AUTOREFERAT

DOTYCZĄCY OSIĄGNIĘĆ W PRACY NAUKOWO-BADAWCZEJ, DYDAKTYCZNEJ I ORGANIZACYJNEJ

Analiza zagadnienia więzów i dynamiki ciał jednorodnie deformowalnych

dr Barbara Gołubowska

Spis treści

Posiadane dyplomy, stopnie naukowe – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej 3

Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych 4

Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2017 r. poz. 1789) 5

Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych 24

Cm

Posiadane dyplomy, stopnie naukowe – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej

29.06.2006 rok, stopień naukowy doktora nauk technicznych w dyscyplinie naukowej Mechanika w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych, Pracownia Mechaniki Analitycznej i Teorii Pola.

Tytuł pracy doktorskiej:

„*Ciało afinicznie sztywne w zakrzywionych przestrzeniach i rozmaitościach o stałej krzywiźnie*".

Promotor pracy doktorskiej:

prof. dr hab. Jan J. Sławianowski.

28.07.1999 rok, tytuł naukowy magistra fizyki na Uniwersytecie w Białymstoku, Wydział Matematyczno-Fizyczny.

Tytuł pracy magisterskiej:

„*U(2,2) jako grupa cechowania dla pól grawitacyjnych i spinowych* ".

Promotor pracy magisterskiej:

prof. dr hab. Jan J. Sławianowski.

AM

Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych

Październik 2014 – do chwili obecnej, Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych i Nanostruktur, Pracownia Mechaniki Analitycznej i Teorii Pola. Stanowisko starszego specjalisty.

Lipiec 2006 – Październik 2014, Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych, Pracownia Mechaniki Analitycznej i Teorii Pola. Stanowisko adiunkta.

Kwiecień 2005 – lipiec 2006, Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych, Pracownia Mechaniki Analitycznej i Teorii Pola. Stanowisko asystenta.

Cp

Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2017 r. poz. 1789)

a) Tytuł osiągnięcia naukowego/artystycznego:

Analiza zagadnienia więzów i dynamiki ciał jednorodnie deformowalnych

b) Cykl 6 wybranych publikacji o zbliżonej tematyce:

[C1] Sławianowski J.J., Kovalchuk V., **Gołubowska B.**, Martens A., Rożko E.E., Mechanics of affine bodies. Towards affine dynamical symmetry, JOURNAL OF MATHEMATICAL ANALYSIS AND APPLICATIONS, Vol. 446, pp. 493-520, 2017

– artykuł w czasopiśmie z **Listy A MNISW - 40 pkt.**

[C2] **Gołubowska B.**, Some aspects of affine motion and nonholonomic constraints. Two ways to describe homogeneously deformable bodies, ZAMM-ZEITSCHRIFT FUR ANGEWANDTE MATHEMATIK UND MECHANIK, Vol. 96, No. 8, pp. 968-985, 2016

– artykuł w czasopiśmie z **Listy A MNISW - 30 pkt.**

[C3] **Gołubowska B.**, Kovalchuk V., Sławianowski J.J., Constraints and symmetry in mechanics of affine motion, JOURNAL OF GEOMETRY AND PHYSICS, Vol. 78, pp. 59-79, 2014

– artykuł w czasopiśmie z Listy A MNISW - 25 pkt.

[C4] **Gołubowska B.**, Kovalchuk V., Rożko E.E., Sławianowski J.J., Some constraints and symmetries in dynamics of homogeneously deformable elastic bodies, Geometry, Integrability and Quantization, Vol. XIV, pp. 103-115, 2013

– praca konferencyjna.

[C5] Sławianowski J.J., Kovalchuk V., Martens A., **Gołubowska B.**, Rożko E.E., Essential nonlinearity implied by symmetry group. Problems of affine invariance in mechanics and physics, DISCRETE AND CONTINUOUS DYNAMICAL SYSTEMS-SERIES B, Vol. 17, No. 2, pp. 699-733, 2012

– artykuł w czasopiśmie z **Listy A MNISW - 30 pkt.**

[C6] Sławianowski J.J., Kovalchuk V., Martens A., **Gołubowska B.**, Rożko E.E., Mechanics of systems of affine bodies. Geometric foundations and applications in dynamics of structured media, MATHEMATICAL METHODS IN THE APPLIED SCIENCES, Vol. 34, pp. 1512-1540, 2011

– artykuł w czasopiśmie z **Listy A MNISW - 25 pkt.**

Punktacja została podana zgodnie z załącznikiem do komunikatu Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 25 stycznia 2017 r. CZĘŚĆ A WYKAZU CZASOPISM NAUKOWYCH (**sumaryczny impact factor zgodnie z rokiem opublikowania = 4,963**).

c) Omówienie celu naukowego ww. prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

Cele naukowe:

1. Przeprowadzenie analizy dynamiki ruchu ciał jednorodnie deformowalnych (*afinicznie sztywnych*) i ich układów z uwzględnieniem oddziaływania pomiędzy ich rotacyjnymi i deformacyjnymi stopniami swobody (*np. wzbudzenia wewnętrznych stopni swobody obiektów wielocząstkowych takich jak molekuły, fulereny, jądra atomowe*) oraz zbadanie powiązania pomiędzy występującymi w takich układach nieliniowościami i grupami symetrii ich opisu-

Gp

jącymi. [C1, C5, C6]

2. Zbadanie możliwych sposobów (*tradycyjny opis d'Alembertowski oraz opis wakonomiczny, który bazuje na twierdzeniu Lusternika*) uwzględnienia w opisie dodatkowych więzów nałożonych na ruch ciał jednorodnie deformowalnych (*afinicznie sztywnych*) o prostej strukturze geometrycznej (*np. ruch bezobrotowy opisujący przemieszczenia pęcherzyków gazu i innych wtrąceń w płynach o dużej lepkości*) oraz przeprowadzenia odpowiedniej procedury eliminacji sił reakcji. [C2, C3, C4]

Podstawowe pojęcia

Problemy dotyczące więzów i symetrii w mechanice ośrodków ciągłych najwygodniej jest omawiać na poziomie zdyskretyzowanego continuum ze skończoną liczbą stopni swobody. W takim podejściu najbardziej naturalnym modelem jest ciało afinicznie sztywne [1,2] lub pseudosztywne [3]. Po raz pierwszy to podejście pojawiło się w pracach A. C. Eringena, gdzie było użyte do opisu ośrodków mikromorficznych z afinicznymi wewnętrznymi stopniami swobody [4-7].

