

Instytut Podstawowych Problemów Techniki  
Polska Akademia Nauk



**Agnieszka Pręgoska**

# **Półaktywne sterowanie układami mechanicznymi drgającymi skrętnie**

rozprawa doktorska

promotor: dr hab. inż. Tomasz Szolc, prof. IPPT

Warszawa 2013



## Spis treści

<b>1. Wstęp</b>	<b>13</b>
<b>2. Cel, teza i zakres rozprawy</b>	<b>17</b>
2.1. Cel rozprawy . . . . .	17
2.2. Tezy rozprawy . . . . .	17
2.3. Zakres rozprawy . . . . .	18
<b>3. Przegląd literatury</b>	<b>21</b>
3.1. Metody pasywnego tłumienia drgań skrętnych . . . . .	22
3.2. Metody aktywnego i półaktywnego tłumienia drgań skrętnych	25
<b>4. Laboratoryjny układ napędowy</b>	<b>31</b>
4.1. Budowa i zasada działania obrotowego tłumika z cieczą ma- gnetoreologiczną . . . . .	33
4.2. Układ pomiarowy . . . . .	39
<b>5. Badania eksperymentalne</b>	<b>43</b>
5.1. Wyniki badań eksperymentalnych . . . . .	43
<b>6. Modele mechaniczne laboratoryjnego układu napędowego</b>	<b>53</b>
6.1. Model dyskretno-ciągły (hybrydowy) . . . . .	54
6.2. Model dyskretny . . . . .	58
6.3. Model silnika asynchronicznego . . . . .	59
<b>7. Sterowanie układem mechanicznym drgającym skrętnie</b>	<b>63</b>
7.1. Metody sterowania optymalnego . . . . .	64
7.2. Matematyczny model uproszczony . . . . .	66
7.3. Rozwiązanie analityczne z ograniczonym rozwinięciem Fouriera	68

7.4. Rozwiązanie półanalityczne . . . . .	72
7.5. Rozwiązanie numeryczne . . . . .	74
7.6. Sterowanie drganiami wału z tłumikiem obrotowym . . . . .	76
7.7. Wyznaczanie optymalnej wartości współczynnika tłumienia . .	82
7.8. Sterowanie pracą układu napędowego w pętli zamkniętej . . .	84
<b>8. Analiza wyników</b>	<b>87</b>
8.1. Analiza wyników badań eksperymentalnych układu ze sterowaniem o stałym współczynniku tłumienia . . . . .	88
8.2. Analiza wyników badań eksperymentalnych układu ze sterowaniem o przedziałami zmiennym współczynnikiem tłumienia .	93
8.3. Porównanie wyników badań eksperymentalnych z wynikami obliczeń teoretycznych . . . . .	96
<b>9. Wnioski końcowe</b>	<b>101</b>
9.1. Wnioski końcowe . . . . .	101
9.2. Elementy nowości . . . . .	102
9.3. Kierunki dalszych badań . . . . .	103
<b>Załączniki</b>	<b>105</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>107</b>

## Streszczenie

Rozprawa doktorska poświęcona jest opracowaniu nowatorskiego sposobu minimalizowania lub całkowitej eliminacji drgań skrętnych rzeczywistego układu napędowego, bez zauważalnej ingerencji w jego podstawowy ruch roboczy. W tym celu wykorzystano półaktywne sterowanie obrotowym tłumikiem z cieczą magnetoreologiczną o zadawanych własnościach dyssypacyjnych. Cel pracy był realizowany dwutorowo: poprzez przeprowadzanie zaawansowanych eksperymentów przy wykorzystaniu specjalnie do tego celu zbudowanego stanowiska w IPPT PAN oraz sposób teoretyczny, sprowadzający się do zaproponowania modelu teoretycznego, przeprowadzania analiz jakościowych i symulacji komputerowych działania półaktywnie sterowanego obiektu. Podstawowym celem pracy był dobór optymalnych koncepcji sterowania z punktu widzenia jej skuteczności oraz łatwości praktycznego zastosowania. Zaproponowano półaktywne sterowanie polegające na doborze optymalnych wartości tłumienia wytwarzanego przez obrotowe tłumiki z cieczą magnetoreologiczną, przy wykorzystaniu funkcji odpowiedzi częstotliwościowej oraz metodzie alokacji części rzeczywistych i urojonych wartości funkcji własnych układu mechanicznego. Oprócz tego zastosowano podejście oparte na włączaniu tłumików w ściśle określonych fazach procesu dynamicznego. Wyniki rozważań teoretycznych zweryfikowano analogicznymi rezultatami pomiarów eksperymentalnych, uzyskując zadowalającą wzajemną zgodność. Dodatkowym zrealizowanym celem rozprawy jest opracowanie kryteriów doboru optymalnych wartości parametrów obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną do układów napędowych przenoszonych zadaną moc i o określonych właściwościach dynamicznych.

