Załącznik nr 9

AUTOREFERAT
opis dorobku i osiągnięć naukowych

1. Imię i Nazwisko: **Vasyl Kovalchuk (Wasyl Kowalczuk)**

2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/artystyczne – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej:

2006 rok, stopień naukowy doktora nauk technicznych (z wyróżnieniem) w dyscyplinie naukowej Mechanika w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych, Pracownia Mechaniki Analitycznej i Teorii Pola.

Tytuł pracy doktorskiej:
„Nieliniowe modele kolektywnych i wewnętrznych stopni swobody w mechanice i teorii pola. Problemy symetrii".
Promotor pracy doktorskiej: prof. dr hab. Jan J. Sławianowski.

1996 rok, tytuł naukowy magistra fizyki (z wyróżnieniem) na Narodowym Uniwersytecie Lwowskim, Wydział Fizyki, Katedra Fizyki Teoretycznej (Lwów, Ukraina).

Tytuł pracy magisterskiej:
„Uwzględnienie poprawek relatywistycznych do oddziaływań międzyatomowych".
Promotor pracy magisterskiej: prof. dr hab. Lavrentiy F. Blazhyevskyi.

3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych:

Maj 2006 – do chwili obecnej
Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk,
Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych, Pracownia Mechaniki Analitycznej i Teorii Pola.
Praca na stanowisku adiunkta na cały etat. Zakres obowiązków: praca naukowa.

Październik 2005 – kwiecień 2006
Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk,
Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych, Pracownia Mechaniki Analitycznej i Teorii Pola.
Praca na stanowisku asystenta na cały etat. Zakres obowiązków: praca naukowa.

Luty 1997 – czerwiec 1999
Narodowy Uniwersytet Lwowski, Wydział Fizyki, Katedra Fizyki Teoretycznej (Lwów, Ukraina).
Praca na stanowisku asystenta na część etatu. Zakres obowiązków naukowo-dydaktycznych: prowadzenie ćwiczeń praktycznych z mechaniki teoretycznej, elektrodynamiki, termodynamiki, fizyki statystycznej oraz kolokwiów z mechaniki kwantowej.

Załącznik nr 9

4. Osiągnięcia wynikające z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 z późn. zm.):

a) tytuł osiągnięcia naukowego:

Jako rozprawę habilitacyjną przedstawiono jednotematyczny cykl 6 wybranych publikacji, które ukazały się w latach 2006-2013 (patrz Załącznik nr 7), pod tytułem:

„Modele afiniczne w opisie dyskretnych i ciągłych ośrodków z mikrostrukturą w mechanice analitycznej".

W skład cyklu wchodzą 3 artykuły opublikowane w czasopismach z listy Journal Citation Reports (JCR) (w tym 1 artykuł samodzielny), 1 artykuł opublikowany w czasopiśmie spoza listy JCR, 1 rozdział w monografii oraz 1 monografia wieloautorska:

[C1] J. J. Sławianowski, V. Kovalchuk, B. Gołubowska, A. Martens, E. E. Rożko
Dynamical systems with internal degrees of freedom in non-Euclidean spaces
Prace IPPT – IFTR Reports, 8, 2006, 129 stron.

[C2] V. Kovalchuk, E. E. Rożko
Classical models of affinely-rigid bodies with „thickness" in degenerate dimension
Journal of Geometry and Symmetry in Physics, 14, 51-65, 2009;
reprinted in: *Geometry, Integrability and Quantization X*, **Ivailo M. Mladenov, Gaetano Vilasi and Akira Yoshioka (Eds), Avangard Prima, Sofia, 2009, str. 197-210.**

[C3] J. J. Sławianowski, V. Kovalchuk, B. Gołubowska, A. Martens, E. E. Rożko
Quantized excitations of internal affine modes and their influence on Raman spectra
Acta Physica Polonica B, 41, 1, 165-218, 2010.

Lista A – 20 pkt, IF=0,671 (2010), IF=1,011 (2012).

[C4] V. Kovalchuk
On classical dynamics of affinely-rigid bodies subject to the Kirchhoff-Love constraints
Symmetry, Integrability and Geometry – Methods and Applications, 6, 031, 12 stron, 2010.

Lista A – 20 pkt, IF=0,856 (2010), IF=1,243 (2012).

[C5] J. J. Sławianowski, V. Kovalchuk, A. Martens, B. Gołubowska, E. E. Rożko
Mechanics of systems of affine bodies. Geometric foundations and applications in dynamics of structured media
Mathematical Methods in the Applied Sciences, 34, 1512-1540, 2011.

Lista A – 25 pkt, IF=0,743 (2011), IF=0,778 (2012).

[C6] B. Gołubowska, V. Kovalchuk, E. E. Rożko, J. J. Sławianowski
Some constraints and symmetries in dynamics of homogeneously deformable elastic bodies
in: *Geometry, Integrability and Quantization XIV*, **Ivailo M. Mladenov, Andrei Ludu and Akira Yoshioka (Eds), Avangard Prima, Sofia, 2013, str. 103-115.**

KBobuf

Załącznik nr 9

b) omówienie celu naukowego ww. jednotematycznego cyklu publikacji i osiągniętych w nich wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania:

A. Omówienie celu naukowego i osiągniętych wyników:

1. Wstęp

Ciało metrycznie sztywne (lub po prostu sztywne) wydaje się być jednym z dwóch (obok oscylatora harmonicznego) najprostszych, najbardziej naturalnych i ogromnie skutecznych modeli teoretycznych przydatnych do opisu wielu zagadnień w mechanice analitycznej i ogólniej w fizyce. Ciało sztywne oznacza takie ciało fizyczne, którego elementy (części lub punkty materialne) nie mogą się względem siebie przemieszczać (więzy metrycznej sztywności). Jest to pewna idealizacja rzeczywistych ciał, które istnieją w przyrodzie. Na przeciwnym krańcu skali sztywności leżą obiekty fizyczne, w których możliwa jest prawie dowolna zmiana położenia ich części lub punktów materialnych względem siebie. Takie ciała fizyczne określamy mianem ośrodków ciągłych (kontinuów), w których pomija się mikroskopową budowę materii. Z reguły wtedy definiuje się różnego rodzaju pola parametrów fizycznych w każdym punkcie obszaru przestrzeni wypełnionego przez materię. Mogą to być pola skalarne (temperatury, ciśnienia, itd.), wektorowe (prędkości, momentu pędu, itd.) lub tensorowe (naprężeń, odkształceń, itd.). Z tego też względu do opisu wielu zjawisk zachodzących w ośrodkach ciągłych są użyteczne pojęcia i twierdzenia teorii pola.

Pomiędzy koncepcjami bryły sztywnej a kontinuum leży pojęcie ciała afinicznie sztywnego. Jego elementy (części lub punkty materialne) mogą przemieszczać się względem siebie (do pewnego stopnia), zachowując jednak wszystkie afiniczne relacje między sobą, tzn. materialne linie proste zostają liniami prostymi, ich równoległość jest zachowana oraz wszystkie wzajemne stosunki segmentów położonych na tych samych liniach prostych są stałe. W ten sposób koncepcja ciała afinicznie sztywnego jest uogólnieniem koncepcji ciała metrycznie sztywnego, w którym podczas ruchu zachowane są wszystkie metryczne relacje między jego częściami lub punktami materialnymi, tzn. wszystkie odległości pomiędzy nimi są stałe.

Oprócz przestrzeni fizycznej, w której ciało fizyczne jest umieszczone, wygodnie jest wprowadzić przestrzeń materialną, tzn. jeśli w jakiś sposób oznaczymy wszystkie punkty materialne takiego ciała, wtedy przestrzenią materialną nazwiemy przestrzeń tych oznaczeń. Każda z tych przestrzeni, fizyczna lub materialna, może być zadana jako przestrzeń afiniczna lub euklidesowa (z zadanym tensorem metrycznym na liniowej przestrzeni translacji, tzn. swobodnych wektorów, w pierwotnej przestrzeni afinicznej). Oprócz tego istnieje naturalne odwzorowanie z przestrzeni materialnej (zmienne Lagrange'a) w przestrzeń fizyczną (zmienne Eulera), przy czym dla ciała afinicznego jest to odwzorowanie afiniczne, które się składa z dwóch części (iloczyn półprosty): liniowej (ruch względny/wewnętrzny) oraz translacyjnej.

Bezwładność ciała afinicznie sztywnego również jest zadana za pomocą dwóch składowych: translacyjnej (masa) oraz wewnętrznej (symetryczny i dodatnio określony moment bezwładności drugiego rzędu). W układzie odniesienia bezpośrednio związanym z ciałem składowa wewnętrzna również jest wielkością stałą, niezależną od konfiguracji, co nie jest w ogólnym przypadku prawdą w układzie laboratoryjnym. Moment bezwładności pierwszego

K.Bobuł

rzędu w naszym przypadku zeruje się, gdy współrzędne Lagrange'owskie w przestrzeni materialnej dobrane są w taki sposób, że początek układu odniesienia znajduje się w środku masy ciała.

W sytuacji, gdy tensor metryczny jest wprowadzony tylko w przestrzeni fizycznej, a przestrzeń materialna jest afiniczna, to odległości w przestrzeni materialnej możemy mierzyć za pomocą tensora deformacji Greena. Jeśli zaś tensor metryczny jest wprowadzony tylko w przestrzeni materialnej, a przestrzeń fizyczna jest afiniczna, to odległości w przestrzeni fizycznej możemy odpowiednio mierzyć za pomocą tensora deformacji Cauchy'ego. Ta druga sytuacja jest dużo rzadsza, ale również możliwa; podobne to jest do sytuacji w ogólnej teorii względności, w której w czasoprzestrzeni nie ma zadanej raz na zawsze geometrii, a komponenty tensora metrycznego wchodzą do równań ruchu jako niezależne stopnie swobody obok stopni swobody opisujących rozkład materii

Model ciała afinicznie sztywnego po raz pierwszy pojawił się w literaturze i był rozwijany w pracach A. C. Eringena i jego szkoły do opisu ośrodków mikromorficznych z afinicznymi wewnętrznymi stopniami swobody [1-4]. Eringen również wprowadził dodatkowe pojęcie afinicznej quasi-prędkości (nazywał „żyracją", ang. „gyration") jako afinicznego odpowiednika prędkości kątowej dla bryły sztywnej.

