

Prof. dr hab. Piotr Kielanowski  
Departamento de Física  
Cinvestav, A.P. 14-740  
07000 México D.F.

15 sierpnia 2005 r.

Recenzja pracy doktorskiej  
**Hamiltonowskie i kwantowe układy z symetriami  
i więzami. Modele nieliniowe i ich  
zastosowania fizyczne**  
*mgr Agnieszki Martens*

Przedstawiona praca doktorska poświęcona jest analizie teoretycznej ruchu ciał afinicznie sztywnych, czyli jednorodnie deformowalnych. Opis tego typu można zastosować do ruchów kolektywnych układów o nieskończonej liczbie stopni swobody. Pozwala to na wielkie uproszczenie opisu formalnego przez zastąpienie nieskończonej liczby stopni swobody układu przez niewielką liczbę parametrów opisujących ruch kolektywny. Jednocześnie upraszcza się opis matematyczny, równania różniczkowe cząstkowe zamieniają się na zwyczajne, metodami mechaniki klasycznej można badać symetrie oraz kwantować układy tego typu. Podejście to można stosować do klasycznych układów makroskopowych, a także do opisu (kwantowego) ruchu dużych cząsteczek.

Praca mgr Agnieszki Martens poświęcona jest poszukiwaniu ściśle rozwiązywalnych modeli matematycznych ruchu ciał afinicznie sztywnych. Modele takie są interesujące z kilku powodów

1. posiadanie ścisłego rozwiązania klasycznego daje możliwość bardzo precyzyjnego zbadania wszystkich możliwych ruchów makroskopowych.
2. ściśle rozwiązanie problemu kwantowego wyznacza jawną postać funkcji falowych, a więc daje możliwość poszukiwania ścisłych reguł wyboru oraz wyznaczania prawdopodobieństwa przejścia.

### 3. możliwa jest analiza symetrii rozwiązań oraz symetrii układu.

Problematyka pracy jest więc ważna i warta analizy.

Praca składa się z Wstępu, czterech rozdziałów, wniosków oraz bibliografii. Omówie kolejno wszystkie te elementy.

Wstęp jest poświęcony syntetycznemu opisowi tematyki związanej z modelem ciała afinicznie sztywnego. Opis jest zwięzły, ale wyczerpująco przedstawia istotne problemy i kierunki badań.

Rozdziały 1 i 2 służą do wprowadzenia niezbędnych pojęć i metod matematycznych wykorzystywanych do konstrukcji modelu oraz otrzymania ścisłych rozwiązań.

Rozdział 1 poświęcony jest wprowadzeniu formalizmu matematycznego, służącego do opisu ciała afinicznie sztywnego oraz niezbędnych pojęć kinematycznych i dynamicznych. Podany jest opis dynamiki klasycznej, oparty na równaniu Hamiltona-Jacobiego, a także procedura semiklasycznego kwantowaniu Bohra-Sommerfelda i sposób otrzymania równania Schrödingera.

Rozdział 2 zawiera opis metody wielomianów Sommerfelda, czyli metody rozwiązywania pewnej klasy równań różniczkowych zwyczajnych, których rozwiązania sprowadzają się do funkcji hipergeometrycznej, albo do konfluentnej funkcji hipergeometrycznej.

Rozdziały 1 i 2 stanowią istotną część pracy, nie zawierają jednak nowych wyników. Są one dobrze napisane, prezentacja jest oryginalna, zwięzła i kompletna.

Rozdziały 3 i 4 stanowią główną część pracy i zawierają nowe wyniki. Rozdział 3 jest poświęcony dyskusji bąka sferycznego i bąka sferycznego z dylatacjami. Dla obu przypadków podana jest najogólniejsza postać potencjału, dla którego można podać ściśle rozwiązania klasyczne i kwantowe. Następnie rozważa się dwa szczególne ściśle rozwiązywalne potencjały: oscylatora harmonicznego i Coulomba. Przedstawione i porównane są wersje: klasyczna, semiklasyczna i kwantowa, a także omówione są możliwe zastosowania.

Rozdział 4 to dyskusja dwywumiarowego ciała afinicznie sztywnego, gdzie wprowadza się dwa typy współrzędnych, a następnie poszukuje się potencjału separowalnego dla obu typów współrzędnych. Takie potencjały mają na ogół dużą grupę symetrii, a więc prowadzą do rozwiązań klasycznych o szczególnych własnościach, a kwantowo zachodzi dodatkowa degeneracja poziomów. Autorka wykazuje, że klasyczne domknięcia trajektorii są torusami, a kwantowo poziomy energetyczne są numerowane przez trzy liczby kwantowe.

We wnioskach wymienione są najważniejsze wyniki pracy, a bibliografia

jest dobrze dobrana.

Temat pracy zakwalifikowałbym, jako bardzo interesujące rozszerzenie i uogólnienie problemu klasycznego bąka sferycznego. Zagadnienie klasyczne jest zawarte we wszystkich podręcznikach, gdzie dyskutuje się bryłę sztywną. Istnieją jednak podejścia bardziej abstrakcyjne. Mam tu na myśli teorię Diraca układów z więzami (P.A.M. Dirac, *Lectures on Quantum Mechanics*, Belfer Graduate School of Science, Yeshiva University, New York, 1964). Relatywistyczny bąk sferyczny jest szczegółowo dyskutowany w pracy A.J. Hanson i T. Regge, *The relativistic top*, *Annals of Physics*, **87**, 198 (1974). Interesujące byłoby zbadać, czy teoria Diraca da się zastosować w przypadku ciała afinicznie sztywnego i czy porównanie tej metody z zastosowaną w pracy dałoby jakieś nowe wyniki, lub nową interpretację.

Praca napisana jest jasno, dobrym językiem, czyta się ją bardzo płynnie, mimo, że jest dość abstrakcyjna. Układ pracy i dobór materiału są trafne. Oczywiście jest, że autorka dobrze rozumie i czuje omawiane zagadnienia fizyczne i doskonale opanowała aparat matematyczny.

Uważam, że rozprawa mgr Agnieszki Martens zawiera oryginalne, interesujące wyniki z możliwością zastosowań. Bez żadnych wątpliwości spełnia ona wymagania stawiane rozprawom doktorskim i w pełni kwalifikuje mgr Martens do nadania jej stopnia doktora nauk technicznych. Wnoszę więc o dopuszczenie do publicznej obrony.

Piotr Kielanowski

Piotr Kielanowski