Pod pojęciem ciała afinicznie sztywnego rozumiemy ciało sztywne w sensie geometrii afinicznej. W takim ciele wszystkie relacje afiniczne pomiędzy jego punktami materialnymi pozostają niezmiennicze, tj. proste materialne pozostają prostymi, ich równoległość pozostaje zachowana,

Cp

jak i stosunek odcinków leżących na jednej prostej. Jest to ważny model, ponieważ lokalnie, w nieskończenie małym sąsiedztwie dowolnego punktu, każda gładka deformacja jest jednorodna. Wówczas, przynajmniej dla prostych materiałów wystarczy analiza przestrzennej i materiałowej niezmienności dowolnego problemu mechanicznego. Koncepcja ciała afinicznego lub afinicznie sztywne została rozwinięta przez Profesora Jana Jerzego Sławianowskiego jako uogólnienie pojęcia sztywności (ciało sztywne jest sztywne w sense metrycznym, natomiast ciało afinicznie sztywne lub w skrócie afiniczne jest sztywne w sensie geometrii afinicznej) [1,2].

Eringen również wprowadził dodatkowe pojęcie afinicznej quasi-prędkości [4-7] (nazywał ją „żyracją", od angielskiego „gyration") jako afinicznego odpowiednika prędkości kątowej dla bryły sztywnej.

Ciała makroskopowe mają strukturę dyskretną, a przynajmniej tak jest na poziomie mikroskopowym. Składają się one z atomów, molekuł, czy polikryształów. Ośrodek ciągły (kontinuum) to taki model ciała, w którym zaniedbano cząsteczkową budowę materii. Kontinuumm jest modelem ciała, które może być podzielone na nieskończenie małe części z punktu widzenia opisywanych zjawisk, ale o właściwościach jak cała badana objętość. W mechanice płynów kryterium stosowania tego przybliżenia jest liczba Knudsena. W przypadku ośrodków ciągłych (kontinuów), gdy jest pomijana mikroskopowa budowa materii, możliwa jest prawie dowolna zmiana położenia ich części lub punktów materialnych względem siebie. Definiuje się wtedy pola parametrów fizycznych (np.

prędkość, przyspieszenie) w każdym punkcie badanego obszaru przestrzeni wypełnionego materią. Do opisu zjawisk używamy pojęć i twierdzeń z teorii pola. Podstawowe prawa fizyczne (takie, jak prawa zachowania) definiuje się za pomocą równań całkowych lub różniczkowych cząstkowych.

Ruch afiniczny i ciało afiniczne - podstawowe definicje

W omawianych pracach z cyklu [C1]-[C6] do opisu ruchu układu punktów posługuję się następującymi definicjami.

Rozważmy układ punktów materialnych poruszających się w n-wymiarowej przestrzeni fizycznej M; zakładamy, że M jest przestrzenią afiniczną z liniową przestrzenią translacji V wyposażoną również w symetryczny i dodatnio określony tensor metryczny $g \in V^* \otimes V^*$. Przestrzeń materialna N, tj. punkty przestrzeni N są etykietami punktów materialnych, będzie również przestrzenią afiniczną o tym samym wymiarze n z liniową przestrzenią translacji U, zaś materialny tensor metryczny będzie oznaczony przez $\eta \in U^* \otimes U^*$.

Konfiguracja ciała afinicznego zadana jest jak następuje:

$$x^i\,(r,\varphi;t) = r^i(t) + \varphi^i{}_K(t)a^K,$$

gdzie x^i są zmiennymi przestrzennymi (zmienne Eulera), r^i są współrzędnymi środka masy, $\varphi^i{}_K$ są parametrami wewnętrznymi (względnymi), zaś a^K są zmiennymi materialnymi (zmienne Lagrange'a).

Do opisu równań ruchu używamy następujących definicji:

- całkowita masa ciała i współtowarzyszący tensor bezwładności w przestrzeni materialnej (symetryczny i dodatnio określony moment bezwładności drugiego rzędu):

$$M = \int d\mu, \qquad \widehat{J}^{KL} = \int a^K a^L d\mu(a),$$

- jeśli środek masy jest umieszczony w $a^K = 0$, wówczas moment bezwładności pierwszego rzędu znika:

$$\widehat{J}^K = \int a^K d\mu(a) = 0$$

- całkowita siła i moment siły::

$$F^i = \int \mathcal{F}^i(a)d\mu(a) \quad N^{ij} = \int \varphi^i{}_K a^K \mathcal{F}^j(a)d\mu(a).$$

Równania ruchu można zapisać w następującej formie:

$$M\frac{d^2 r^i}{dt^2} = F^i, \qquad \varphi^i{}_K \frac{d^2\varphi^j{}_L}{dt^2}\widehat{J}^{KL} = N^{ij},$$

lub w postaci praw bilansu:

$$\frac{dp^i}{dt} = F^i, \qquad \frac{dK^{ij}}{dt} = \frac{d\varphi^i{}_K}{dt}\frac{d\varphi^j{}_L}{dt}\widehat{J}^{KL} + N^{ij},$$

gdzie p^i to pęd, a K^{ij} - spin afiniczny:

$$p^i = M\frac{dr^i}{dt}, \qquad K^{ij} = \varphi^i{}_K \frac{d\varphi^j{}_L}{dt} \widehat{J}^{KL}.$$