## Abstract

In this thesis a novel way to minimize or even completely eliminate a torsional vibration of real drive system was proposed. This method was based on a semi-actively controlled rotary damper with the magnetorheological fluid. It does not affect essentially the basic working movement. The dissertation was carried out in two ways: experimental and theoretical. The experimental investigations were made using an originally designed laboratory drive system imitating operation of the rotating machine. The theoretical investigations were reduced to qualitative analyzes and computer simulations of the semi-actively controlled object. The basic goal was to assort the optimal effective semi-active control concept, which can be easy applied in practice. The control concept based on a closed loop was also proposed. The locally optimum control functions were determined with respect to the frequency response functions of the damped drive system properly excited from the both ends: from motor side and receiver side. In the dissertation the control concept consisting of switched-on and switched-off damper in certain moments of time was used. The results of theoretical control concepts were experimentally verified. The satisfactory coincidence was obtained.

Realizacja pracy była możliwa dzięki wsparciu finansowemu w ramach projektu Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego nr N N518 295 140 oraz finansowaniu ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego: POKL 8.2.1 „Wsparcie przedsiębiorczości naukowców *bio tech med* poprzez stypendia, staże i szkolenia”





## Wykaz ważniejszych oznaczeń i skrótów przyjętych w rozprawie

### Stosowane oznaczenia

$A_{Ii}$  – pole powierzchni przekroju poprzecznego

$\mathbf{C}, \mathbf{D}$  – macierze tłumienia

$d_j$  – współczynnik tłumienia w cieczy magnetoreologicznej

$E$  – moduł Younga

$F(t, \dot{\mathbf{r}}(t))$  – wektor wymuszeń zewnętrznych

$G$  – moduł Kirchhoffa

$Q$  – funkcja celu

$q_i(x, t)$  – zewnętrzne momenty wymuszające

$Q_m(t)$  – modalne wymuszenie zewnętrzne

$i(t)$  – natężenie prądu w cewkach tłumika z cieczą magnetoreologiczną

$i_\beta^s, i_\alpha^s$  –prądy płynące w obwodach stojana

$i_d^r, i_q^r$  –prądy płynące w obwodach wirnika

$I_{0i}$  – masowy moment bezwładności bryły sztywnej

$J$  – masowy moment bezwładności pierścienia bezwładnikowego tłumika  
z cieczą magnetoreologiczną

$J_{Ei}$  – masowy moment bezwładności przekroju poprzecznego, odpowiedzialny za przenoszenie tylko momentów bezwładnościowych

$J_{Ii}$  – masowy moment bezwładności przekroju poprzecznego, odpowiedzialny za przenoszenie dynamicznych momentów sprężystych

$\mathbf{K}_0, \mathbf{K}$  – macierze sztywności

$l$  – długość makroelementu

$L_1$  – indukcyjność całkowita pasma fazowego uzwojenia stojana

$L_2'$  – indukcyjność całkowita rozproszenia zastępczego pasma fazowego uzwojenia wirnika, przeliczoną na liczbę zwojów pasma uzwojenia stojana

$M$  – indukcyjność wzajemna pomiędzy uzwojeniem stojana a uzwojeniem wirnika, zwana indukcyjnością główną lub magnesującą

$\mathbf{M}_0, \mathbf{M}$  – macierze bezwładności

$M_t(t)$  – skupiony moment sił zewnętrznych

$M_D(i(t))$  – moment tarcia statycznego, generowany przez tłumik z cieczą magnetoreologiczną

$M(t)$  – moment oporowy wytwarzany przez hamownicę

$M_{ampl}$  – amplituda fluktuacji momentu wytwarzanego przez hamownicę

$M_{const}$  – moment nominalny hamownicy

$p$  – liczba par biegunów pola magnetycznego silnika

$p(x, t)$  – wymuszenie zewnętrzne

$R_1$  – rezystancja pasma fazowego uzwojenia stojana silnika elektrycznego

$R_2'$  – rezystancja zastępcza pasma fazowego uzwojenia wirnika, przeliczona na liczbę zwojów pasma uzwojenia stojana tego silnika