W granicy kontinuum afiniczna quasi-prędkość może zostać przedstawiona jako gradient eulerowskiego pola prędkości ośrodka ciągłego z afinicznymi wewnętrznymi stopniami swobody, podobnie jak zwykła prędkość ruchu względnego może być zadana jako gradient lagranżowskiego pola prędkości takiego ośrodka ciągłego (prace A. C. Eringena [1,2], L. D. Landau i E. M. Lifshitza [5]). Zarówno afiniczna quasi-prędkość, jak i prędkość translacyjna ciała afinicznie sztywnego mogą być zadane w reprezentacji fizycznej (laboratoryjny układ odniesienia) lub materialnej (współtowarzyszący układ odniesienia). Obydwie te reprezentacje są związane między sobą za pomocą zmiennych konfiguracyjnych.

Można również wprowadzić zmienne kanoniczne za pomocą przekształcenia Legendre'a sprzężone z afiniczną quasi-prędkością w obydwu układach odniesienia. Te wielkości będą odpowiednio generatorami lewego i prawego działania grupy liniowej (regularnych translacji) w przestrzeni wewnętrznych konfiguracji ciała afinicznie sztywnego. W mechanice ośrodków ciągłych te dwa odwzorowania będą odpowiadać przestrzennym i materialnym przekształceniom, które w danym przypadku opisują obroty i jednorodne deformacje ośrodka.

Podwojoną antysymetryczną część zmiennych kanonicznych, opisujących ruch wewnętrzny ciała afinicznie sztywnego w układzie laboratoryjnym, nazywamy spinem, zaś w układzie współtowarzyszącym – wirowością (prace F. J. Dysona [6]). Trzeba tylko pamiętać, że wielkości te już nie są dalej powiązane między sobą za pomocą zmiennych konfiguracyjnych, jak to ma miejsce np. w przypadku afinicznej quasi-prędkości w obydwu układach odniesienia.

W tradycyjnym modelu d'Alembertowskim człon kinetyczny w Lagrangianie, opisujący ruch wewnętrzny ciała afinicznie sztywnego, wyraża się poprzez zwykłe prędkości konfiguracyjne, a nie afiniczne quasi-prędkości, oraz wchodzi do niego w sposób jawny tensor metryczny w przestrzeni fizycznej. Ten model geodezyjny (bez członu potencjalnego) dla ciał

KBobuf

deformowalnych jednorodnie jest niefizyczny, tzn. przewiduje nieograniczone rozszerzenie ciała, jego kontrakcję do punktu oraz możliwe są przejścia przez stany osobliwe (np. kiedy wyznacznik macierzy konfiguracji jest równy zero).

Zaś w przypadku, gdy dodamy do Lagrangianu człon potencjalny, który nie zależy od prędkości konfiguracyjnych (bez sił magnetycznych), to otrzymamy zwykłe równania ruchu ciała afinicznie sztywnego (dla ruchu wewnętrznego – afiniczny odpowiednik równań Eulera dla bryły sztywnej) z odpowiednimi wyrażeniami na siłę zewnętrzną oraz moment sił zewnętrznych. Podobny schemat może być zastosowany również dla uwzględnienia pewnych niepotencjalnych i dyssypacyjnych (np. tarcie) sił działających na ciało, ponieważ zależy on jedynie od istnienia struktury metrycznej w przestrzeni fizycznej oraz bazuje na wariacyjnej zasadzie d'Alemberta.

Modele afiniczne kolektywnych i wewnętrznych stopni swobody były powszechnie używane przez wielu autorów nie tylko do opisu różnorodnych zagadnień w makroskopowej teorii sprężystości, ale również w teoriach geofizycznych (prace S. Chandrasekhara nt. teorii kształtu Ziemi [7]), astrofizycznych (prace O. I. Bogoyavlenskyego nt. wibracji gwiazd, galaktyk i pyłu międzygwiezdnego [8]), oraz mikrofizycznych, np. w dynamice jądrowej (prace A. Bohra i B. A. Mottelsona nt. kropelkowego modelu jądra atomu [9]) i molekularnej (prace J. C. Slatera [14,15]), do opisu wibracji molekularnych, kiedy długość wzbudzonych fal jest porównywalna z rozmiarami ciał, itd.

W najbardziej naturalny sposób w ośrodkach z mikrostrukturą mody kolektywne (np. pewne zmienne mikrostrukturalne) powstają przy zastosowaniu mechanizmu więzów oraz zasady wariacyjnej d'Alemberta. Wtedy kolektywny ruch jest odpowiednio „duży", zaś niekolektywny – „mały", który redukuje się do wibracji wokół odpowiedniej podrozmaitości więzów. Kolektywną energię kinetyczną wtedy otrzymuje się poprzez ograniczenie ogólnej energii kinetycznej do powierzchni więzów. W tym przypadku z reguły kolektywna energia kinetyczna jest niezmiennicza względem odpowiedniej podgrupy grupy, która definiuje geometrię podrozmaitości więzów (prace V. I. Arnolda [10], J. L. Synge'a [11], G. Capriza [12]).

Z drugiej strony istnieje też inny mechanizm powstawania kolektywnych modów, kiedy ukryty ruch niekolektywny jest tak samo „duży" jak i kolektywny, np. gdy kolektywne mody zadane są poprzez uśrednione zachowanie ukrytych modów niekolektywnych. Wtedy raczej nie ma powodu, żeby kolektywna energia kinetyczna (tzn. dynamiczny tensor metryczny) bazowała na zwykłym tensorze metrycznym wynikającym z wielocząstkowej energii kinetycznej ograniczonej do powierzchni więzów. Powoduje to z kolei, że równania ruchu również nie muszą być wyprowadzane za pomocą zwykłej zasady wariacyjnej d'Alemberta, do której wchodziłaby pierwotna metryka przestrzenna (prace G. Capriza [12] i C. Trimarco [13]).

W tej sytuacji sensownym wydaje się zapostulowanie wyrażenia na energię kinetyczną w Lagrangianie na bazie pewnych naturalnych lub fizycznych przesłanek (np. dla niestandardowych elementów strukturalnych jak pęcherzyki powietrza w płynach lub defekty w ciałach stałych [12]).

Warto również wspomnieć, że, jeżeli chodzi o zagadnienie ciała afinicznie sztywnego, to bardzo wyrafinowana i wieloaspektowa matematyczna analiza zagadnienia na bazie jakościowej teorii układów dynamicznych oraz geometrii symplektycznej została przeprowadzona między innymi w pracach M. Robertsa i C. Wulff [16-18], E. Sousa Diasa [19] oraz włoskich naukowców P. Nardinocchiego, L. Teresiego i A. Tiero [20,21].

Oprócz tego w latach 80-tych popularny stał się również termin „ciało pseudo-sztywne" (prace H. Cohena, R. G. Muncastera, P. Mac Sithigha [22-25]). Pierwotne prace tego nurtu były jednak zainspirowane pracami profesora J. J. Sławianowskiego z lat 70-tych [26,27]. Później ta szkoła się rozrosła i wiele innych naukowców włączyło się do badań nad tą tematyką (prace D. Lewisa, J. C. Simo, J. Caseya, J. M. Solberga, P. Papadopoulosa, E. Kanso, D. J. Steigmana [28-36]).

2. Cel naukowy

Temat niezmienniczości afinicznej w modelach stosowanych do opisu dyskretnych i ciągłych ośrodków z mikrostrukturą, jak widać z przeglądu literatury zamieszczonego we wstępie, jest opracowywany już od ponad pół wieku, tym nie mniej pozostało do zbadania jeszcze wiele ciekawych aspektów tego zagadnienia, jak i całych nowych kierunków badań.

Celem naukowym postawionym i zrealizowanym w jednotematycznym cyklu 6 publikacji naukowych rozprawy habilitacyjnej jest opracowanie jak najbardziej uniwersalnego narzędzia wykorzystującego kinematyczne i dynamiczne modele afiniczne do opisu zjawisk fizycznych zachodzących w ośrodkach z mikrostrukturą.

W nawiązaniu do powyższego celu naukowego zostały postawione i zrealizowane następujące zadania cząstkowe:

Zadanie 1. Zbadanie stosowalności kinematycznych i dynamicznych modeli afinicznych do opisu wewnętrznych stopni swobody w rozmaitościach zarówno z ogólną koneksją afiniczną, jak i tensorem metrycznym.

Zadanie 2. Zbadanie modeli afinicznych wzajemnego oddziaływania pomiędzy rotacyjnymi i deformacyjnymi wewnętrznymi stopniami swobody obiektów wielocząstkowych w ujęciu zarówno klasycznym, jak i kwantowym.

Zadanie 3. Zbadanie zagadnienia opisu dwuwymiarowego ciała afinicznie sztywnego (deformowalnego jednorodnie) poruszającego się w trójwymiarowej przestrzeni fizycznej, grubość którego wykonuje jednowymiarowe oscylacje ortogonalne w stosunku do jego płaszczyzny centralnej (więzy Kirchhoffa-Love'a).

Zadanie 4. Zbadanie struktury geometrycznej mechaniki analitycznej układów ciał afinicznie sztywnych (deformowalnych jednorodnie), kiedy dynamika elastycznych wibracji jest zakodowana nie tylko w energii potencjalnej, lecz również w odpowiednio dobranych modelach afinicznych energii kinetycznej (tzn. w tensorach metrycznych na przestrzeni konfiguracyjnej) podobnie jak w zasadzie Maupertuis.

KBobuś

Załącznik nr 9

Zadanie 5. Zbadanie zagadnienia pojawiającego się w dynamice ciał afinicznie sztywnych (deformowalnych jednorodnie) z narzuconymi dodatkowymi więzami, w szczególności geometrycznie inspirowanych nieholonomicznych modeli ruchu bezobrotowego zarówno w standardowym d'Alembertowskim opisie, jak i w opisie wakonomicznym.

