Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Vasyla Kovalchuka "NONLINEAR MODELS OF COLLECTIVE AND INTERNAL DEGREES OF FREEDOM IN MECHANICS AND FIELD THEORY. SYMMETRY PROBLEMS"

Powszechnie wiadomo, iż idee symetrii leżą u podstaw fizyki i są od co najmniej 100 lat jednym z jej podstawowych narzędzi. Zastosowanie teorii symetrii oraz metod geometrii różniczkowej, inspirowane rozwojem teorii fizycznych, a zwłaszcza teorii Einsteina–Poincarego oraz ogólnej teorii względności, zostało przeniesione po pewnym czasie na inne dziedziny fizyki oraz mechaniki dzieki pracom Birkhofa, Landau, Taylora, Sedova i wielu innych autorów, którzy, nie zawsze zdając sobie z tego sprawę, używali idei symetrii do rozwiązywania problemów nieliniowych. Należy zauważyć iż sama teoria grup Liego, która powstała pod koniec XIX stulecia na potrzeby teorii równań różniczkowych i która przez długie lata znajdowała sie na uboczu głównych nurtów rozwoju matematyki stosowanej, doznała gwałtownego impulsu w drugiej połowie XX stulecia, gdy rozpczęto ją regularnie stosować do równań fizyki oraz mechaniki. Rzecz jest w tym, że stosowanie metod symetrii opartych na teorii grup Liego do równań rórniczkowych bywa skuteczne jedynie wtedy, gdy równanie różniczkowe posiada nietrywialą symetrię, a każde fundamentalne równanie fizyczne powinno co najmniej zawierać informację o własnościach geometrycznych czasoprzestrzeni, być zgodne z zasadą względności oraz z inną fundamentalną zasadą, która głosi że procesy fizyczne nie zależą od wyboru jednostek fizycznych. Symetrie te, które są w pewnym sensie "obowiązkowe" dla równań fundamentalnych oraz służą narzędziem do wyprowadzenia takich równań, występują nieraz jako element trywialny, gdyż ujmują jedynie kinematyczne aspekty badanego modelu i nie są w żaden sposób związne z dynamiką.

W pracy doktorskiej Vasyla Kowalchuka idee symetrii znajdują zastosowanie przy konstruowaniu nieliniowych modeli zarówno klasycznych, jak i kwantowych. Odmiennoścía podejścia lansowanego przez autora jest to, iż w swej pracy nie ogranicza się on do opisu procesów kinematycznych, lecz wyraźnie dąży do konstruowania modeli dynamicznych. Drugą cechą charakterystyczną pracy jest to, że jej autora interesują przede wszystkim zagadnienia istotnie nieliniowe, dla których (nie licząc sytuacji w pewnym sensie wyjątkowych) nie ma obecnie metod pozwalających uzyskiwać rozwiązania ogólne. Sformułowanie zagadnienia w języku geometrycznym, w przypadku gdy jest ono niezmiennicze względem jednej z rozpatrywanych w pracy grup Liego, prowadzi nieraz do zupełnej lub częściowej całkowalności problemu, co jednak nie jest tu celem samym w sobie.

Kolejną cechą charakterystyczną referowanej pracy jest to, iż w poszczególnych jej częściach rozpatrywane są, na pierwszy rzut oka, bardzo różniące się modele: klasyczne ośrodki ciągłe, układy dynamiczne, równania kwantowomechaniczne oraz równania służące do opisu pól kwantowych. Otóż cechą wspólną łączącą te różnorakie modele jest ich symetria. Okazuje się, że użycie grupy Liego jako przestrzeni "nośnej" pozwala na skonstruowanie w pewnym sensie uniwersalnego aparatu matematycznego.

Przechodząc do omawiania treści zagadnień oraz wyników uzyskanych w pracy doktorskiej, pragnąłbym jeszcze raz podkreślić, iż podstawową ideą, a za razem i środkiem technicznym wykorzystywanym w niniejszej pacy jest utożsamianie przestrzeni fizycznej z pewną (zależną od treści zagadnienia) grupą klasyczną. Na odmianę od prac poprzedników, którzy rozwijali analogiczne metody dla bryły sztywnej oraz cieczy nieściśliwej w oparciu, odpowiednio, o grupę $SO(n)$ oraz grupę dyfeomorfizmów, zachowujących objętość, autor niniejszej rozprawy po raz pierwszych wykorzystał do tych celów grupę afiniczną, grupę rzutową oraz grupę konforemną, rozszerając w ten sposób istotnie ilość modeli dla których można uzyskać opis w ramach rozwijanego formalizmu.