$\mathbf{r}(t)$  – wektor współrzędnych modalnych

$T_{el}$  – moment napędowy wytwarzany przez silnik

$\tau$  – czas retardacji modelu tłumienia materiałowego Voighta

$\Theta_i(x, t)$  – przemieszczenie kątowe przekroju poprzecznego

$U$  – wartość maksymalna napięcia fazowego

$v_i(x, t)$  – przemieszczenie poprzeczne przekroju o współrzędnej przestrzennej  $x$

## **Skróty**

*A/C* – przetwornik analogowo-cyfrowy

*AMB* – aktywne łożyska magnetyczne

*C/A* – przetwornik cyfrowo-analogowy

*FFT* – szybka transformata Fouriera

*FRF* – funkcja odpowiedzi częstotliwościowej

*IPPT PAN* – Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk

*LGR* – regulator liniowo-kwadratowy

*LQG* – sterowanie liniowo-kwadratowe Gaussa

*MES* – metoda elementów skończonych

*MPC* – sterowanie predykcyjne

*MR* – ciecz magnetoreologiczna

*RT* – jednostka czasu rzeczywistego



# 1

## Wstęp

Procesy, podczas których pewne wielkości fizyczne zmieniają się w sposób cykliczny w czasie, nazywane są drganiami. Obejmują one zjawiska zachodzące nie tylko w środowisku naturalnym człowieka, ale również wokół niego samego, drgania narządów wewnętrznych, oscylacje ciśnienia krwi oraz w wytworach jego pracy, takich jak obiekty techniczne: budynki, zwłaszcza wieżowce, mosty, układy mechaniczne, układy napędowe różnego rodzaju maszyn i pojazdów. Udoskonaleniu sposobów eliminacji lub minimalizacji tych ostatnich poświęcona jest niniejsza rozprawa.

Podstawowym zadaniem układu napędowego jest przenoszenie energii ze źródła, zazwyczaj silnika, do odbiornika napędu, np. maszyny bądź pojazdu. Najczęściej energia ta jest przenoszona przez ruch obrotowy. Zjawisko drgań skrętnych układów napędowych jest od dawna znane i stanowi przedmiot badań ze względu na ich ważność i uciążliwość, jako rodzaju drgań mechanicznych w naturalny sposób związanych z podstawowym ruchem obrotowym rozpatrywanego obiektu. Niepożądane oscylacje, nakładając się na podstawowy ruch roboczy zniekształcają go i powodują niewłaściwą pracę urządzenia. Drgania skrętne wykonanych zazwyczaj ze stali elementów maszyn lub urządzeń są słabo tłumione. Spowodowane jest to stosunkowo niskim poziomem tłumienia materiałowego. Poza tym są również trudno wykrywalne w warunkach eksploatacyjnych. Szkodliwość drgań wynika z powtarzalności odkształceń, wywołujących zmienne obciążenia. Prowadzi to do powstawania zmiennych w czasie naprężeń w elementach maszyn i układów mechanicznych. Wskutek tego zachodzi zużycie, zniszczenie układów mechanicznych poprzez narastające zmęczenie materiału, zwiększenie luzów w sprzęgłach, przegubach, zazębieniach przekładni oraz przyspieszenie zużycia powierzchni kontaktowych. Nadmiernemu zużyciu ulegają przede wszystkim elementy mające kształt sprzyjający koncentracji naprężeń, np. przejścia stopniowe wałów napędowych, bieżnie łożysk. Drgania wałów przekładniowych ukła-

dów napędowych powodują z kolei pulsacyjne lub wręcz o udarowym charakterze przebiegu naciski na powierzchnie zębów kół zębatych i szybsze ich zużycie. Drgania układów mechanicznych wpływają również szkodliwie na organizm człowieka. Zwłaszcza w strefach rezonansowych są one źródłem hałasu.