Moment pędu (spin) $S^{ij} = K^{ij} - K^{ji}$ jest zachowany, jeśli N^{ij} jest symetryczny:

$$\frac{dS^{ij}}{dt} = N^{ij} - N^{ji}.$$

Inaczej można zapisać:

$$\frac{dp^i}{dt} = F^i, \qquad \frac{dK^{ij}}{dt} = \Omega^i{}_m K^{mj} + N^{ij},$$

gdzie Ω jest prędkością afiniczną nazywaną przez A. C. Eringena "żyracją" [4-7]

$$\Omega^i{}_j = \frac{d\varphi^i{}_A}{dt}\varphi^{-1A}{}_j, \qquad \widehat{\Omega}^A{}_B = \varphi^{-1A}{}_i \Omega^i{}_j \varphi^j{}_B.$$

Zarówno afiniczna prędkość (w niektórych pracach nazywana quasi-prędkością), jak i prędkość translacyjna ciała afinicznego mogą być zadane w reprezentacji fizycznej lub materialnej. Obydwie te reprezentacje są powiązane ze sobą za pomocą zmiennych konfiguracyjnych.

Jeśli Lagrangian jest dany w następującej postaci:

$$L = T - V\left(r^i, \varphi^i{}_K\right),$$

ų

gdzie T jest energią kinetyczną:

$$T = T_{\text{tr}} + T_{\text{int}} = \frac{M}{2} g_{ij} \frac{dr^i}{dt} \frac{dr^j}{dt} + \frac{1}{2} g_{ij} \frac{d\varphi^i{}_K}{dt} \frac{d\varphi^j{}_L}{dt} \widehat{J}^{KL}, \tag{1}$$

to siły i momenty sił są następującej postaci:

$$F^i = -g^{ij} \frac{\partial V}{\partial r^j}, \qquad N^{ij} = -\varphi^i{}_A \frac{\partial V}{\partial \varphi^k{}_A} g^{kj}.$$

Postać bilansowa równań ruchu da się zapisać jako:

$$\frac{dK^{ij}}{dt} = N^{ij} + 2\frac{\partial T_{\text{int}}}{\partial g_{ij}}.$$

Gdy istnieją siły dyssypatywne nie pochodzące od Lagrangianu, pojawiają się dodatkowe człony. W najprostszym przypadku wybieramy je po prostu liniowo lub kwadratowo w uogólnionych prędkościach.

Cel badawczy 1

Analiza własności symetrii, grup niezmienniczości jest bardzo istotna zarówno w problemach liniowych, jak i nieliniowych, ponieważ znacznie ułatwia ona znalezienie ścisłych rozwiązań i jakościowe zrozumienie zagadnienia. Wiele problemów fizyki teoretycznej i mechaniki rozwiązano dzięki przyjętej a priori grupie symetrii, nawet gdy pełne szczegóły dynamiki nie były jeszcze znane, bądź gdy przy szczegółowo znanej teorii nie było możliwe znalezienie jawnej postaci ścisłych rozwiązań. We współczesnej mechanice Hamiltonowskiej jednym z głównych zagadnień są wzajemne powiązania bądź wykluczenia między takimi pojęciami jak istotna nieliniowość, całkowalność, symetrie, ergodyczność, chaos i mieszanie.

W pracy [C1] przeprowadzono analizę dynamiki ruchu ciał jednorodnie deformowalnych (afinicznie sztywnych) z uwzględnieniem oddziaływania pomiędzy ich rotacyjnymi i deformacyjnymi stopniami swobody. W większości publikacji [11-13] tylko kinematyka jest oparta na geometrii afinicznej, ale na poziomie dynamicznym symetria jest ograniczona do grupy euklidesowej.

W pracy [C1] opracowano modele rządzone przez grupę afiniczną (w przestrzeni fizycznej lub materialnej) nie tylko na poziomie kinematycznym, ale także na poziomie dynamicznym. Pokazano, że wtedy można zakodować dynamikę drgań sprężystych w odpowiedniej formie afinicznie niezmienniczej energii kinetycznej. Przy takim podejściu otrzymany został układ geodezyjny. Takie zakodowanie dynamiki w samej formie energii kinetycznej przypomina poniekąd zasadę Maupertuis, w której orbity ruchu są geodetyką odpowiedniego tensora metrycznego zbudowanego jako pewna modyfikacja konformalna „prawdziwego" geometrycznego tensora podstawowego [9]. Istnieje również podobieństwo do koncepcji masy efektywnej znanej z fizyki ciała stałego [10]. W pewnym sensie nasze afinicznie niezmiennicze modele geodezyjne mogą być interpretowane jako dyskretyzacja opisu idealnych płynów Arnolda w kategoriach geodezyjnych układów hamiltonowskich w grupie diffeomorfizmów zachowujących objętość [9]. Jest to dyskretyzacja, redukująca liczność

kontinuum stopni swobody do skończonej liczby stopni swobody, a mianowicie $n(n+1)$, gdzie n oznacza wymiar przestrzeni fizycznej.
Większość zjawisk badanych we współczesnych naukach technicznych i przyrodniczych to zjawiska nieliniowe. Mówiąc o istotnych nieliniowościach w pracy [C5] mamy na myśli te, które nie mogą zostać zinterpretowane jako pewne dodatkowe zakłócenia nałożone na liniowe tło decydujące o najważniejszych cechach jakościowych omawianych zjawisk. Taka nieliniowość jest wbudowana w samą strukturę równań, nie są to zaś tylko nieliniowe „poprawki". W mechanice ciał odkształcalnych z dużymi deformacjami, np. w mechanice polimerów, pojawiają się istotnie nieliniowe równania. Istotnie nieliniowe modele znajdują także zastosowanie w ekologii przy analizie problemu równowagi współistniejących gatunków, a nawet w zagadnieniach ochrony środowiska i walki z zanieczyszczeniami.