3. Najważniejsze osiągnięte wyniki

Ad zadanie 1:

W przypadku, gdy euklidesowa lub afiniczna przestrzeń fizyczna, w której znajduje się ciało, zostaje zastąpiona rozmaitością różniczkową z geometrią zadaną za pomocą tensora metrycznego lub koneksji afinicznej (lub obydwu naraz, powiązanych lub nie), ogólna koncepcja rozciągłego ciała metrycznie lub afinicznie sztywnego niestety się załamuje (z wyjątkiem przestrzeni Riemanna o stałej krzywiźnie, jak np. n-wymiarowe sfery i pseudosfery w $(n+1)$-wymiarowej przestrzeni liniowej). W tej sytuacji możemy mówić jedynie o nieskończenie małych ciałach metrycznie lub afinicznie sztywnych, tzn. położenie w przestrzeni fizycznej takiego ciała odzwierciedla położenie środka masy odpowiedniego rozciągłego ciała w płaskiej geometrii, a cała informacja o jego konfiguracji wewnętrznej jest „wstrzyknięta" do przestrzeni stycznej w tym punkcie, gdzie ona może być zidentyfikowana z układem uporządkowanych baz liniowych.

W mechanice ośrodków z mikrostrukturą odpowiada to punktom materialnym z wewnętrznymi stopniami swobody. Przy czym rolę przestrzeni mikromaterialnej (zmienne Lagrange'a) w tym przypadku odgrywa zwykła n-wymiarowa przestrzeń liniowa, w której zadane są mikromaterialne transformacje, zaś przestrzenią mikrofizyczną (zmienne Eulera) dla takiego nieskończenie małego ciała afinicznie sztywnego jest sama przestrzeń styczna do rozmaitości w punkcie, gdzie znajduje się takie ciało. Niestety w ogólnym przypadku dla nieskończenie małych ciał afinicznie sztywnych nie można wprowadzić przestrzennych transformacji afinicznych działających w fizycznej rozmaitości, w odróżnieniu od mikromaterialnych transformacji, które są dobrze zdefiniowane w przestrzeni liniowej. Jedynymi transformacjami, które przetrwają przy „wstrzyknięciu" afinicznych stopni swobody rozciągłego ciała do przestrzeni stycznej, są takie, które będą działać jedynie na wewnętrznych stopniach swobody, bez zaangażowania żadnego ruchu translacyjnego w rozmaitości różniczkowej.

Monografia [C1] została poświęcona analizie zarówno modeli afinicznych (opisujących nieskończenie małe ciała umieszczone w rozmaitości), które wynikają z mechaniki d'Alembertowskiej rozciągłych ciał afinicznie sztywnych w płaskich przestrzeniach, jak i bardziej ogólnych dynamicznych modeli afinicznych w rozmaitości, które by wynikały z nie-d'Alembertowskich idei w płaskich przestrzeniach. Pod pojęciem dynamicznych modeli afinicznych rozumiemy sytuację, kiedy nie tylko kinematyka zagadnienia jest niezmiennicza względem grupy afinicznej, lecz też dynamika, tzn. Lagrangian, Hamiltonian i same otrzymane w modelu równania ruchu. Została również przeprowadzona analiza wybranych dwu- i trójwymiarowych przypadków szczególnych między innymi na sferze, pseudo-sferze, tzn. przestrzeni Lobatchevskiego, oraz torusie.

Zastosowania praktyczne otrzymanych wyników możliwe są np. w problemach geofizyki

KBobur

(ruch płyt kontynentalnych), ekologii (ruch takich zanieczyszczeń na powierzchni oceanu jak plamy ropy naftowej, itd.) czy też mechaniki strukturalnych mikropolarnych i mikromorficznych powłok.

Ad zadanie 2:

Wzorując się na przykładach ładnej z punktu widzenia teorii grup struktury lewo-niezmienniczych modeli geodezyjnych na grupie obrotów (energia kinetyczna bąka jest również prawo-niezmiennicza w sytuacji, gdy jest to bąk kulisty) oraz prawo-niezmienniczych modeli geodezyjnych na grupie wszystkich zachowujących objętość dyfeomorfizmów (opis V. I. Arnolda nieściśliwych cieczy idealnych [10]), zostały zaproponowane modele geodezyjne o podobnej strukturze lewo-, prawo- lub podwójnie-niezmiennicze względem grupy afinicznej lub liniowej w teorii ciał afinicznie sztywnych (dynamiczne modele afiniczne). Ciekawym faktem jest to, że dla takich modeli geodezyjnych daje się do pewnego stopnia zakodować dynamikę wyłącznie w naturalnie wynikającym z geometrii problemu członie kinetycznym (tzn. w tensorze metrycznym na przestrzeni konfiguracyjnej zagadnienia) nawet bez użycia członu potencjalnego (podobnie jak to się dzieje w zasadzie wariacyjnej Maupertuis). Jedynie w sytuacji, gdy obiekt jest ściśliwy, niezbędne jest użycie odpowiednio dobranego potencjału do stabilizacji dylatacji.

W pracy [C3] została przeprowadzona analiza zwykłych oraz dynamicznych modeli afinicznych wzajemnego oddziaływania pomiędzy rotacyjnymi i deformacyjnymi stopniami swobody zarówno w ujęciu klasycznym, jak i kwantowym (np. wzbudzenia wewnętrznych stopni swobody obiektów wielocząstkowych, takich jak molekuły, fulereny, jądra atomowe, itd.).

Za pomocą użycia rozkładu dwubiegunowego dla macierzy konfiguracji (rozkład na macierz ortogonalną-diagonalną-ortogonalną) afiniczne stopnie swobody zostały podzielone na trzy odrębne podukłady, tzn. stopnie swobody odpowiadające dwóm fikcyjnym żyroskopom (zadanym za pomocą osi głównych tensorów deformacji Greena i Cauchyego) oraz niezmienniki deformacji (czyste rozciągania). Ten rozkład nie jest unikalny, tzn. inwarianty deformacji mogą być zinterpretowane jako nierozróżnialne „cząsteczki" na linii prostej i wtedy mogą one zostać spermutowane. Jeśli takiej permutacji towarzyszy przemnożenie z prawej strony obydwu macierzy ortogonalnych w rozkładzie dwubiegunowym przez odpowiednio dobraną macierz ortogonalną, która ma w każdym rzędzie i każdej kolumnie wyłącznie 0 lub ±1, to fizycznie nic nie powinno się zmienić w opisie zagadnienia.

Można wydzielić najbardziej naturalne rodzaje modeli dynamicznie afinicznie niezmienniczych, tzn. lewo-niezmienniczych względem grupy izometrii oraz prawo-niezmienniczych względem grupy afinicznej lub na odwrót – lewo-niezmienniczych względem grupy afinicznej oraz prawo-niezmienniczych względem grupy izometrii. Przy czym modele prawo-niezmiennicze względem grupy afinicznej można traktować jak drastyczną dyskretyzację opisu V. I. Arnolda nieściśliwej cieczy idealnej [10], kiedy nieskończenie wymiarowa grupa wszystkich zachowujących objętość dyfeomorfizmów przechodzi w skończenie wymiarową grupę przekształceń afinicznych zachowujących objętość odwzorowań z przestrzeni materialnej w przestrzeń fizyczną. Takie modele mogą mieć zastosowanie do opisu molekuł oraz kropelek materii jądrowej.

KBobuf

Załącznik nr 9

Ciekawe, że modele lewo-niezmiennicze względem grupy afinicznej również mogą być realistyczne i znaleźć swoje zastosowanie w teorii materii skondensowanej. Na przykład gdy dzięki silnym oddziaływaniom i dużej gęstości materii molekuły przestaną „odczuwać” w swojej energii kinetycznej prawdziwą metrykę przestrzeni fizycznej, tylko będą „czuły” tensor deformacji Cauchyego jako odpowiedni obiekt metryczny, na którym zostanie oparta struktura ich efektywnej energii kinetycznej. Podobna sytuacja ma miejsce w teorii ciała stałego, gdy kinetyczna energia elektronu bazuje na tak zwanym tensorze efektywnej masy, a nie na zwykłej metrycznej geometrii.

Ad zadanie 3:

Z reguły w przypadku zwykłych ciał afinicznie sztywnych wymiar przestrzeni materialnej i fizycznej jest taki sam, więc przestrzeń konfiguracyjna zagadnienia daje się utożsamić z przestrzenią grupową n-wymiarowej grupy afinicznej, tzn. z przestrzenią jednorodną tej grupy z trywialnymi grupami izotropii.

Z kolei dla ciał afinicznie sztywnych o zdegenerowanym wymiarze wymiar przestrzeni materialnej jest ściśle mniejszy od wymiaru przestrzeni fizycznej, tzn. mamy do czynienia z sytuacją, gdy m-wymiarowe ciało afinicznie sztywne porusza się w n-wymiarowej przestrzeni fizycznej oraz $m<n$. W fizycznych zastosowaniach najczęściej $m=1,2$ oraz $n=3$. Wtedy przestrzeń konfiguracyjna zagadnienia składa się z afinicznych iniekcji, tzn. monomorfizmów, z przestrzeni materialnej do fizycznej. W tym przypadku mamy $n(m+1)$ stopni swobody, w tym n translacyjnych oraz nm wewnętrznych.

W pracach [C2] oraz [C4] został opisany swego rodzaju przypadek pośredni, gdy mamy do czynienia z zanurzeniem płaskiego ciała afinicznie sztywnego w trójwymiarowej przestrzeni fizycznej (płaszczyzna centralna), ale w rozpatrywanym przypadku grubość jego nie jest nieskończenie mała, tylko wykonuje jednowymiarowe oscylacje ortogonalne do dwuwymiarowej płaszczyzny centralnej. W tej sytuacji można skorzystać z wcześniej rozpracowanego formalizmu dla niezdegenerowanych ciał afinicznie sztywnych z nałożonymi jednak dodatkowymi więzami typu Kirchhoffa-Love'a. Wtedy grupa materialnych transformacji rozseparuje się na grupę afiniczną w dwóch wymiarach oraz grupę dylatacji w trzecim.