Eliminowaniu lub minimalizacji amplitud drgań skrętnych zawsze towarzyszyły trudności powodowane kłopotliwym przykładaniem sił i momentów sterujących do wirujących elementów układu napędowego, bez ingerowania w jego podstawowy ruch roboczy. Aby zapewnić pożądane obniżenie poziomu drgań w układzie napędowym należy zastosować właściwy sposób eliminacji lub minimalizacji. Sprowadza się to do zastosowania różnego rodzaju eliminatora drgań. W praktyce oznacza to wprowadzenie do układu mechanicznego dodatkowych elementów konstrukcyjnych lub mechanizmów, niewchodzących w podstawową konstrukcję rozpatrywanego urządzenia lub maszyny. Stosowane dotychczas metody pasywnego tłumienia drgań skrętnych w układach napędowych nie są jednak wystarczająco skuteczne w szerokim zakresie parametrów pracy. W celu udoskonalenia ich efektywności zaczęto stosować półaktywne oraz aktywne metody eliminacji drgań. W niniejszej rozprawie, w celu rozszerzenia zakresu skuteczności tłumienia w przejściowych oraz ustalonych warunkach działania badanego obiektu, zaproponowano oryginalny, nie spotykany dotąd w ogólnodostępnej literaturze, sposób tłumienia drgań skrętnych. Wykorzystano nowatorskie obrotowe tłumiki z cieczą magnetoreologiczną. Jedną z podstawowych zalet tego podejścia jest możliwość skutecznej eliminacji drgań bez zauważalnej ingerencji w podstawowy ruch roboczy układu mechanicznego.

Zalety cieczy magnetoreologicznych wykorzystywane są od około 50 lat, dzięki ich unikalnej własności polegającej na możliwości ciągłej, kontrolowanej zmianie lepkości. Są one obecnie coraz szerzej wykorzystywane w technice do budowy urządzeń o własnościach adaptacyjnych. Uzyskiwana dzięki temu adaptacyjność urządzeń pozwala na dostosowywanie w sposób nadejżny ich aktualnych parametrów pracy do rozpoznanych warunków obciążenia. Zastosowanie w tłumiku drgań cieczy magnetoreologicznej o zmiennej, regulowanej lepkości, w połączeniu z odpowiednio zaprojektowanym układem sterowania, pozwala na poprawę w szerokim zakresie właściwości dynamicznych urządzeń mechanicznych przystosowanych do pracy w jednostajnie i niejednostajnie zmiennych warunkach obciążenia. Zdolność szybkiego reagowania na zmiany parametrów procesów dynamicznych w omawianych układach mechanicznych umożliwia ich natychmiastową reakcję na niepożądane dynamiczne zmiany zachodzące podczas pracy. W konsekwencji mogą one skutecznie obniżyć w szerokim zakresie ich amplitudy. Zaproponowana w rozprawie technika tłumienia drgań skrętnych okazuje się być niezwykle efektywna zarówno w rezonansowych i pozarezonansowych warunkach działania. Dodatkowo może być ona powszechnie stosowana w szerokim zakresie parametrów układów napędu maszyn i urządzeń narażonych na drgania

skrętne.

Proponowane w rozprawie doktorskiej rozwiązanie konstrukcyjne jest przeznaczone głównie do maszyn i urządzeń wykorzystywanych w przemyśle energetycznym, wydobywczym, maszynowym, środków transportu. Takimi układami mechanicznymi mogą być wszelkiego rodzaju układy napędowe sprężarek, pomp, dmuchaw, wyciązarek, młynów, kruszarek i innych urządzeń poddawanych silnym drganiom przejściowym podczas rozruchów i wybiegów oraz doznające cyklicznie zmiennych, powtarzających się w trakcie normalnej ich pracy skokowych zmian obciążenia o charakterze udarowym. Doświadczenia zdobyte podczas prowadzenia prac nad rozprawą pozwoliły na zdobycie wiedzy umożliwiającej projektowanie i budowę oprzyrządowania diagnostycznego układów napędowych. Pozwoliłoby to również na sformułowanie optymalnych koncepcji sterowania, przydatnych odpowiednio do rozpatrywanego układu napędowego.





# 2

## Cel, teza i zakres rozprawy

Drgania skrętne w układach napędu maszyn roboczych oraz pojazdów są zjawiskiem powszechnie znanym, uciążliwym, bardzo często niebezpiecznym oraz zazwyczaj trudnym do wykrywania w warunkach codziennej pracy i eksploatacji urządzeń. W praktyce niezwykle trudno zwalczać je bez ingerencji w nominalną pracę urządzenia. Próbie rozwiązania tego istotnego inżynierskiego problemu została poświęcona niniejsza rozprawa.