W pracy [C5] zostało przeanalizowane powiązanie pomiędzy istotnymi nieliniowościami i grupami symetrii w mechanice analitycznej układów dyskretnych i ciągłych. Następnie zostały opisane modele geodezyjne [C5]. Znaleziono też wiele uderzających i pouczających analogii, np. analogia między mechaniką analityczną układów ciał afinicznych i ogólną teorią względności, tetradowymi modelami grawitacji i nieliniowością Borna-Infelda.
Analiza dynamiki ruchu układów ciał afinicznych (jednorodnie deformowanych) została przeprowadzona w pracy [C6]. Omówiono struktury geometryczne leżące u podstaw mechaniki analitycznej układów

Gp

ciał afinicznych. Przedstawiono szczegółową analizę algebraiczną i geometryczną pojęć takich, jak tensory odkształcenia i ich niezmienniki. Omówiono problemy niezmienności afinicznej i jej powiązania ze zwykłą niezmiennością euklidesową. Dokonano przeglądu skalarnych niezmienników dla par ciał afinicznych. Mianowicie omówiono hierarchię wielkości dynamicznych opisujących układy ciał afinicznych, która dotyczyła afinicznej niezmienności.

Interesującą cechą układów ciał afinicznych jest to, że można również wykorzystać afinicznie niezmiennicze energie potencjalne oddziaływań binarnych. Daje to szeroką klasę modeli dynamicznych, które można postulować jako hipotetyczny opis interakcji w dyskretnych ośrodkach ze strukturą.

Cel badawczy 2

W pracach [C2]-[C4] zbadane zostały możliwe mechanizmy uwzględnienia w opisie dodatkowych więzów nałożonych na ruch ciał jednorodnie deformowalnych (afinicznie sztywnych) o prostej strukturze geometrycznej (np. ruch bezobrotowy opisujący przemieszczenia pęcherzyków gazu i innych wtrąceń w płynach o dużej lepkości) oraz przeprowadzenia odpowiedniej procedury eliminacji sił reakcji. Warto zauważyć, że znajomość reakcji więzów jest potrzebna w niektórych makroskopowych zagadnieniach technicznych, np. wtedy, gdy deformowalność zgodną z zadanymi więzami będziemy specjalnie wymuszać.

Zagadnienia więzów i symetrii w mechanice ośrodków ciągłych omówione zostały na poziomie zdyskretyzowanego kontinuum ze skończoną liczbą stopni swobody. Najbardziej naturalnym modelem jest wówczas ciało afinicznie sztywne. Afiniczny model stopni swobody pozwala na dokładne przestudiowanie dynamiki układów z więzami, zwłaszcza gdy więzy mają czytelne teorio-grupowe tło.

Zbadane zostały równania ruchu ciała z więzami afinicznymi, tzn. poddanego jedynie jednorodnym odkształceniom. Wykorzystując metody teorio-grupowe i techniki algebr Liego zostały wyprowadzone równania ruchu ciał afinicznych z narzuconymi dodatkowymi więzami [C2]-[C4].

Na przykład, został zbadany przypadek swobodnego ciała afinicznie sztywnego, na które nałożono pseudo-holonomiczne więzy ruchu metrycznie sztywnego. Nałożenie więzów żyroskopowych powoduje, że prędkości kątowe $\Omega^i{}_j$, $\widehat{\Omega}^A{}_B$ będą odpowiednio g- i η-antysymetryczne:

$$\Omega^i{}_j = -\Omega_j{}^i = -g_{jk}\Omega^k{}_l g^{li}, \qquad \widehat{\Omega}^A{}_B = -\widehat{\Omega}_B{}^A = -\eta_{BC}\widehat{\Omega}^C{}_D\eta^{DA},$$

gdzie g jest tensorem metrycznym przestrzeni fizycznej i η jest tensorem metrycznym przestrzeni materialnej. Siły reakcji muszą więc być symetryczne, aby zerować się na takich antysymetrycznych prędkościach zgodnych z więzami. Jeśli weźmiemy antysymetryczną część równań ruchu dla ciała afinicznie sztywnego bez więzów, to wyeliminujemy siły reakcji więzów i uzyskamy efektywne równania ruchu.

Gp

Dla izochorycznych więzów otrzymujemy, że afiniczne prędkości mają być bezśladowe:

$$\mathrm{Tr}\ \Omega = \Omega^i{}_i = 0,$$

natomiast siły reakcji mają być proporcjonalne do tensora jednostkowego $N_R{}^i{}_j = \lambda \delta^i{}_j$, $N_R{}^{ij} = \lambda g^{ij}$, gdzie $\lambda = \frac{1}{n}\ \mathrm{Tr}\ N_R = \frac{1}{n}\ g_{ij} N_R{}^{ij}$ (gdzie λ- mnożnik Lagrange'a). Współczynnik proporcjonalności możemy wyeliminować biorąc pod uwagę warunek nieściśliwości . Efektywny układ równań ruchu z więzami jest wtedy częścią bezśladową początkowych swobodnych równań ruchu.

Ciekawym zagadnieniem dodatkowych więzów nałożonych na ciało afinicznie sztywne są więzy ruchu bezobrotowego. Wprowadzona została geometryczna koncepcja ruchu bezobrotowego, tj. czysto odkształcającego. W sposób niemal naturalny nasuwa się koncepcja konfiguracji wolnej od rotacji, czyli takiej, że $\varphi^i{}_K(t)$ byłoby symetrycznym tensorem. Byłaby ona jednak niewłaściwa z dwóch powodów:

1. $\varphi^i{}_K(t)$ jest obiektem mieszanym (pochodzącym z dwóch logicznie różnych przestrzeniach, tzn. fizycznej i materialnej), a pojęcie jego symetrii nie jest dobrze zdefiniowane,

2. macierze symetryczne nie tworzą grupy Liego.