W pracy [C2] został zastosowany dwubiegunowy rozkład macierzy konfiguracji na macierz ortogonalną-diagonalną-ortogonalną dla przypadku izotropowego w dwóch „płaskich” wymiarach. Dla odpowiednio dobranych modelowych potencjałów (zależnych jedynie od niezmienników deformacji) zostały otrzymane silnie nieliniowe równania ruchu w ogólnej postaci. Zostały również otrzymane rozwiązania szczególne (stacjonarne elipsy), dla których zarówno niezmienniki deformacji, jak i prędkości kątowe fikcyjnych żyroskopów w rozkładzie dwubiegunowym były stałe. Ciekawym faktem jest to, że mimo stacjonarnego charakteru rozwiązań, deformacje nie były stałe w czasie, tzn. wyrażenia zarówno dla tensora deformacji Greena, jak i tensora deformacji Cauchyego w ogólnym przypadku zależały jawnie od czasu.

W pracy [C4] z kolei został wykorzystany rozkład biegunowy (macierz ortogonalna-symetryczna) dla ogólnego przypadku (bez założenia dodatkowej izotropowości w „płaskich” wymiarach). Wyrażenie dla energii kinetycznej w tym przypadku ładnie rozseparowało się na

K.Bobuf

człon rotacyjny (opisujący sprzężenie między prędkością kątową fikcyjnego żyroskopu w rozkładzie biegunowym), rotacyjno-deformacyjny (opisujący powiązanie pomiędzy prędkością kątową oraz deformacyjną) oraz deformacyjny (opisujący energię kinetyczną oscylacji deformacji). Człon potencjalny zaś zależy od konfiguracji jedynie poprzez zależność od tensora deformacji Greena. W tym przypadku dla modelowych potencjałów również zostały otrzymane ogólne, silnie nieliniowe równania ruchu oraz rozwiązania szczególne (stacjonarne elipsy), gdy tensor deformacji Greena (a więc i symetryczna macierz deformacji w rozkładzie biegunowym) oraz prędkość kątowa fikcyjnego żyroskopu były stałe.

Warto zaznaczyć, że rozwiązania szczególne otrzymane dla rozkładu biegunowego i dwubiegunowego są zasadniczo różne, a jednocześnie dopełniające siebie. W pierwszym przypadku otrzymano stałą wartość tensora deformacji Greena oraz trzy gałęzie rozwiązań, odpowiadających stacjonarnym obrotom fikcyjnego żyroskopu w rozkładzie biegunowym wokół swoich trzech głównych osi, zaś w drugim – zależną od czasu wartość tensora deformacji Greena oraz jedyną możliwą do zrealizowania gałąź rozwiązań odpowiadającą niezależnym, ale skorelowanym stacjonarnym obrotom fikcyjnych żyroskopów w rozkładzie dwubiegunowym wokół trzeciej osi głównej ortogonalnej do płaszczyzny centralnej ciała afinicznie sztywnego z niezerową grubością.

Opracowane wyniki mogą zostać zastosowane w teorii ośrodków ze strukturą do opisu takich ciał, jak jednowymiarowe elementy strukturalne ciekłych kryształów oraz płaskie molekuły (H_2O, S_3, CO_2) lub struktury supramolekularne, składające się z dużej liczby molekuł, ale mające prawie „płaskie" jądro. Również możliwe są zastosowania w nanofizyce, np. do opisu grafenu czystego (płaskie ciało afinicznie sztywne prawie z zerową grubością) lub chemicznego z grupami funkcjonalnymi (płaskie ciało afinicznie sztywne z grubością, która może się zmieniać np. w zależności od otoczenia, w którym znajdują się grupy funkcyjne).

Ad zadanie 4:

W pracy [C5] została przeprowadzona szczegółowa algebraiczna i geometryczna analiza mechaniki analitycznej układów ciał afinicznie sztywnych (deformowalnych jednorodnie), kiedy dynamika elastycznych wibracji jest zakodowana nie tylko w energii potencjalnej, lecz również w odpowiednio dobranych modelach energii kinetycznej (w tensorach metrycznych na przestrzeni konfiguracyjnej) podobnie jak w zasadzie Maupertuis.

Możliwe są zastosowania fizyczne opracowanych wyników w licznych zagadnieniach dynamiki molekularnej, gdzie wiodącymi stopniami swobody są translacje, obroty i jednorodne deformacje, lub też w teorii kryształów molekularnych, gdzie wzajemne przemieszczenia pojedynczych ciał afinicznie sztywnych powodują powstawanie naprężeń, zaś wzajemne obroty i deformacje – hipernaprężeń w ośrodku.

Ciekawym też przykładem praktycznego zastosowania teorii jest wykorzystanie jej w metodzie elementów skończonych, głównie do potrzeb obliczeniowych, numerycznych. Ciało materialne wtedy się „trianguluje" (podobnie jak w geodezji) i przedstawia jak agregat sympleksów, które są wystarczająco małe, żeby w przybliżeniu zostać rozpatrzone jako ciała afiniczne sztywne (deformowalne jednorodnie). Granica ciała może być wtedy „triangulowana" w dosłownym sensie w dwuwymiarowe, tzn. płaskie ciała afiniczne sztywne. W tradycyjnych zastosowaniach takie sympleksy są wykorzystywane jako elementy siatki dla

K.Bobul

czysto numerycznego rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych, które pojawiają się w teorii sprężystości (lub lepkosprężystości czy też plastyczności).

Chociaż ostatnio bardzo popularne też jest zupełnie inne podejście do traktowania tego zagadnienia, tzn. kiedy za pomocą otrzymanej siatki sympleksów reprezentujemy pierwotne ciało jako agregat wzajemnie oddziałujących małych ciał afinicznie sztywnych. Wtedy dynamiczne zagadnienie kontynualne zostaje zastąpione przypadkiem dyskretnym, równania różniczkowe cząstkowe w tym przybliżeniu przechodzą w równania różniczkowe zwyczajne dla skończonej liczby stopni swobody układu dynamicznego. Możliwe również różnego rodzaju kombinacje obydwu podejść, tzn. łączenie podejścia analitycznego z numerycznymi technikami bazującymi na przeprowadzonej dyskretyzacji. Cała procedura wtedy staje się bardziej stabilna oraz znacznie mniejsze jest też prawdopodobieństwo powstawania sztucznych obliczeniowych artefaktów.

Ad zadanie 5:

W pracy [C6] zostało przeanalizowane zagadnienie opisu ciała afinicznie sztywnego poddanego dodatkowym więzom o prostej strukturze geometrycznej oraz przeprowadzenie odpowiedniej procedury eliminacji sił reakcji. Na przykład, nakładając na swobodne ciało afinicznie sztywne pseudo-holonomiczne więzy ruchu metrycznie sztywnego, otrzymujemy warunek, że afiniczne quasi-prędkości mają być antysymetryczne. W związku z powyższym siły reakcji muszą się zerować na takich antysymetrycznych quasi-prędkościach zgodnych z więzami, więc siły reakcji muszą być symetryczne i biorąc antysymetryczną część równań ruchu dla ciała afinicznie sztywnego bez więzów wyeliminujemy siły reakcji więzów i otrzymamy efektywne równania ruchu dla rozpatrywanej sytuacji z więzami.

Podobnie dla izochorycznych więzów (ciało nieściśliwe) otrzymujemy, że afiniczne quasi-prędkości mają być bezśladowe, zaś siły reakcji – proporcjonalne do tensora jednostkowego. Współczynnik proporcjonalności (mnożnik Lagrange'a) daje się wyeliminować biorąc pod uwagę warunek nieściśliwości (stałość wyznacznika macierzy konfiguracji) i wtedy efektywny układ równań ruchu z więzami jest częścią bezśladową początkowych swobodnych równań ruchu.

Bardzo ciekawym przykładem dodatkowych więzów na ciało afinicznie sztywne są więzy ruchu bezobrotowego, które dają się zapisać jako warunek symetryczności afinicznej quasi-prędkości (jedyna geometrycznie poprawna definicja). Siły reakcji wtedy antysymetryczne i efektywne równania ruchu są symetryczną częścią początkowych równań ruchu swobodnego ciała afinicznie sztywnego.

Alternatywnie do tradycyjnego opisu mechanizmu uwzględnienia więzów z wykorzystaniem d'Alembertowskiej zasady wariacyjnej został również przeanalizowany opis wakonomiczny, który bazuje na twierdzeniu Lusternika, tzn. wprowadzeniu więzów bezpośrednio do zasady wariacyjnej wraz z mnożnikami Lagrange'a i przejściu do odpowiedniej swobodnej zasady wariacyjnej bez więzów. Termin „wakonomiczny" (ang. „vakonomic") pochodzi od „wariacyjna aksjomatyka" (ang. „variational axiomatic kind") i wprowadził go po raz pierwszy V. V. Kozlov w pracy [37]. Używał on go do opisu alternatywnych równań ruchu dla mechanicznego układu fizycznego z nałożonymi więzami nieholonomicznymi. Wakonomiczna mechanika inaczej też jest nazywana dynamiczną optymizacją zagadnienia poddanego

KBobuł

więzom nieholonicznym. Okazuje się, że dla przypadku więzów holonomicznych oba te podejścia do mechaniki prowadzą do identycznych równań ruchu, co już nie jest prawdą dla ogólnego przypadku więzów nieholonomicznych.

Dla istotnie nieholonomicznych więzów ruchu bezobrotowego został użyty rozkład biegunowy macierzy konfiguracji oraz dla odpowiednich potencjałów modelowych zależnych od konfiguracji poprzez zależność od tensora deformacji Greena otrzymano równania ruchu zarówno w standardowym d'Alembertowskim opisie, jak i w opisie wakonomicznym.