### 2.1 Cel rozprawy

Celem rozprawy jest zaproponowanie skutecznego sposobu minimalizowania lub eliminowania pasożytniczych ruchów w postaci drgań mechanicznych. Drgania te nakładają się z wielu przyczyn na podstawowy ruch roboczy danego układu napędowego. Zagadnienie to zostało sprowadzone w niniejszej rozprawie do tłumienia drgań skrętnych rzeczywistego napędu układu mechanicznego przy wykorzystaniu zaawansowanej technologii mechatronicznej. Proponowana technika eliminacji lub minimalizowania drgań skrętnych układów napędowych jest stosunkowo łatwa do zastosowania w większości typowych rzeczywistych urządzeń w szerokim zakresie przenoszonych przez nie mocy oraz wymiarów geometrycznych.

### 2.2 Tezy rozprawy

W pracy zaproponowano nowatorski sposób obniżenia poziomu drgań skrętnych lub ich całkowitej eliminacji w wirujących układach mechanicznych, bez widocznej ingerencji w ruch podstawowy układu. Zaproponowana metoda jest skuteczna w szerokim zakresie częstości drgań doznawanych przez układy mechaniczne, dzięki wykorzystaniu cieczy magnetoreologicznej o ste-

rowalnych własnościach dyssypacyjnych. Wykorzystując ich właściwości przedstawiono oryginalną konstrukcję obrotowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną. Istotnym elementem rozwiązana jest pierścień bezwładnikowy tłumika. Wykonuje on ruch uśredniony, który teoretycznie jest bezdrganiowy albo odbywa się z niewielkimi amplitudami drgań skrętnych. Między pierścieniem bezwładnikowym a wirującym wałem układu napędowego powstaje różnica prędkości kątowych. Pracujący na ścinanie film z cieczy magnetoreologicznej wytwarza moment siły przeciwdziałający drganiom. Krótki czas reakcji cieczy magnetoreologicznej pozwala na bieżące łagodzenie amplitudy drgań skrętnych. Opracowano również metodę pozwalającą dobrać optymalny moment bezwładności pierścienia bezwładnikowego. Dzięki temu uzyskuje się układ o optymalnych właściwościach mechanicznych (dynamicznych) oraz maksymalnej skuteczności. Sformułowano problem sterowania w czasie tłumkiem z cieczą magnetoreologiczną. W wyniku optymalizacji uzyskano funkcję włączania tłumienia w czasie, pozwalającą skuteczniej tłumić drgania niż przy stałym w czasie współczynniku tłumienia. Wykazano, że wyniki rozważań teoretycznych pokrywają się z wynikami symulacji komputerowych oraz z wynikami eksperymentów i w ogólnym zakresie mogą być wykorzystywane przy projektowaniu urządzeń o dużych amplitudach szkodliwych drgań.

## 2.3 Zakres rozprawy

Prace prowadzono dwutorowo. Część eksperymentalna została realizowana przy wykorzystaniu specjalnie zaprojektowanego i zbudowanego w IPPT PAN stanowiska doświadczalnego. Obiektem badań eksperymentalnych był napędzany silnikiem elektrycznym układ mechaniczny, w którym rolę odbiornika mocy pełniła hamownica asynchroniczna o sterowalnym momencie obciążenia, imitującym działanie rzeczywistej maszyny lub urządzenia. Integralną częścią powstałego w ten sposób układu były wspomniane wyżej obrotowe tłumiki z cieczą magnetoreologiczną. Ich bieżąca zdolność dyssypowania energii drgań skrętnych jest sterowana w ramach pętli zamkniętej lub otwartej za pomocą odpowiedniego elektronicznego systemu sterującego. Pozwoliło to na poznanie zjawisk towarzyszących drganiom rzeczywistych układów skrętnych, złożonych z stopniowanych wałów oraz sprzęgieł. Drganiom towarzyszą efekty nieliniowe, wywoływane nieliniowym charakterem sprężenia z drganiami prądu w cewkach uzwojenia stojana i wirnika, efektami tarcia ciernego i suchego oraz nieuchronnymi luzami na połączeniach. Nieliniowa charakterystyka tłumików z cieczą magnetoreologiczną dodatkowo komplikuje problem.