Zaproponowano więc aby zdefiniować ruch bezobrotowy przy pomocy

Cy

warunku symetryczności prędkości afinicznej $\Omega^{ij} = \Omega^{ji}$, $\Omega^{ij} = \Omega^{i}{}_{m} g^{mj}$. Jest to geometrycznie poprawna definicja. Pokazano, że są to więzy istotnie nieholonomiczne. Siły reakcji są wtedy antysymetryczne i efektywne równania ruchu są symetryczną częścią początkowych równań ruchu swobodnego ciała afinicznie sztywnego. Taki ruch bezobrotowy może pojawić się w takich zagadnieniach, jak ruch zawiesin kropelek w bardzo lepkim płynie.

Zaprezentowane zostało również wakonomiczne podejście do opisu więzów. Termin „wakonomiczny" (od angielskiego „vakonomic") pochodzi od „Variational Axiomatic Kind" i wprowadził go po raz pierwszy V. V. Kozlov w pracach [14,15]. Opis wakonomiczny więzów polega na wprowadzeniu więzów bezpośrednio do zasady wariacyjnej wraz z mnożnikami Lagrange'a oraz następnie przejściu do odpowiedniej swobodnej zasady wariacyjnej bez więzów. Obecnie rozwinęła się już mechanika wakonomiczna nazywana dynamiczną optymalizacją zagadnienia poddanego więzom nieholonicznym.

W pracach [C2]-[C4] wyprowadziliśmy równania ruchu bezobrotowego na dwa nierównoważne sposoby: stosując zasadę d'Alemberta i stosując wariacyjną procedurę wakonomiczną. W szczególności motywem przewodnim pracy [C2] było przedstawienie i porównanie tych dwóch sposobów opisywania ciał jednorodnie odkształcalnych.

Obie zasady (d'Alemberta i wakonomiczna) prowadzą do zasadniczo różnych równań ruchu. Ale rzeczywistość jest jedna. Rodzi się więc naturalne pytanie, która procedura jest właściwa. Z matematycznego

Gm

puntu widzenia jednak właściwe są obie, różnią się tylko zakresem stosowalności. Procedura d'Alembertowska daje wyniki zadowalająco zgodne z doświadczeniem dla zagadnień typowo mechanicznych. Jednak model wakonomiczny jest obiecującą procedurą, która ma zastosowanie w wielu obszarach zagadnień z pogranicza mechaniki i innych dziedzin [16-18], np. robotyki, aktywnego sterowania, problemów biologicznych oraz finansowych.

Warto też zauważyć, że obie procedury w przypadku, gdy rozpatrujemy więzy holonomiczne, dają ten sam wynik. Różnica pomiędzy nimi pojawia sią tylko wtedy gdy mamy do czynienia z więzami istotnie nieholonomicznymi.

Oryginalne aspekty rozprawy habilitacyjnej:

- zastosowano modele afiniczne do opisu dynamiki ruchu ciał jednorodnie deformowalnych (afinicznie sztywnych) oraz ich układów z uwzględnieniem oddziaływania pomiędzy ich rotacyjnymi i deformacyjnymi stopniami swobody,
- przeanalizowano powiązanie pomiędzy istotnymi nieliniowościami (tzn. takimi, które nie mają charakteru małych zaburzeń liniowego tła) i grupami symetrii wyższego rzędu w mechanice analitycznej ukła-

dów dyskretnych i ciągłych ze strukturą wewnętrzną,

- wydzielono najbardziej naturalne rodzaje modeli dynamicznych lewostronnie niezmienniczych względem grupy izometrii oraz prawostronnie niezmienniczych względem grupy afinicznej lub na odwrót,
- przeanalizowano zagadnienie opisu ciał jednorodnie deformowalnych (afinicznie sztywnych) poddanych dodatkowym więzom o prostej strukturze geometrycznej, w tym bardzo ciekawy przypadek istotnie nieholonomicznych więzów ruchu bezobrotowego (prędkość afiniczna jest zadana przez macierz symetryczną), który opisuje np. przemieszczenia pęcherzyków gazu i innych wtrąceń (inkluzji) w płynach o dużej lepkości,
- zbadano dwa alternatywne mechanizmy eliminacji sił reakcji pojawiających się w wyniku uwzględnienia dodatkowych więzów, tzn. mechanizm polegający na wykorzystaniu d'Alembertowskiej zasady wariacyjnej oraz tak zwany opis wakonomiczny, który bazuje na twierdzeniu Lusternika (wprowadzenie więzów bezpośrednio do zasady wariacyjnej wraz z mnożnikami Lagrange'a i przejście do odpowiedniej swobodnej zasady wariacyjnej bez więzów).

Ly

Bibliografia

1. J.J.Sławianowski, Analytical Mechanics of Deformable Bodies, PWN - Polish Scientific Publishers, Warsaw-Poznań, 234 pages, 1982.

2. J.J.Sławianowski, Geometry of Phase Spaces, John Wiley & Sons, Chichester-New York-Brisbane-Toronto-Singapore, PWN - Polish Scientific Publishers, Warsaw, 792 pages, 1991.

3. Cohen, H., Muncaster, R.G.: The Theory of Pseudo-rigid Bodies, New York: Springer, 1988.

4. A. C. Eringen, Nonlinear Theory of Continuous Media, McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.

5. A. C. Eringen, Mechanics of Micromorphic Continua, in: Proceedings of the IUTAM Symposium on Mechanics of Generalized Continua, Freudenstadt and Stuttgart, 1967, E. Kroener (ed.), Vol. 18, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1968, str. 18-33.