Opracowane wyniki mogą zostać zastosowane do opisu wybranych zagadnień w dynamice molekularnej i jądrowej, do opisu przemieszczenia pęcherzyków gazu i innych wtrąceń (inkluzji) w płynach o dużej lepkości lub też w teorii sterowania dla aktywnych procedur sterowania z wykorzystaniem serwomechanizmów, np. w problemach sterowania ruchem sztucznego satelity ziemskiego lub stacji kosmicznej.

B. Podsumowanie najważniejszych osiągnięć oraz oryginalnych aspektów rozprawy habilitacyjnej:

W przedstawionym jednotematycznym cyklu 6 wybranych publikacji rozprawy habilitacyjnej została opracowana jak najbardziej uniwersalna teoria dyskretnych i ciągłych ciał deformowalnych, w której modele afinicznie niezmiennicze zostały wykorzystane do opisu następujących zjawisk fizycznych zachodzących w ośrodkach z mikrostrukturą:

1) zagadnienia, w którym badane są nieskończenie małe ciała afinicznie sztywne umieszczone w rozmaitości z ogólną koneksją afiniczną i/lub tensorem metrycznym,

2) wzajemnego oddziaływania pomiędzy rotacyjnymi i deformacyjnymi wewnętrznymi stopniami swobody obiektów wielocząstkowych zarówno w opisie klasycznym, jak i kwantowym,

3) zanurzenia dwuwymiarowego ciała afinicznie sztywnego w trójwymiarowej przestrzeni, którego grubość wykonuje jednowymiarowe oscylacje ortogonalne w stosunku do jego płaszczyzny centralnej,

4) mechaniki analitycznej układów ciał afinicznie sztywnych wraz z możliwym zastosowaniem w metodzie elementów skończonych, gdzie agregat sympleksów powstających po triangulacji ciała jest rozumiany jako agregat wzajemnie oddziałujących małych ciał afinicznie sztywnych,

5) zagadnienia dynamiki ciał afinicznie sztywnych z narzuconymi dodatkowymi więzami zarówno w opisie d'Alembertowskim, jak i wakonomicznym.

Literatura:

[1] A. C. Eringen, *Nonlinear Theory of Continuous Media*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

[2] A. C. Eringen, *Mechanics of Micromorphic Continua*, in: Proceedings of the IUTAM Symposium on Mechanics of Generalized Continua, Freudenstadt and Stuttgart, 1967,

KBobuf

Załącznik nr 9

E. Kroener (ed.), Vol. 18, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1968, str. 18-33.

[3] A. C. Eringen (ed.), *Continuum Mechanics. Volume I. Mathematics*, Academic Press, New York-London, 1975.

[4] A. C. Eringen (ed.), *Continuum Mechanics. Volume II. Continuum Mechanics of Single-Substance Bodies*, Academic Press, New York-San Francisco-London, 1975.

[5] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Mechanics of Continuous Media*, PWN – Polish Scientific Publishers, Warsaw, 1958 (in Polish).

[6] F. J. Dyson, *Dynamics of a Spinning Gas Cloud*, Journal of Mathematics and Mechanics, 18, no. 1, 91-101, 1968.

[7] S. Chandrasekhar, *Ellipsoidal Figures of Equillibrium*, Yale University Press, New Haven-London, 1969.

[8] O. I. Bogoyavlensky, *Methods of Qualitative Theory of Dynamical Systems in Astrophysics and Gas Dynamics*, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1985.

[9] A. Bohr, B. A. Mottelson, *Nuclear Structure. Volume II*, W. A. Benjamin, Reading, Mass., 1975.

[10] V. I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer Graduate Texts in Mathematics, Vol. 60, Springer, New York, 1978.

[11] J. L. Synge, *Classical Dynamics*, Springer, Berlin-Goettingen-Heidelberg-New York, 1981.

[12] G. Capriz, *Continua with Microstructure*, Springer Tracts in Natural Philosophy, Vol. 35, Springer, New York-Berlin-Heidelberg-Paris-Tokyo, 1989.

[13] C. Trimarco, *Microscopic Variables and Macroscopic Quantities*, in: Proc. of Workshop on Geometry, Continua and Microstructures, Paris, May 28-29, Hermann, Paris, 1997.

[14] J. C. Slater, *Quantum Theory of Matter* (2nd edition), McGraw-Hill Company, New York, 1968.

[15] J. C. Slater, *Quantum Theory of Molecules and Solids. Vol. 1. Electronic Structure of Molecules*, McGraw-Hill Company, New York, 1974.

[16] B. Fiedler, B. Sandstede, A. Scheel, C. Wulff, *Bifurcation from Relative Equilibria of Noncompact Group Actions: Skew Products, Meanders, and Drifts*, Doc. Math. J. DMV 1, 479-505, 1996.

[17] M. Roberts, C. Wulff, J. Lamb, *Hamiltonian Systems Near Relative Equilibria*, J. of Diff. Equations 179, 562-604, 2002.

[18] C. Wulff, M. Roberts, *Hamiltonian Systems Near Relative Periodic Orbits*, SIAM J. of

KBobu

Załącznik nr 9

Dynamical Systems 1, no. 1, 1-43, 2002.

[19] E. Sousa Dias, *A Geometric Hamiltonian Approach to the Affine Rigid Body*, in: *Dynamics, Bifurcation and Symmetry. New Trends and New Tools*, P. Chossat (ed.), NATO ASI Series C, 437, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1994, str. 291-299.

[20] P. Nardinocchi, L. Teresi, A. Tiero, *A Direct Theory of Affine Bodies*, International Journal of Engineering Science 38, 865-878, 2000.

[21] P. Nardinocchi, L. Teresi, A. Tiero, *A Direct Theory of Affine Rods*, European Journal of Mechanics A – Solids 21, 653-667, 2002.

[22] H. Cohen, *Pseudo-Rigid Bodies*, Utilitas Math. 20, 221-247, 1981.

[23] H. Cohen, R. G. Muncaster, *The Dynamics of Pseudo-Rigid Bodies: General Structure and Exact Solutions*, Journal of Elasticity 14, 127-154, 1984.

[24] H. Cohen, G. P. Mac Sithigh, *Plane Motions of Elastic Pseudo-Rigid Bodies*, Journal of Elasticity 21, 193-226, 1989.

[25] H. Cohen, M. G. Muncaster, *The Theory of Pseudo-Rigid Bodies*, Springer Tracts in Natural Philosophy, Springer, Berlin, 1989.

[26] J. J. Sławianowski, *Analytical Dynamics of Finite Homogeneous Strains*, Arch. Mech. 26, 569-587, 1974.

[27] J. J. Sławianowski, *Newtonian Dynamics of Homogeneous Strains*, Arch. Mech. 27, 93-102, 1975.

[28] D. Lewis, J. C. Simo, *Nonlinear Stability of Rotating Pseudo-Rigid Bodies*, Proc. Roy. Soc. London Ser. A 427, 281-319, 1990.

[29] J. Casey, *On the Advantages of a Geometrical Viewpoint in the Derivation of Lagrange's Equations for a Rigid Continuum*, in: *Theoretical, Experimental and Numerical Contributions to the Mechanics of Fluids and Solids*. Special Issue of J. Applied Mech. Phys. 46, 805-847, 1995.

[30] J. M. Solberg, P. Papadopoulos, *A Simple Finite Element-Based Framework for the Analysis of Elastic Pseudo-Rigid Bodies*, Int. J. Numer. Meth. Eng. 45, 1297-1314, 1999.

[31] J. M. Solberg, P. Papadopoulos, *Impact of an Elastic Pseudo-Rigid Body on a Rigid Foundation*, Int. J. Eng. Sci. 38, 589-603, 2000.

[32] P. Papadopoulos, *On a Class of Higher-Order Pseudo-Rigid Bodies*, Math. Mech. Solids 6, 631-640, 2001.

[33] J. Casey, *Pseudo-Rigid Continua: Basic Theory and a Geometrical Derivation of Lagrange's Equations*, Proc. R. Soc. Lond. A 460, 2021-2049, 2004.

KBobul

[34] E. Kanso, P. Papadopoulos, *Dynamics of Pseudo-Rigid Ball Impact on Rigid Foundation*, International Journal of Nonlinear Mechanics 39, 299-309, 2004.

[35] J. Casey, *The Ideal Pseudo-Rigid Continuum*, Proc. R. Soc. Lond. A 462, 3185-3195, 2006.

[36] D. J. Steigmann, *On Pseudo-Rigid Bodies*, Proc. R. Soc. A 462, 559-565, 2006.

[37] V. V. Kozlov, *Realization of Nonintegrable Constraints in Classical Mechanics*, Dokl. Akad. Nauk SSSR 272, no. 3, 550-554, 1983 (in Russian); English translation: Sov. Phys. Dokl. 28, no. 9, 735-737, 1983.

5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych:

A. Prace naukowe opublikowane przed doktoratem ([A1]-[A10], patrz Załącznik nr 1) oraz pozostałe prace naukowe opublikowane po doktoracie ([B5]-[B6], [B9]-[B12], [B14]-[B17], [B19], patrz Załącznik nr 3):

Dorobek naukowy przed doktoratem składa się z 6 artykułów opublikowanych w czasopismach z listy JCR (sumaryczny impact factor zgodnie z rokiem opublikowania lub aktualny = 4,162), 3 artykułów opublikowanych w czasopismach spoza listy JCR i proceedingsach z konferencji oraz 1 monografii wieloautorskiej.

W pozostałym dorobku naukowym po doktoracie (oprócz 6 prac naukowych, które weszły do powyższego cyklu jednotematycznego) znajdują się 5 artykułów opublikowanych w czasopismach z listy JCR (sumaryczny impact factor zgodnie z rokiem opublikowania lub aktualny = 4,413), 4 artykuły opublikowane w czasopismach spoza listy JCR oraz 4 rozdziały w monografiach.