W pierwszym, niejako wstępnym, rozdziale autor prowadzi analizę kolektywnych stopni swobody, wprowadzając w przypadku ośrodka ciągłego lub pola dyskretyzację opartą na metodzie momentów. Z powstającego przy tym nieskończonego układu równań zwyczajnych wyłania autor skończeniewymiarowy układ dynamiczny, opisujący "parametry porządku" lub, innymi słowy, dymnamikę kolektywnych stopni swobody układu, przy zaniedbaniu oddziaływania z odrzuconą częścią. W wielu zagadnieniach odpowiada to formalnemu narzuceniu więzów (typowym przykładem tu może być bryła sztywna lub afinicznie–sztywna). Oprócz opisu formalnego przejścia od modelu ciągłego do układu dynamicznego, opisującego dynamikę uaktywnionych stopni swobody, omawia się w tym rozdziale fundamentalną ideę zaczerpniętą z prac Arnolda, Hermanna, Marsdena, Sławianowskiego, którzy utożsamiali przestrzeń konfiguracyjną z pewną grupą Liego, mianowicie z grupą niezmienniczości układu. Zestosowanie tego podejścia daje możliwość wykorzystania struktury analitycznej grup Liego, co nie raz prowadzi wprost do rozwązań ścisłych, a w ogólnym wypadku usprawnia w znaczącym stopniu analizę jakościową. Na końcu tego rozdziału autor wprowadza ważne pojęcie afinicznej bryły sztywnej, ujawnia mechanizm konstrukcji formalizmu kanonicznego (funkcji Lagrange'a, sruktury algebraicznej etc.) w oparciu o odpowiedznią grupę Liego.

W Rozdziale 2 dla układu dynamicznego, lewo- lub prawostronnie niezmienniczego względem grupy afinicznej realizuje się podana wyżej ogólna konstrukcja formalizmu kanonicznego, następnie w podrozdziale 2.2 peprecyzuje się modele dla cial przestrzennie lub materiałowo jednorodnych. Modele te są, odpowiednio, (lewo-) prawostronnie niezmienniczego względem grupy afinicznej oraz (prawo-) lewostronnie niezmiennicze względem grupy $SO(n)$. Pod koniec rozdziału analogiczny formalizm rozwija się w oparciu o grupę rzutową, która jest znacznie bardziej ogólna od grupy afinicznej. Cechą charakterystyczną powyższych konstrukcji jest to, że, na odmianę od innych autorów stosujących tenże formalizm, autor niniejszej rozprawy nie ogranicza się opisem modeli geodezyjnych bez potencjału, który, na ogół, redukuje symetrię zagadnienia. Zaletą i niewątpliwym osiągnięciem danej rozprawy jest to, że po przeanalizowaniu zagdanienia autor dał pozytywną odpowiedź na pytanie co do możliwości konstrukcji skutecznych rachunkowo modeli dla ciała deformowalnego jednorodnie.

Głównym motywem badań opisanych w Rozdziale 3 służy wynikająca czasem konieczność opisu makroskopowych przejawów zjawisk kwantowomechanicznych. Jako typowe przykłady można tu nadmienić zjawiska nadprzewodnictwa i nadciekłości.

Na początku Rozdziału 3 podsumowywane są klasyczne modele oparte na niezmienniczości względem grupy afinicznej. Przepisuje je autor w postaci dogodnej do kwantowania, omawiając jeszcze raz afiniczno-niezmiennicze modele z energią potencjalną (p. 3.1.5). W p. 3.2 opracowuje autor zarówno ogólny schemat teoretyczny jak i metody rachunkowe dotyczące zagadnień kwantowania modelu dynamicznego opartego na grupie afinicznej. Na końcu podaje się model dwuwymiarowy, dla którego schemat jest zrealizowany w sposób jawny.

W Rozdziale 4 autor zwraca się do innej klasy modeli, opartych na symetrii konforemnej. Modyfikując niektóre wcześniejsze idee swojego promotora, rozpatruje on problem z dziedziny relatywistycznej teorii pola, który powstaje w związku z problemami fizycznymi opisywanymi przez "parametr porządku" typu bispinorowego. Rozpatrując grupę $SU(2,2)$, która, jak wiadomo, jest grupą nakrywającą dla grupy konforemnej, doszedł on do rozpatrzenia t. zw. równania Kleina-Gordona-Diraca, będącego niejako superpozycją dwóch słynnych równań, a jednocześnie posiadającego swoje odmienne cechy, czyniące z niego bardzo interesujący obiekt do badań. V. Kovalchuk przeprowadził wnikliwą analizę tego równania, jego związek z symetrią konforemną oraz sformułował formalizm kanoniczny do tego równania. Na koncu Rozdziału 4 podane jest rozwiązanie ogólne tego równania, przeprowadzona jest jego analiza oraz wstępna interpretacja fizyczna uzyskanych wyników.