6. A. C. Eringen (ed.), Continuum Mechanics. Volume I. Mathematics, Academic Press, New York-London, 1975.

7. A. C. Eringen (ed.), Continuum Mechanics. Volume II. Continuum Mechanics of Single- Substance Bodies, Academic Press, New York-San Francisco-London, 1975.

8. L. D. Landau, E. M. Lifshitz, Mechanics of Continuous Media, PWN – Polish Scientific Publishers, Warsaw, 1958 (in Polish).

9. V.I. Arnold, Mathematical Methods of Classical Mechanics, Springer Grad. Texts in Math., vol.60, Springer-Verlag, New York, 1978.

10. C. Kittel, Introduction to Solid State Physics, 8th ed., John Wiley & Sons, Inc., New Caledonia, 2005.

11. A.A. Burov, D.P. Chevallier, Dynamics of affinely deformable bodies from the standpoint of theoretical mechanics and differential geometry, Rep. Math. Phys. 62 (3) (2009) 325–363.

12. G. Capriz, P.M. Mariano, Symmetries and Hamiltonian formalism for complex materials, J. Elasticity 72 (2003) 57–70.

13. A. San Miguel, Stability of motion by similarity transformations with a fixed point, Monogr. Semin. Mat. García Galdeano 27 (2003) 515–521.

14. V. V. Kozlov, Realization of Nonintegrable Constraints in Classical Mechanics, Dokl. Akad. Nauk SSSR 272, no. 3, 550-554, 1983 (in Russian); English translation: Sov. Phys. Dokl. 28, no. 9, 735-737, 1983.

15. V. I. Arnold, V. V. Kozlov, and A. I. Neishtadt, Mathematical Aspects of Classical and Celestial Mechanics, Springer, New York, 1997.

16. A. Bloch, and P.E. Crouch, Nonholonomic and vakonomic control systems on Riemannian manifolds. Fields Inst. Commun., 1, 25-52, 1993.

17. M. Jóźwikowski,W. Respondek, A comparison of vakonomic and nonholonomic dynamics for systems on Lie groups, IFAC - Papers-OnLine, Volume 48, Issue 13, 2015, Pages 81-86

18. G. Zampieri, Nonholonomic versus Vakonomic Dynamics,Journal of Differential Equations, Volume 163, Issue 2, 20 May 2000, Pages 335-347.

Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

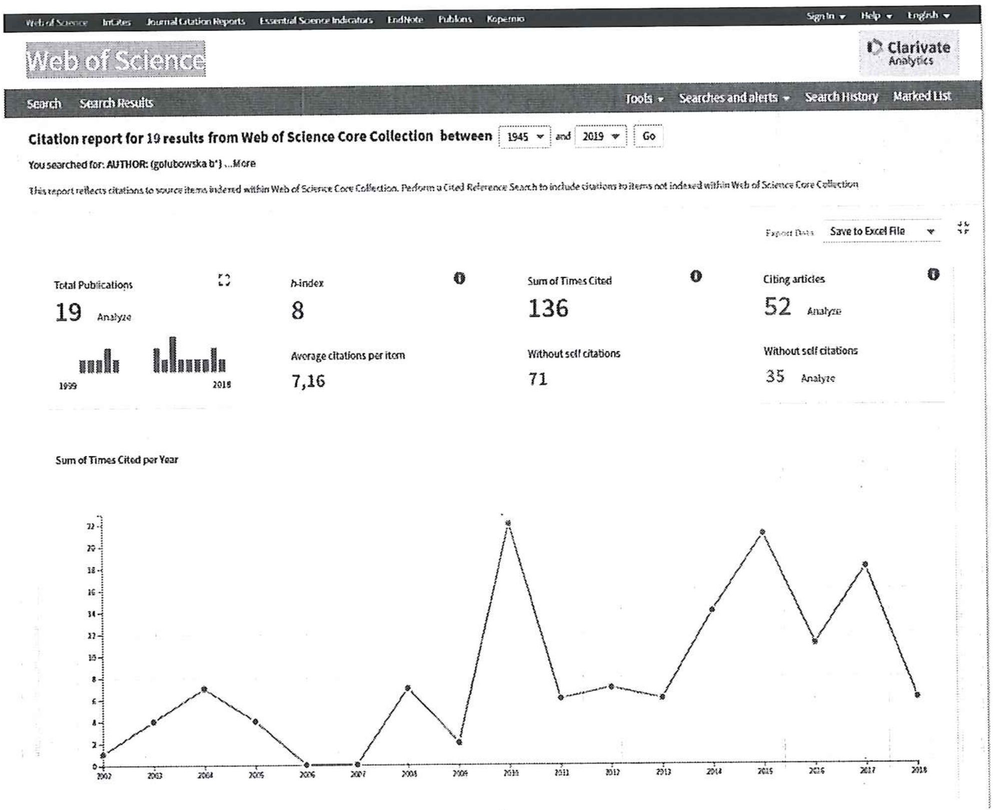
Prace naukowe opublikowane przed doktoratem [BD1-BD10] (patrz Załącznik nr 1) oraz pozostałe prace naukowe opublikowane po doktoracie [D1-D16] (patrz Załącznik nr 3):