Tematyka badawcza zrealizowana w powyższych pracach obejmowała m.in. następujące grupy zagadnień:

1. Oddziaływanie międzyatomowe oraz jego wpływ na termodynamiczne charakterystyki.

W pracy [A1] zostały wyliczone poprawki relatywistyczne do oddziaływania rezonansowego dwóch atomów. Zostało pokazane, że wiodąca poprawka jest odwrotnie proporcjonalna do odległości między atomami. W kolejnej pracy [A2] został zbadany wpływ relatywistycznych sił przyciągania (opisanych według za pomocą wzoru Casimira-Poldera) na dużych odległościach pomiędzy neutralnymi atomami na termodynamiczne charakterystyki, w szczególności na wartość drugiego współczynnika wirialnego, dla którego zostało otrzymane wyrażenie analityczne w wysokotemperaturowym przybliżeniu. Dla atomowego wodoru i gazów szlachetnych została policzona stała relatywistycznego oddziaływania za pomocą wzoru aproksymacyjnego Slatera-Kirkwooda, w którym stała relatywistycznego oddziaływania jest wyrażona poprzez stałą oddziaływania dipol-dipolowego.

2. Równanie Kleina-Gordona-Diraca w spinorowej geometrodynamice.

W pracy [A3] zostało przedyskutowane równanie Kleina-Gordona-Diraca, tzn. liniowe równanie różniczkowe ze stałymi współczynnikami, które zostało otrzymane za pomocą superpozycji operatorów Diraca i d'Alemberta. Zostało otrzymane ogólne rozwiązanie dla

KBobuś

równania Kleina-Gordona-Diraca jako superpozycja dwóch płaskich harmonicznych fal Diracowskich z różnymi masami. Znaleziono reguły multiplikacji dla bispinorów Diraca z różnymi masami. Formalizm Lagrange'owski został zastosowany do otrzymania tensora energii-pędu oraz 4-prądu. Okazuje się, że iloczyn skalarny w badanym przypadku jest superpozycją Klein-Gordonowskiego i Diracowskiego iloczynów skalarnych. Zostało zaproponowane zasadnicze podejście do formalizmu kanonicznego oraz zostały policzone przypadki graniczne dwóch jednakowych mas oraz jednej z mas równej zeru. W kolejnej pracy [A6] została otrzymana funkcja Greena dla równania Kleina-Gordona-Diraca. Został rozpatrzony przypadek szczególny, gdy człon Klein-Gordonowski dominował w równaniu. Okazało się, że istnieje formalna analogia pomiędzy badanym problemem oraz zagadnieniem ruchu 4-wymiarowej cząstki w polu zewnętrznym. Jawne powiązania pomiędzy funkcjami falowymi, funkcjami Greena oraz warunkami początkowymi zostały ustalone za pomocą formalizmu T-eksponenty.

W pracy [B2] przeprowadzono analizę zagadnienia wzajemnego oddziaływania pomiędzy polem spinorowym i grawitacyjnym z grupą U(2,2) jako oczekiwaną fundamentalną symetrią w spinorowej geometrodynamice. Zostały zbadane pewne rozwiązania szczególne, prowadzące m.in. do idei równania Kleina-Gordona-Diraca, które wydaje się wyjaśniać dziwne zjawisko pojawiania się leptonów i kwarków w charakterystycznych parach w oddziaływaniu elektrosłabym.

3. Niezmiennicze problemy geodezyjne na grupach afinicznej i rzutowej.

W pracy [A4] zostały przedyskutowane metryki (pseudo-)Riemannowskie na grupie afinicznej. Szczególny nacisk został położony na metrycznych strukturach niezmienniczych względem działań lewych i prawych regularnych translacji za pomocą elementów zarówno pełnej grupy afinicznej, jak i niektórych z jej geometrycznie wyróżnionych podgrup.

W pracy [A5] wprowadzono koncepcję n-wymiarowego ciała rzutowo sztywnego oraz przeanalizowano jej powiązanie z koncepcją $(n+1)$-wymiarowego nieściśliwego ciała afinicznie sztywnego. Zostały otrzymane równania ruchu geodezyjnego dla takiego ciała rzutowo sztywnego oraz został zbadany pouczający przykład gdy $n=1$.

4. Klasyczne i kwantowe układy dynamiczne na grupach Liego.

W pracy [A7] zostały opisane klasyczne i kwantowe układy dynamiczne na grupach Liego i ich przestrzeniach jednorodnych. Szczególny nacisk został położony na dynamikę ciał deformowalnych i wzajemnym sprzężeniu pomiędzy obrotami i deformacjami. Mody deformacyjne zostały zdyskretyzowane, tzn. odpowiednie stopnie swobody są sterowane za pomocą skończonej liczby parametrów. Głównie rozpatrywana była sytuacja, gdy efektywna przestrzeń konfiguracyjna zagadnienia jest równoważna z przestrzenią afiniczną (ciała afinicznie sztywne). Szczególna uwaga została przydzielona lewo- i prawo-niezmienniczym układam geodezyjnym (bez członu potencjalnego), gdzie tensor metryczny, który leży w osnowie formy energii kinetycznej, jest inwariantny względem lewych i/lub prawych translacji regularnych na grupie afinicznej. Dynamika wibracji elastycznych może zostać zakodowana w ten sposób w samym wyrażeniu w energii kinetycznej. Zostały również zbadane przypadki niezmienniczych układów niegeodezyjnych z wykorzystaniem typowych modelowych potencjałów.

K Bobu

Załącznik nr 9

W pracach [A8], [A9] oraz [A10] zostały przedyskutowane klasyczne i kwantowe modele kolektywnych i wewnętrznych stopni swobody, niezmiennicze względem działania grupy afinicznej i niektórych wybranych jej podgrup. Został pokazany związek badanego zagadnienia z zagadnieniem opisu dynamiki całkowalnych jednowymiarowych łańcuszków Calogero-Mosera-Sutherlanda. Została również przeprowadzona procedura kwantowania Schroedingerowskiego, w wyniku której kwantowy problem został efektywnie zredukowany z n^2 do n stopni swobody. Zostały zaproponowane niektóre zastosowania w fizyce jądrowej i kwantowym zagadnieniu wielu ciał.

5. Równanie Schroedingera i jego modyfikacje jako układy Hamiltonowskie.

W pracach [B3], [B6] oraz [B17] dokonano analizę n-poziomowego układu kwantowego zrealizowanego na n-wymiarowej przestrzeni Hilberta. Ewolucja unitarna takiego układu jest opisywana za pomocą równania Schroedingera, które jest interpretowane jako układ Hamiltonowski na przestrzeni Hilberta. W tym podejściu jest to równanie ruchu, wyprowadzane z zasady wariacyjnej, i można je potraktować za pomocą formalizmu Lagrange'a-Hamiltona z wprowadzoną niejawną, nieperturbacyjną, geometrycznie inspirowaną nieliniowością, bazującą na iloczynie skalarnym, traktowanym jako zmienna dynamiczna. Sytuacja ta jest podobna do przejścia od szczególnej teorii względności, gdzie tensor metryczny jest zadany raz na zawsze (absolutny obiekt), do ogólnej teorii względności, gdzie tensor metryczny staje się zmienną dynamiczną, która wchodzi do równań ruchu razem z innymi fizycznymi polami. Ogólny Lagrangian niezmienniczy względem działania grupy GL(n,C) zawiera człony, opisujące ewolucję swobodną funkcji falowej, trywialną i Hamiltonowską część dynamiki oraz człony liniowe i kwadratowe w pochodnych czasowych dynamicznego iloczynu skalarnego. Jako przypadki szczególne zostały otrzymane zarówno zwykłe, jak i zmodyfikowane równania Schroedingera pierwszego i drugiego rzędu (zawierające drugą pochodną czasową). Przypomina to sytuację opisaną w pracach [A3] oraz [A6], gdzie równanie Kleina-Gordona-Diraca zostało otrzymane jako superpozycja operatorów Diraca i d'Alemberta. Są przesłanki, żeby uważać, że za pomocą takich silnie nieliniowych zmodyfikowanych równań Schroedingera można byłoby opisywać otwarte układy kwantowe oraz pozwoliłoby to na uniknięcie typowych paradoksów, które powstają w tradycyjnej mechanice kwantowej i dotyczą m.in. dekoherencji, procesu pomiaru oraz redukcji wektora stanu.

6. Związek pomiędzy istotnymi nieliniowościami i grupami symetrii wyższego rzędu.

W pracach [B5] oraz [B14] zostało przeanalizowane powiązanie pomiędzy istotnymi nieliniowościami, które nie mają charakteru małych zaburzeń liniowego tła (modele typu Borna-Infelda), i grupami symetrii wyższego rzędu w mechanice analitycznej układów dyskretnych i ciągłych, ogólnie w teorii pola (np. w elektrodynamice) oraz bardziej szczegółowo w teorii grawitacji (modele pola tetradowego). Jeżeli chodzi o mechanikę analityczną ciał afinicznie sztywnych (deformowalnych jednorodnie), to w tym przypadku zostały opisane modele geodezyjne, w których elastyczna dynamika ciała jest zakodowana nie w energii potencjalnej, tylko w afinicznie inwariantnej energii kinetycznej (w afinicznie inwariantnych tensorach metrycznych na przestrzeni konfiguracyjnej).

K.Bobul

Załącznik nr 9

7. Quasi-klasyczne i kwantowe układy kątowych momentów pędu.

W pracach [B9]-[B12] zostało omówione wykorzystanie struktury matematycznej algebr grupowych i H^+-algebr do opisu pewnych zagadnień, dotyczących dynamiki kwantowej układów kątowych momentów pędu (np. elektronów, nukleonów oraz obracających się obiektów rozciągłych jak molekuły, itd.), włączając w to układy spinowe. Została również zbadana granica quasi-klasyczna problemu jako asymptotyka „dużych" liczb kwantowych, tzn. „szybko oscylujących" funkcji falowych na grupach.