Uwagi dotyczące rozprawy doktorskiej

- Praca jest napisana na fizycznym poziomie dokładności (delkaruje to zresztą autor w sposób jawny, więc zdaje sobe z tego sprawę).
- Pisząc równanie idealnego ośrodka ściśliwego (r-nie (1.4) oraz r-nie ciągłości poniżej), autor nie włącza do opisu pola naprężeń. Trudno się więc pogodzić, że jest to układ w jakimś sensie ogólny. Dalej o nim jednak się raczej nie wspomina, gdyż mowa przeważmie idzie o modelach niedeformowalnych lub deformowalnych jednorodnie.
- Formułując w Rozdziale 1 ogólne zasady opisu ośrodka ciągłego za pomocą nieskończonego układu równań zwyczajnych, autor dalej korzysta z hipotezy o istnieniu skończeniewymiarowego podukładu który opisuje "kolektywne stopnie swobody" i który jest na tyle słabo związany z resztą układu, iż można go potraktować jako układ autonomiczny. Otóż, po pierwsze, tego typu założenia w przypadku opisu konkretnych zjawisk wymagają uzasadnienia, które jest na ogół bardzo trudne. Kolejnym trudnym pytaniem jest ustalenie tego, które z mod powinno się zostawic, a które można odrzucić. Na koniec jeszcze jedna uwaga dotycząca opisu ośrodka z mikrostrukturą: otóż na ogół rozmiary charakterystyczne ciała oraz rozmiary charakterystyczne elementów struktury wewnętrznej różnią się o kilka rzędów, co nakłada pewną specyfikę na stosowany rozkład w przypadku, jeśli chcemy uzyskać małowymiarowy układ dynamiczny. Należy także podkreślic że w przypadku rzeczywistego uwzględnienia struktury nie zawsze można zignorować efekty relaksacyjne.
- W Rozdziale 2 zostały przedstawione przykłady potencjałów, które nie "psują" symetrii problemów geodezyjnych. Chciałbym zwrócić uwagę na to, że problem poszukiwania takich potencjałów jest bardzo algorytmiczny. Wydaje się że można by tu zrobić pełną klasyfikację, posługując się standardową techniką.

- W bardzo wielu przypadkach włączenie rzeczywistych potencjałów do problemu Hamiltonowskiego, pierwotnie zapisanego wyłącznie w terminach energii kinetycznej, prowadzi do restrykcji symetrii. W przypadku grupy konforemnej czy grupy rzutowej symetria jednak jest na tyle bogata, że w sytuacji, kiedy część generatorów podgrup jednoparametrycznych zostanie wyeliminowana poprzez włączenie potencjału, symetria wciąż jeszcze będzie na tyle bogata, że opis algebro-geometryczny zachowa swoje przewagi. W nawiązaniu do tego pragnę przypomniec, iż analiza wszystkich nierównoważnych podalgebr dla algebr klasycznych grup Liego została dokładnie opracowana (W.Fushchich, L.Barannyk, A.Barannyk), więc korzystając z tej analizy można znacząco rozszerzyć zasięg modeli obejmowanych metodą algebro-geometryczną opracowaną w niniejszej rozprawie.

Po zapoznaniu się z przedłożoną pracą oraz z publikacjami jej autora wnioskuję, iż rozprawa doktorska mgr. Vasyla Kowalchuka napisana jest na wysokim poziomie naukowym, mieści ważne wyniki teoretyczne, w sposób istotny rozszerza zakres modeli opisujących kolektywne stopnie swobody ośrodków ciągłych deformowalnych, zarówno klasycznych jak i kwantowomechanicznych, oraz prowadzi do bardzo interesujących zastosowań praktycznych. Uważam że spełnia ona wymogi stawiane dla prac doktorskich, a jej autor zasługuje na przyznanie mu stopnia doktora w zakresie nauk technicznych w dziedzinie mechaniki, jak i w zakresie fizyki, o ile w ogóle możliwe jest przeprowadzenie ścisłego rozgraniczenia między tymi dyscyplinami.

Dr hab. Vsevolod Vladimirov, prof. nadzw. AGH