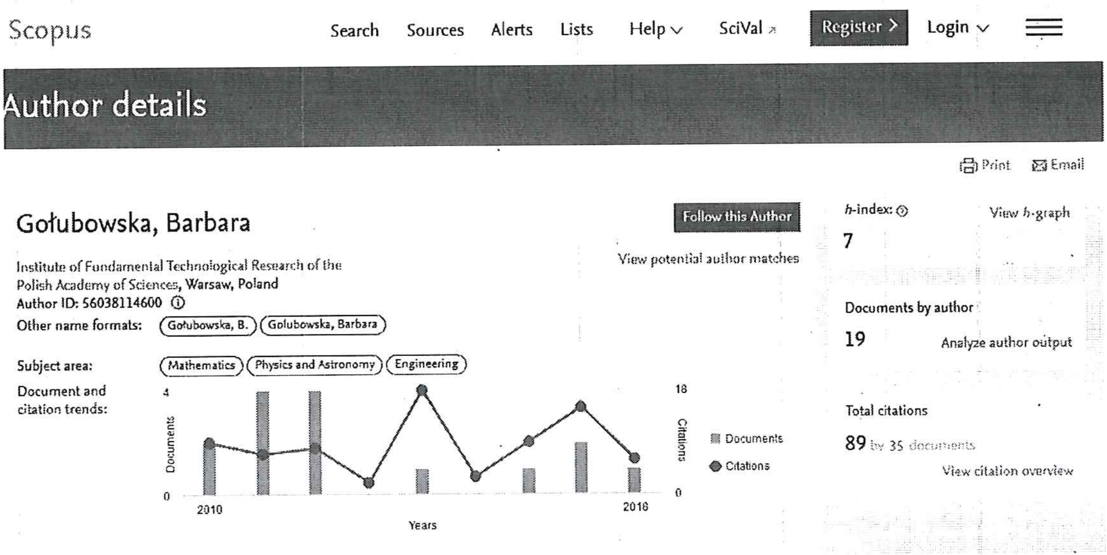
Dorobek naukowy przed doktoratem składa się z 6 artykułów opublikowanych w czasopismach z listy JCR (sumaryczny impact factor zgodnie z rokiem opublikowania = 3,27) oraz 2 monografii wieloautorskich i 1 pracy konferencyjnej.

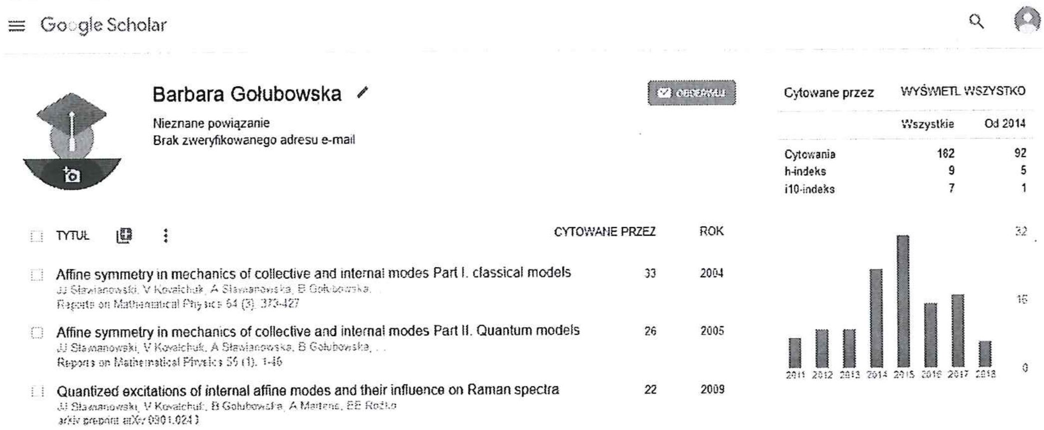
W pozostałym dorobku naukowym po doktoracie (*bez 6 prac naukowych, które weszły do powyższego cyklu jednotematycznego*) znajdują się 5 artykułów opublikowanych w czasopismach z listy JCR (sumaryczny impact factor zgodnie z rokiem opublikowania = 5,554), 4 artykuły opublikowane w czasopismach spoza listy JCR oraz 2 rozdziały w monografiach.

Liczba cytowań, indeks Hirscha:

Wskaźnik	Źródło		
	Web of Science	Scopus	Google Scholar
Liczba cytowania	136	89	182
Indeks Hirscha	8	7	9 (10-indeks: 7)
Liczba publikacji	19	19	25


Web of Science
Clarivate Analytics
Search
Search Results
Tools
Searches and alerts
Search History
Marked List
Citation report for 19 results from Web of Science Core Collection between 1945 and 2019 Go
Total Publications
19 Analyze
1999
2018
h-index
8
Average citations per item
7,16
Sum of Times Cited
136
Without self citations
71
Citing articles
52 Analyze
Without self citations
35 Analyze
Sum of Times Cited per Year


Scopus
Search
Sources
Alerts
Lists
Help
SciVal
Register
Login
Author details
Print
Email
Gołubowska, Barbara
Follow this Author
View potential author matches
Institute of Fundamental Technological Research of the Polish Academy of Sciences, Warsaw, Poland
Author ID: 56038114600
Other name formats: Gołubowska, B. Golubowska, Barbara
Subject area: Mathematics Physics and Astronomy Engineering
Document and citation trends:
Documents
Citations
Years
2010
2018
h-index:
View h-graph
7
Documents by author
19
Analyze author output
Total citations
89 by 35 documents
View citation overview



Tematyka badawcza zrealizowana w powyższych pracach obejmowała m.in. następujące grupy zagadnień:

1. Modele grawitacji:

   Istnieją różne modele grawitacji: metryczna teoria Hilberta-Einsteina, szeroka klasa samoistnych teorii tetradowych niezmienniczych Lorentzowsko (ogólnie kowariantna w sensie czasoprzestrzennym) oraz wiele modeli cechowania opartych na różnych wewnętrznych grupach symetrii (Lorentz, Poincare, GL(n,R), SU(2,2), GL(4,C) itd.). Modele cechowania są zazwyczaj preferowane, niemniej jednak interesującym pomysłem jest opracowanie klasy modeli GL(4,R)-niezmienniczych (lub raczej GL(n,R) -inwariantnych) tetradowych ogólnie kowariantnych. Interesujące jest to, że posiadają pewne rozwiązania teorio-grupowe i bardziej ogólne rozwiązania sferycznie symetryczne, których omówienie jest głównym nowym rezultatem przedstawionym w artykule [D1].