Dotychczas w literaturze w większości prac [8, 11, 37, 38] stosowano zadane z góry przebiegi w czasie wymuszającego drgania momentu elektromagnetycznego wytwarzanego przez silnik elektryczny. Formuły opisujące

go oparte są na obserwacjach eksperymentalnych. W rozprawie modelowanie wymuszenia przeprowadzono w sposób bardziej dokładny, przy użyciu elektrycznego obwodowego modelu silnika. Został on przyjęty w postaci sześciu równań obwodowych [68], sprowadzonych następnie do równań Parka, opisujących przepływ prądu w uzwojeniach stojana oraz wirnika silnika elektrycznego [45, 55].

Spostrzeżenia i wnioski płynące z badań eksperymentalnych pozwoliły na zawężenie klasy zaproponowanych funkcji sterowań układu napędowego. W niniejszej rozprawie przez układ napędowy rozumiano cały rzeczywisty obiekt badań. Dalsze rozważania analityczne ograniczono do najskuteczniejszych i stosunkowo nieskomplikowanych funkcji, łatwych do wdrożenia. Uzyskano uproszczone rozwiązania analityczne zamknięte. Zostały one zbadane jakościowo. Opracowano strategię sterowania, polegającą na włączaniu tłumików w ściśle określonych okresach. Rozwiązania dokładne uzyskano metodami półanalitycznymi. Potwierdziły one wstępne, uproszczone wyniki analityczne. Układ o rzeczywistych parametrach badano dalej przy wykorzystaniu dwóch różnych modeli matematycznych obiektu: modelu dyskretno-ciągłego oraz modelu uzyskanego przy pomocy metody elementów skończonych MES. Uzyskano bardzo dobrą zbieżność z wynikami pomiarów. Zaproponowano również sterowanie oparte na optymalnym doborze wartości współczynników tłumienia przy wykorzystaniu funkcji odpowiedzi częstotliwościowej oraz metodzie alokacji części rzeczywistych i urojonych wartości funkcji własnych układu mechanicznego.

W dalszej części przeprowadzono badania eksperymentalne dotyczące wybranych, uznanych za skuteczne wariantów sterowania. Dowiedziono skuteczności zaproponowanej metody tłumienia drgań skrętnych z wykorzystaniem obrotowych tłumików magnetoreologicznych. Ponadto dobrano optymalne parametry ww. obrotowych tłumików do układu napędowego o określonych własnościach dynamicznych i przenoszących zadaną moc.

Innowacyjność zaproponowanych rozwiązań polega przede wszystkim na wprowadzeniu własnej koncepcji obrotowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną o sterowalnych właściwościach dyssypacyjnych, minimalizującego amplitudy drgań skrętnych w wirujących układach mechanicznych. Oryginalnym wkładem autorskim jest zbudowanie stanowiska laboratoryjnego, które umożliwi praktyczną weryfikację przyjętych założeń teoretycznych. Opracowano również programy komputerowe umożliwiające weryfikację numeryczną poszczególnych koncepcji sterowania oraz analizę zachowania układu napędowego. Istotnym elementem nowości jest ponadto sam sposób modelowania wymuszenia momentu elektromagnetycznego przy wykorzystaniu obwodowego modelu silnika elektrycznego.



Fakt konieczności minimalizacji poziomu drgań w układach mechanicznych jest znany od dawna. W wielu przypadkach nadal nieznane są skuteczne rozwiązania. Szkodliwym zjawiskom można częściowo zapobiegać stosując odpowiednie tłumiki drgań. Urządzenia tego rodzaju można podzielić następująco:

- Pasywne tłumiki drgań tłumią drgania siłą tarcia suchego lub lepkiego. W przypadku tłumików wiskotycznych mają stały współczynnik tłumienia lepkiego. Eliminatory tego typu są stosunkowo prostymi technicznie urządzeniami. Budowane są tak, aby konstrukcja lub mechanizm jako całość miała większe możliwości rozpraszania energii dostarczanej przez siły lub momenty sił wymuszających. Istotną cechą pasywnych tłumików drgań jest brak konieczności zasilania tłumika zewnętrznym źródłem energii. Urządzenia tego rodzaju obdarzone są stałymi parametrami, których nie można w zamierzony sposób modyfikować podczas pracy. Są one mniej skuteczne od aktywnych i półaktywnych rozwiązań, ale za to bezpieczniejsze i w przypadku awarii nie spowodują uszkodzenia konstrukcji. Pasywne tłumienie drgań było dobrze znane w przemyśle maszynowym. Znalazło zastosowanie również przy budowie sprzętu sportowego takiego jak łuki, narty lub rakiety tenisowe.
- Aktywne tłumiki drgań mogą realizować dowolny algorytm sterowania siłą lub momentem siły, mającym przeciwdziałać przeciążeniom dynamicznym. W praktyce działanie aktywnych tłumików drgań sprowadza się do wytwarzania sił sterujących przeciwdziałających siłą i momentem dynamicznym, wynikającym z nadwyżek dynamicznych powodujących zjawisko drgań mechanicznych. W pracach [15, 53] siły sterujące mogą być wytwarzane przez elektryczne siłowniki nałożone

