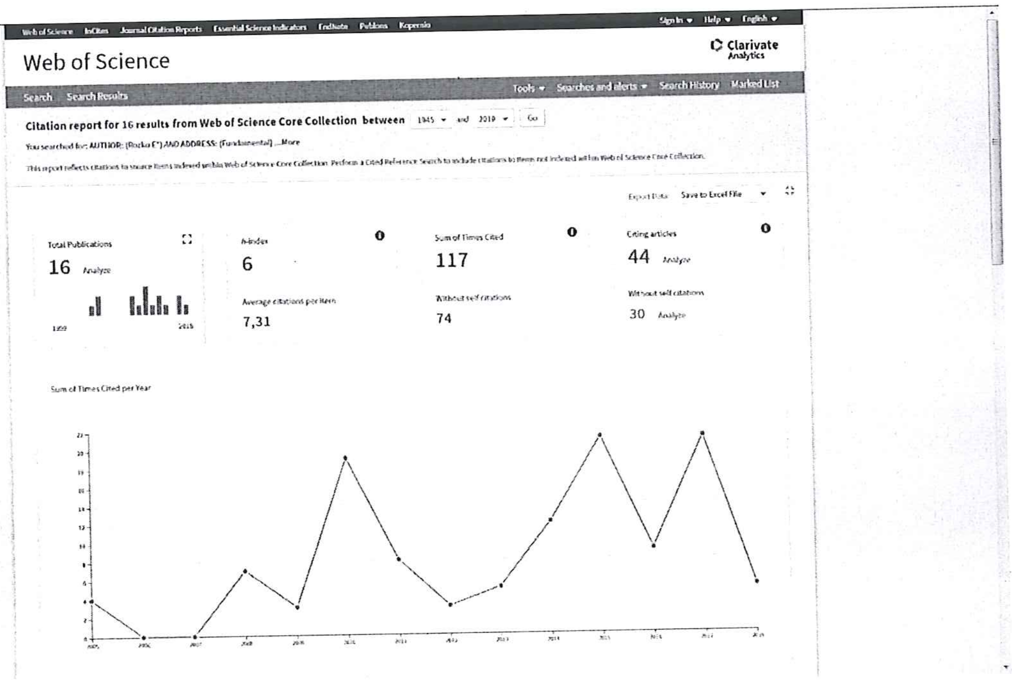
Dorobek naukowy przed doktoratem zawiera:

- 3 artykuły opublikowane w czasopismach z listy JCR Web of Science – sumaryczny Impact Factor zgodny z rokiem publikacji **IF = 1,818**;
- 2 monografie wieloautorskie.

H-indeks i cytowania:

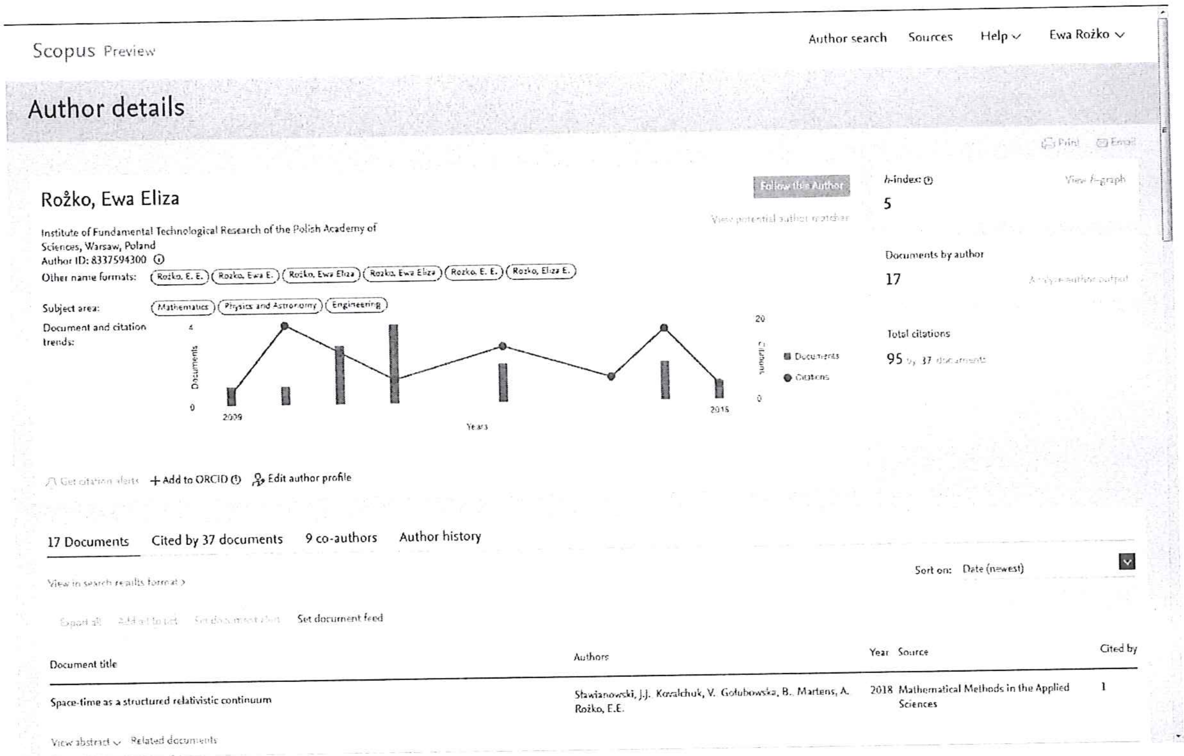
Według bazy JCR Web of Science:

h-indeks: **6** cytowań **117**



Według bazy Scopus:

h-indeks: **5** cytowań: **97**



Według bazy Google Scholar:

ERożko

h-indeks: **9** cytowań: **221**

Google Scholar

Dodaj zdjęcie
Uzupełnij swój profil
DODAJ

Ewa Eliza Rożko

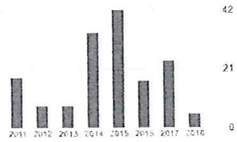
OBSERWUJ

Fundamental Technological Research, Polish Academy of Sciences
Zweryfikowany adres z ippt pan pl
Analytical Mechanics Statistics Field Theory

TYTUŁ	CYTOWANE PRZEZ	ROK
Affine symmetry in mechanics of collective and internal modes Part I. classical models JJ Slawianowski, V Kovalchuk, A Slawianowska, B Gołubowska, … Reports on Mathematical Physics 54 (3), 373-427	33	2004
Affine symmetry in mechanics of collective and internal modes Part II. Quantum models JJ Slawianowski, V Kovalchuk, A Slawianowska, B Gołubowska, … Reports on Mathematical Physics 55 (1), 1-46	26	2005
Dynamics of affinely-rigid bodies with degenerate dimension EE Rożko Reports on Mathematical Physics 56 (3), 311-332	25	2005
Quantized excitations of internal affine modes and their influence on Raman spectra JJ Slawianowski, V Kovalchuk, B Gołubowska, A Martens, EE Rożko arXiv preprint arXiv:0901.0243	22	2009
Invariant geodetic systems on Lie groups and affine models of internal and collective degrees of freedom JJ Slawianowski, V Kovalchuk, A Slawianowska, B Gołubowska, Prace IPPT-IFTR Reports 7, 164	14	2004

Cytowane przez WYŚWIETL WSZYSTKO

	Wszystkie	Od 2014
Cytowania	221	122
h-indeks	9	6
i10-indeks	0	3



Współautorzy EDYTUJ

Jan Jerzy Slawianowski
Professor

Vasyl Kovalchuk
Assistant professor

ERożko