8. Uogólniony formalizm Weyla-Wignera-Moyala-Ville'a w mechanice kwantowej.

W pracy [B15] zostały przedyskutowane pewne aspekty formalizmu przestrzeni fazowej w mechanice kwantowej w kontekście podejścia Weyla-Wignera-Moyala-Ville'a, a także powiązanie pomiędzy tym formalizmem i geometrią grupy Galileusza, teorią unitarnych rzutowych reprezentacji grup oraz teorią algebr grupowych. Przedstawiono propozycje uogólnień mechaniki kwantowej na lokalnie zwarte grupy Abelowe z wykorzystaniem dualności Pontryagina. Możliwe jest zastosowanie teorii do opisu niektórych aspektów fizycznych w dynamice kwantowej sieci krystalicznych. Została również zbadana granica quasi-klasyczna zagadnienia.

9. Niektóre ciekawe własności grupy Galileusza.

W pracy [B16] zostały przedyskutowane pewne ciekawe właściwości grupy Galileusza, np. że na poziomie kwantowym dla masywnych cząstek grupa Galileusza dopuszcza tylko rzutowe reprezentacje unitarne. Został również omówiony status masy w podejściu Galileuszowskim, gdzie jest to parametr, który charakteryzuje reprezentacje rzutowe w sensie V. Bargmanna, w przeciwieństwie do sytuacji w teorii relatywistycznej, gdzie jest to ciągłe znaczenie własne niezmiennika Casimira. Taka „patologia" z relatywistycznego punktu widzenia jest tym nie mniej ciekawa i do pewnego stopnia odzwierciedla założenia podejścia Weyla-Wignera-Moyala-Ville'a do mechaniki kwantowej.

10. Propagacja fal w niejednorodnych ośrodkach dielektrycznych.

W pracy [B19] zostało przedstawione analityczne podejście, które bazowało na parametrycznej reprezentacji propagacji fali w niejednorodnych ośrodkach dielektrycznych ze zmiennym współczynnikiem załamania. Okazuje się, że przy periodycznej modulacji współczynnika załamania ośrodka może występować zjawisko rezonansu lub antyrezonansu, tzn. istnienie wykładniczo rosnące/zanikające rozwiązania równania falowego. Taka periodyczna struktura ośrodka jest charakterystyczna np. falowodów optycznych Bragga lub też wielowarstwowych luster interferencyjnych, gdzie, rozwiązując zagadnienie odwrotne (rodzaj optymalnego sterowania), można znaleźć taką zależność współczynnika załamania do zaimplementowania w konstrukcji tej okresowej struktury warstwowej, żeby np. rezonans/antyrezonans był największy. W zasadzie podobnego zachowania się rozwiązania można osiągnąć również w przypadku innej, bardziej skomplikowanej niż okresowa zależności parametrów, opisujących ośrodek od położenia przestrzennego. Z drugiej strony dla kompletności opisu potrzeba było zbadać zachowanie rozwiązań nie tylko w pasmach zabronionych (antyrezonans), lecz również w pasmach transmisyjnych (współczynnik w eksponencie jest urojony), co i zostało wykonane. Dla przypadku zespolonego w pracy [B19]

KBobryk

Załącznik nr 9

została otrzymana szeroka klasa dokładnych rozwiązań szczególnych jednowymiarowego równania falowego oraz zostało pokazane ich powiązanie z quasi-periodycznymi rozwiązaniami Floqueta w całkowitej zgodności z oczekiwanym zachowaniem fali Blocha w paśmie transmisyjnym.

B. Prace naukowe opublikowane w czasopismach znajdujących się w bazie Journal Citation Reports (JCR) – ISI Web of Knowledge (patrz Załącznik nr 5):

Liczba publikacji: 14 (w tym samodzielne: 2).
Łączna liczba cytowań publikacji: 50.
Łączna liczba cytowań publikacji bez autocytowań: 24.
Średnia liczba cytowań na publikację: 3,57.
Maksymalna liczba cytowań pojedynczej publikacji: 15.
Liczba artykułów, w których autorzy cytują nasze prace: 25.
Liczba artykułów, w których autorzy cytują nasze prace, bez autocytowań: 15
(m.in. z Chin, Francji, Izraela, Rosji, Ukrainy, Włoch).

Indeks Hirscha: 4.
Sumaryczny Impact Factor*) wszystkich prac naukowych: 10,845.
Sumaryczny Impact Factor*) prac naukowych opublikowanych po doktoracie: 6,683.

*) zgodnie z rokiem opublikowania lub aktualny.

C. Uczestnictwo w grantach naukowo-badawczych:

1) Projekt badawczy Komitetu Badań Naukowych
Nr 8 T07A 047 20 w latach 2001-2003 pt.
„Mechaniczne układy z wewnętrznymi stopniami swobody w rozmaitościach z nietrywialną geometrią"
Kierownik projektu: prof. dr hab. Jan J. Sławianowski.
Pełnione funkcje: wykonawca.

2) Projekt badawczy Ministerstwa Nauki i Informatyzacji (grant promotorski)
Nr 4 T07A 032 28 w 2005 roku pt.
„Nieliniowa dynamika kolektywnych modów deformacji i jej zastosowanie w mechanice ośrodków z mikro- i nanostrukturą"
Kierownik projektu (promotor doktoratu): prof. dr hab. Jan J. Sławianowski.
Pełnione funkcje: główny wykonawca.

3) Projekt badawczy Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego
Nr 501 018 32/1992 w latach 2007-2010 pt.
„Kwantowe podstawy nieliniowej dynamiki ośrodków ze strukturą: nano, mikro, makro"
Kierownik projektu: prof. dr hab. Jan J. Sławianowski.
Pełnione funkcje: wykonawca.

4) Projekt badawczy Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego
N N501 049 540 w latach 2011-2014 pt.
„Nieliniowość, geometria i procesy kwantowe w złożonych strukturach materialnych"

KBobcul

Załącznik nr 9

Kierownik projektu: prof. dr hab. Jan J. Sławianowski.
Pełnione funkcje: wykonawca.

D. Recenzje artykułów naukowo-badawczych dla czasopism naukowych:

1) *Journal of Technical Physics* **(do 2009 roku),**
2) *Archives of Acoustics* (*Archiwum Akustyki*)**, Lista A – 15 pkt, IF=0,847.**

E. Współpraca międzynarodowa:

1) Współpraca pomiędzy Polską Akademią Nauk a Instytutem Biofizyki Bułgarskiej Akademii Nauk w Sofii. Projekt badawczy nr 23 (kontynuacja) pt.
„Geometryczne aspekty ośrodków sprężystych: od biomembran do nanorurek".
Koordynatorami są: ***prof. Jan J. Sławianowski*** **oraz** ***prof. Ivailo M. Mladenov.***
Pełnione funkcje: uczestnik projektu.

2) Współpraca pomiędzy Polską Akademią Nauk a Centrum Obliczeniowym Rosyjskiej Akademii Nauk im. Dorodnicyna w Moskwie. Projekt badawczy nr 30 (kontynuacja) pt.
„Rotacyjno-deformacyjne sprzężenie w nieliniowej dynamice oraz aspekty nano, mikro i makro w zastosowaniach".
Koordynatorami są: ***prof. Jan J. Sławianowski*** **oraz** ***prof. A. A. Burov.***
Pełnione funkcje: uczestnik projektu.

3) Współpraca pomiędzy Polską Akademią Nauk a Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radiowave Propagation (IZMIRAN) w Moskwie. Projekt badawczy pt.
„Asymptotyczne i numeryczne rozwiązania zagadnień dyfrakcyjnych, które bazują na równaniu parabolicznym i metodach operatorowych".
Koordynatorami są: ***dr Barbara Atamaniuk*** **(Centrum Badań Kosmicznych Polskiej Akademii Nauk) oraz** ***prof. Aleksei V. Popov.***
Pełnione funkcje: uczestnik projektu.

F. Uczestnictwo w międzynarodowych lub krajowych konferencjach naukowych:

Wyniki moich prac badawczych były prezentowane i dyskutowane z szerszym naukowym gronie podczas 28 międzynarodowych konferencji naukowych:

1. *Scientific Seminar on Statistical Theory of Condensed Systems,*
   Lwów, Ukraina, 14-15 marca 1997 roku.
   Tytuł prezentacji (wspólnie z L. F. Blazhievskym): ***„Rigid balls model with relativistic attraction forces".***
2. *XII International Conference for Physics Students,*
   Wiedeń, Austria, 10-17 sierpnia 1997 roku.
   Tytuł prezentacji: ***„On taking into account relativistic corrections for a resonant atomic interaction".***
3. *Ukrainian-Polish Seminar on Physics and Chemistry of Electronic Technics Materials,*
   Lwów, Ukraina, kwiecień 1998 roku.
   Tytuł prezentacji: ***„On influence of relativistic attraction forces upon the thermodynamic***

KBobur

characteristics of atomic hydrogen and inert gases".