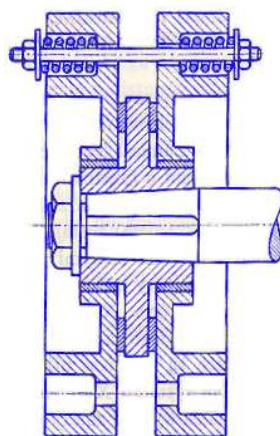
na ciągną lub sztywne wsporniki przymocowane do wybranych punktów konstrukcji. Mogą one wytwarzać zarówno poprzeczne siły sterowania, jak i momenty zginające. Pozwala to na sterowanie drganiami konstrukcji w zakresie niskich częstotliwości. Do sterowania poziomem drgań w zakresie wysokich częstotliwości używane są tłumiki piezoelektryczne. Aktywne tłumiki drgań bywają skuteczne, ale ich zastosowanie wymaga wprowadzenia dużej ilości energii. W przypadku awarii konstrukcja, w której zostały zastosowane, może ulec zniszczeniu. Problemy aktywnego sterowania poruszone zostały np. w pracach [14, 16], w których belka w połowie swojej długości została podparta aktywnym tłumikiem. Badano sterowanie w pętli otwartej oraz zamkniętej. To sterowanie jest jednak trudne w realizacji praktycznej.

- Półaktywne tłumiki drgań — zapewniają możliwość sterowania wartościami współczynnika tłumienia podczas pracy. Zostały zastosowane np. w pracy [44]. Przeszło zostało podparte tłumikami wiskotycznymi. Układ może być zamocowany na sztywnym fundamencie albo zawieszony na systemie ciągów. Właściwości tłumienia zmieniają się w zależności od położenia ruchomego obciążenia lub innych, bardziej złożonych obserwacji odpowiedzi belki. Okresowe włączenia i wyłączenia tłumików powodują chwilową zmianę właściwości dynamicznych układu, przy jednoczesnym umożliwieniu dyssypacji energii.

### 3.1 Metody pasywnego tłumienia drgań skrętnych

Pasywne tłumiki drgań skrętnych charakteryzują się prostą konstrukcją. Najczęściej są osadzone w przekroju wału napędowego, w którym występują największe amplitudy drgań. Metody pasywnego obniżenia poziomu drgań [18, 25] są stosunkowo proste i tanie w realizacji, ale bardzo często mało skuteczne.

Pasywne tłumiki drgań można podzielić na rezonansowe, tarciove, wiskotyczne i kombinowane. W przypadku układów mechanicznych pracujących ze stałymi prędkościami obrotowymi, w których podstawowa składowa powodująca drgania charakteryzuje się stałą wielkością, najczęściej stosowane są tłumiki rezonansowe, działające na zasadzie dynamicznego eliminatora drgań Frahma [29]. Tłumią one drgania jednej, z góry ustalonej częstotliwości, do której są dostrojone. Bezwładność tłumika jest sprzężona z wirującym wałem przy pomocy elementu sprężystego o dużej podatności i teoretycznie bez histerezy. Na skutek zastosowania takiego typu eliminatora drgań zamiast jednej postaci drgań i częstości drgań w obszarze rezonansu powstają w układzie dwie inne postaci drgań o częstościach leżących w obustronnym sąsiedztwie pierwotnej częstości układu. Wartość amplitudy drgań przy częstości odpowiadającej pierwotnej częstości rezonansowej zostaje zminimalizowana do zera. Wartości amplitud przy rezonansach



**Rysunek 3.1:** Schemat tłumika tarcowego.

z nowymi częstotliwościami są wysokie, ale znacznie mniejsze niż przy rezonansie w pierwotnym układzie dynamicznym. Tłumiki rezonansowe skutecznie i bez strat energetycznych eliminują drgania wymuszone z jedną tylko częstotliwością. Ich wadą jest wprowadzenie nowych częstotliwości rezonansowych, chociaż mniej groźnych dla mechanizmów niż częstota pierwotna.