2. Kwantowa teoria mechaniki ciał afinicznie sztywnych:

   W artykule [D2] rozwijamy główne idee skwantowanej wersji ruchu afinicznie sztywnego (jednorodnie odkształcalnego) ruchu. W badaniach koncentrujemy się głównie na zwykłym sformułowaniu mechaniki kwantowej Schrödingera w rozmaitości konfiguracyjnej. W szczególności omawiamy problem dynamicznej niezmienniczości energii kinetycznej ze względu na całą grupę afiniczną, a nie tylko podgrupę izometrii.

3. Geometryczne aspekty formalizmu przestrzeni fazowej w mechanice kwantowej:

   W pracy [D3] niektóre geometryczne aspekty formalizmu przestrzeni fazowej w mechanice kwantowej w kontekście podejścia Weyla-Wignera-Moyala-Ville'a. Analizujemy związek między tym formalizmem i geometrią grupy Galileusza, teorią unitarnych rzutowych reprezentacji grup oraz teorią algebr grup. W pracy [D12] omówiono właściwości grupy Galileusza. Przedstawiono propozycję uogólnień mechaniki kwantowej na lokalnie zwarte grupy abelowe. Została również zbadana granica quasi-klasyczna zagadnienia.

4. Wzajemnie sprzężone układy z żyroskopowymi stopniami swobody:

   W pracy [D4] omówiono zagadnienie dwóch (lub więcej) wzajemnie sprzężonych układów z żyroskopowymi stopniami swobody.

Po pierwsze, mamy na myśli ruch małego żyroskopu w nierelatywistycznym wszechświecie Einsteina $\mathbb{R} \times S^3(0, R)$. Szczególny nacisk kładzie się na związek między różnymi modelami przestrzeni konfiguracyjnej, takimi jak np. $SU(2) \times SU(2)$, $SO(4, R)$, $SO(3, R) \times SO(3, R)$ itp. Są lokalnie diffeomorficzne, ale globalnie różne. Koncentrujemy się na klasycznych problemach, niemniej jednak wspomniane są również pewne aspekty kwantowe.

5. Quasi-klasyczne i kwantowe układy kątowych momentów pędu:
W pracach [D6-D8] wchodzących w skład serii "Quasiclassical and Quantum Systems of Angular Momentum" zostało omówione wykorzystanie struktury matematycznej algebr grupowych i H^+-algebr do opisu wybranych zagadnień, dotyczących dynamiki kwantowej układów kątowych momentów pędu (np. elektronów, nukleonów, itd.), włączając w to układy spinowe. Została również omówiona granica quasi-klasyczna problemu jako asymptotyka „dużych" liczb kwantowych, tzn. „szybko oscylujących" funkcji falowych na grupach.

6. Analiza dynamicznych modeli afinicznych wzajemnego oddziaływania pomiędzy rotacyjnymi i deformacyjnymi stopniami swobody w ujęciu zarówno klasycznym, jak i kwantowym:
W pracy [D9] omówiono strukturę wzbudzeń klasycznych i kwantowych wewnętrznych stopni swobody obiektów wielocząstkowych, takich jak cząsteczki, fullereny, jądra atomowe itp. Opierając się

Gy

na właściwościach niezmienności pod wpływem transformacji izometrycznych i afinicznych, dokonaliśmy przeglądu niektórych nowych modeli wzajemnego oddziaływania pomiędzy obrotowymi i deformacyjnymi stopniami swobody. Użyta metodologia i niektóre wyniki mogą być przydatne w teorii rozpraszania Ramana i promieniowania jądrowego.

7. Dynamiczne modele afiniczne w rozmaitościach w rozmaitościach zarówno z ogólną koneksją afiniczną, jak i tensorem metrycznym.: W pracy [D10] omówiono mechanikę obiektów o wewnętrznych stopniach swobody w przestrzeniach nieeuklidesowych. Mianowicie, przeprowadzono analizę modeli afinicznych opisujących nieskończenie małe ciała (ciała testowe) umieszczone w rozmaitości, które wynikają z mechaniki d'Alembertowskiej rozciągłych ciał afinicznie sztywnych w płaskich przestrzeniach. W pracach [BD2-BD8] została również przeprowadzona analiza wybranych dwu- i trójwymiarowych przypadków szczególnych między innymi na sferze, pseudo-sferze, tzn. przestrzeni Łobaczewskiego, oraz torusie. Otrzymane wyniki mogą znaleźć zastosowanie np. w problemach geofizyki (do opisu ruchu płyt kontynentalnych), ekologii (ruch zanieczyszczeń na powierzchni oceanu) czy też mechaniki strukturalnych mikropolarnych i mikromorficznych powłok.

8. Problem degeneracji układów mechanicznych:
W pracach [D5,D11,D15] omówiono problem problem degeneracji

układów mechanicznych, których przestrzenią konfiguracyjną jest sfera trójwymiarowa, eliptyczna przestrzeń oraz trójwymiarowa pseudosfera. Głównym tematem badań były całkowicie zdegenerowane układy podobne do układów Bertranda. Został zaprezentowany również klasyczny opis zmiennych kąt-działania oraz analiza quasi-klasyczna i wzory kwantowe.

9. Równanie Schrödingera jako samo-sprzężone równanie różniczkowe fizyki matematycznej:

W pracy [D16] omówiono równanie Schrödingera jako samo-sprzężone równanie różniczkowe fizyki matematycznej. Dla uproszczenia rozważany jest układ skończony. Opisano zmodyfikowane równanie Schrödingera z pochodnymi drugiego rzędu dopuszczające pewną bezpośrednią nieliniowość. Kluczem naszej idei jest założenie, że iloczyn skalarny nie jest ustalany raz na zawsze, lecz jest dynamiczną wielkością wzajemnie oddziaływującą z wektorem stanu.

Gp