4. *INTAS Workshop on Condensed Matter Physics,*
   Lwów, Ukraina, 21-24 maja 1998 roku.
   Tytuł prezentacji (wspólnie z L. F. Blazhievskym i H. B. Hil'em): ***„Multipole expansions and relativistic long-range effects in statistical theory of many-atom systems".***
5. *XXXIII Symposium on Mathematical Physics,*
   Toruń, Polska, 5-9 czerwca 2001 roku.
   Tytuł prezentacji: ***„Klein-Gordon-Dirac equation: Physical justification and quantization attempts".***
6. *XX Workshop on Geometric Methods in Physics,*
   Białowieża, Polska, 1-7 lipca 2001 roku.
   Tytuł prezentacji: ***„Some investigations of the quantum interpretation of Klein-Gordon-Dirac field".***
7. *XXXIV Symposium on Mathematical Physics,*
   Toruń, Polska, 14-18 czerwca 2002 roku.
   Tytuł prezentacji: ***„Invariant geodetic problems on the affine group and related Hamiltonian systems".***
8. *XXI Workshop on Geometric Methods in Physics,*
   Białowieża, Polska, 30 czerwca – 6 lipca 2002 roku.
   Tytuł prezentacji: ***„Geodetic problems and related Hamiltonian systems".***
9. *XVII International Conference for Physics Students,*
   Budapeszt, Węgry, 21-28 sierpnia 2002 roku.
   Tytuł prezentacji: ***„N-dimensional left and right invariant problems on the affine group".***
10. *V International Conference on Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics,*
    Kijów, Ukraina, 23-29 czerwca 2003 roku.
    Tytuł prezentacji: ***„Affine models of collective and internal degrees of freedom. Problems of dynamical affine invariance".***
11. *XXII Workshop on Geometric Methods in Physics,*
    Białowieża, Polska, 29 czerwca – 5 lipca 2003 roku.
    Tytuł prezentacji: ***„Problems of affine invariance in dynamics of collective and internal degrees of freedom".***
12. *XVIII International Conference for Physics Students,*
    Odense, Dania, 7-13 sierpnia 2003 roku.
    Tytuł prezentacji: ***„Problems of dynamical affine invariance".***
13. *Second Junior European Meeting on Control Theory and Stabilization,*
    Turyn, Włochy, 3-5 grudnia 2003 roku.
    Tytuł prezentacji (wspólnie z J. J. Sławianowskim): ***„Hamilton systems on linear and projective groups and their control".***
14. *XXXVI Symposium on Mathematical Physics,*
    Toruń, Polska, 9-12 czerwca 2004 roku.
    Tytuł prezentacji: ***„Quantum and classical invariant geodetic problems on the projective group Pr(n,R)".***
15. *XXXVII Symposium on Mathematical Physics,*

K Bobu

Toruń, Polska, 17-18 czerwca 2005 roku.
Tytuł prezentacji: ***„Affine and projective deformations of classical and quantum systems".***

16. *Workshop in Biological Physics "Physics of Life: From Single Molecules To Networks"*, **Krogerup Hojskole, Dania, 21-27 sierpnia 2005 roku.**
Tytuł prezentacji (wspólnie z B. Gołubowską): ***„Collective modes in complex and hierarchically organized nonlinear systems".***

17. *XXXVIII Symposium on Mathematical Physics*, **Toruń, Polska, 4-7 czerwca 2006 roku.**
Tytuł prezentacji: ***„Affine models of internal and collective degrees of freedom".***

18. *International Conference on Differential Equations* **(poświęcona 100. rocznicy urodzin Ya. B. Lopatynskyego), Lwów, Ukraina, 12-17 września 2006 roku.**
Tytuł prezentacji: ***„Hamiltonian systems on Lie groups and affinely-rigid bodies".***

19. *VII International Conference on Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics*, **Kijów, Ukraina, 24-30 czerwca 2007 roku.**
Tytuł prezentacji: ***„On stationary spherically symmetric solutions for classical interacting fields".***

20. *X International Conference on Geometry, Integrability and Quantization*, **Warna, Bułgaria, 6-11 czerwca 2008 roku.**
Tytuł prezentacji: ***„Classical models of affinely-rigid bodies with 'thickness' in degenerate dimension".***

21. *9th Biennial IQSA Meeting on Quantum Structures*, **Brussels-Gdansk'08, Sopot, Polska, 6-12 lipca 2008 roku.**
Tytuł 1. prezentacji: ***„Hamiltonian analysis of Schroedinger and related equations".***
Tytuł 2. prezentacji (wspólnie z J. J. Sławianowskim): ***„Hamiltonian systems on matrix manifolds, Schroedinger equation as a Hamiltonian system and foundations of quanta".***

22. *XI International Conference on Geometry, Integrability and Quantization*, **Warna, Bułgaria, 5-10 czerwca 2009 roku.**
Tytuł prezentacji: ***„On classical dynamics of flat affinely-rigid bodies with 'thickness'".***

23. *VIII International Conference on Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics*, **Kijów, Ukraina, 21-27 czerwca 2009 roku.**
Tytuł prezentacji: ***„Stationary ellipses as special solutions for flat affinely-rigid bodies with 'thickness' in degenerate dimension".***

24. *XXXXVI Karpacz Winter School of Theoretical Physics on Quantum Dynamics and Information: Theory and Experiment*, **Lądek Zdrój, Polska, 8-13 lutego 2010 roku.**
Tytuł prezentacji: ***„On quantized excitations of internal affine models of motion".***

25. *XII International Conference on Geometry, Integrability and Quantization*, **Warna, Bułgaria, 4-9 czerwca 2010 roku.**
Tytuł 1. prezentacji (wspólnie z J. J. Sławianowskim): ***„Group algebra of SU(2), quantum angular momentum and quasiclassical limit".***
Tytuł 2. prezentacji (wspólnie z J. J. Sławianowskim): ***„Group algebras as a tool of quantum mechanics".***

26. *EUROMECH Colloquim 535 on Similarity and Symmetry Methods in Solid Mechanics*,

K Bober

Warna, Bułgaria, 6-9 czerwca 2012 roku.
Tytuł prezentacji (wspólnie z A. Popovem): ***„Parametric representation of wave propagation in nonuniform media (both in transmission and stop bands)".***

27. ***XIV International Conference on Geometry, Integrability and Quantization,*** **Warna, Bułgaria, 8-13 czerwca 2012 roku.**
Tytuł prezentacji (wspólnie z A. Popovem): ***„Parametric representation of waves propagation in transmission bands of periodic media".***

28. ***XV International Conference on Geometry, Integrability and Quantization,*** **Warna, Bułgaria, 7-12 czerwca 2013 roku.**
Tytuł prezentacji (wspólnie z B. Gołubowską i J. J. Sławianowskim): ***„Constraints and symmetries in mechanics of affine motion".***

Uczestniczyłem również w 27 innych międzynarodowych i krajowych szkołach, seminariach, warsztatach oraz konferencjach naukowych, gdzie miałem okazję poszerzyć własną wiedzę oraz nauczyć się nowych rzeczy od najlepszych światowych naukowców:

1. ***Workshop on Classical and Quantum Integrability,*** **Warszawa, Polska, 27 sierpnia – 1 września 2001 roku.**
2. ***XXXV Symposium on Mathematical Physics,*** **Toruń, Polska, 10-11 października 2003 roku.**
3. ***IV Lviv-Warsaw Seminar on Philosophy of Science "Around Psychophysical Problem",*** **Warszawa, Polska, 24-29 listopada 2003 roku.**
4. ***Advance Course in Random Material Microstructures "Modelling and Mechanical Behaviour",*** **Warszawa, Polska, 2-4 lutego 2004 roku.**
5. ***Seminar on Interdisciplinarity in Research,*** **Warszawa, Polska, 22 czerwca 2004 roku.**
6. ***XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics,*** **Warszawa, Polska, 15-21 sierpnia 2004 roku.**
7. ***XIX International Workshop on Differential Geometric Methods in Theoretical Mechanics,*** **Będlewo, Polska, 22-29 sierpnia 2004 roku.**
8. ***Conference Opening Polish Network of Mobility Information Centres,*** **Warszawa, Polska, 8 listopada 2004 roku.**
9. ***V Lviv-Warsaw Seminar on Philosophy of Science "Knowledge Within and Beyond Science",*** **Lwów, Ukraina, 14-21 listopada 2004 roku.**
10. ***Advanced Course and Workshop "Blood Flow – Modelling and Diagnostics",*** **Warszawa, Polska, 20-23 czerwca 2005 roku.**
11. ***International Conference on Continuous and Discrete Modelling in Mechanics*** **(pamięci prof. Henryka Zorskiego), Warszawa, Polska, 5-9 września 2005 roku.**
12. ***VI Lviv-Warsaw Seminar on Philosophy of Science "Research Methods in Sciences and Humanities",*** **Warszawa, Polska, 3-8 kwietnia 2006 roku.**
13. ***COMIST Workshop on Clusters in Poland and New Member States: the Role of Cooperation and Innovation,*** **Warszawa, Polska, 9 października 2006 roku.**
14. ***The Polish-Ukrainian Workshop on Space Applications,*** **Space Research Centre of Polish Academy of Sciences, Warszawa, Polska, 19-21 lutego 2007 roku.**
15. ***New Member States in FP7 SPACE Theme,*** **Warszawa, Polska, 15 marca 2007 roku.**
16. ***NEST Promise Workshop,***

KBobuf

Warszawa, Polska, 16 kwietnia 2007 roku.

17. *XXII International Workshop on Differential Geometric Methods in Theoretical Mechanics*, Będlewo, Polska, 19-26 sierpnia 2007 roku.
18. *VII Lviv-Warsaw Seminar on Philosophy of Science "Language and Thought"*, Lwów, Ukraina, 1-7 października 2007 roku.
19. *ESF Research Conference on Control, Constraints and Quanta*, Będlewo, Polska, 10-16 października 2007 roku.
20. *Hurwicz Workshop on Mechanism Design Theory*, Warszawa, Polska, 2-3 października 2009 roku.
21. *CODY (Conformal Structures and Dynamics) Autumn in Warsaw, Workshop on Transcendental Dynamics*, Warszawa, Polska, 8-12 listopada 2010 roku.
22. *CODY (Conformal Structures and Dynamics) Autumn in Warsaw, Workshop on Low-Dimensional Dynamics*, Warszawa, Polska, 15-19 listopada 2010 roku.
23. *EMS School and Workshop on Mathematics for Multiscale Phenomena*, Będlewo, Polska, 24-28 października 2011 roku.
24. *Mini-Workshop on New Developments in Geometric Mechanics: Discrete and Continuous Settings*, Centrum Banacha, Warszawa, Polska, 11-16 grudnia 2011 roku.
25. *CePT Seminar on Nano-Biomaterials, Modelling and Visualization in Biomechanics*, Warszawa, Polska, 6 lipca 2012 roku.
26. *88th European Study Group with Industry*, Lyngby, Dania, 13-17 sierpnia 2012 roku.
27. *XVIII Forum Teleinformatyki "Poland in a Digital Cloud?"*, Miedzeszyn, Polska, 27-28 września 2012 roku.

KBoba

....

Dr Vasyl Kovalchuk