W szerszym zakresie drgania są eliminowane i zmniejszane przez tłumiki tarcowe, przedstawione na rysunku 3.1. Zaczynają one jednak działać po przekroczeniu pewnej zadanej wartości przyspieszeń kątowych oraz pewnej określonej amplitudy drgań skrętnych. Zamiast elementu sprężystego mają element cierny, który wykonuje ruch względny w stosunku do wirującego wału. Dzięki temu wykonywana jest praca tarcia, wspierająca dyssypację energii w układzie. Prowadzi to do obniżenia poziomu drgań. Wadą tłumików tarcowych jest powodowanie strat przenoszonej mocy. Przykładem tłumików ciernych jest tłumik z wkładką gumową [41], który obracając się łącznie z wirującym wałem doznaje wychyleń skrętnych. Jego wewnętrzny pierścień bezwładnościowy dąży do zachowania pierwotnego położenia, zamieniając częściowo lub całkowicie na ciepło energię wyższej częstotliwości harmonicznej, do której jest dostrojony. Tłumiki tego rodzaju mają stosunkowo dużą zdolność tłumienia, jednak z czasem ją tracą, ponieważ otoczenie, warunki pracy oraz zużycie prowadzą do spadku właściwości tłumiących gumowej wkładki.

Popularną metodą pasywnego tłumienia drgań jest zastosowanie tłumików wiskotycznych [18, 41], pokazanych na rysunku 3.2. Działają one na zasadzie tarcia płynnego w oleju silikonowym o stałej, z góry określonej lepkości. W szczelnej obudowie umiejscowiony jest pierścień bezwładnościowy, a szczelina między nimi jest wypełniona olejem silikonowym. Pierścień bezwładnościowy tłumika jest pobudzany do drgań o tej samej częstotliwości co cały

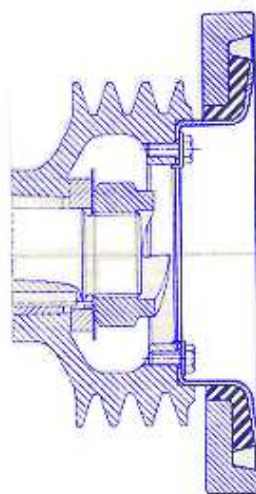


**Rysunek 3.2:** Schemat tłumika wiskotycznego.

układ, lecz różniących się amplitudą oraz kątem fazowym. Tarcie płynne w oleju silikonowym działa tłumiąco na ruch pierścienia bezwładnościowego, zamieniając energię układu drgającego na ciepło. Skuteczność tłumienia drgań przy zastosowaniu tłumików wiskotycznych zależy od wartości lepkości oleju oraz od momentu bezwładności pierścienia.

Odrębną klasę stanowią tłumiki kombinowane, przedstawione na rysunku 3.3. Łączą one cechy tłumików rezonansowych oraz tarciovych. Poprzez właściwy dobór parametrów konstrukcyjnych tłumika możliwe jest uzyskanie stosunkowo dobrego tłumienia drgań w dość szerokim zakresie prędkości obrotowych, przy małych stratach energii.





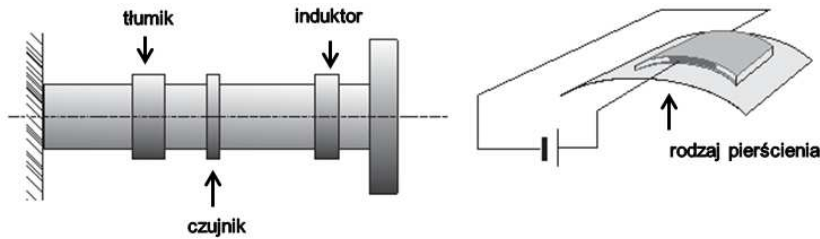
Rysunek 3.3: Schemat tłumika kombinowanego.

### 3.2 Metody aktywnego i półaktywnego tłumienia drgań skrętnych

W celu zwiększenia skuteczności obniżenia poziomu drgań skrętnych w układach napędowych zaczęto stosować mechatroniczne metody aktywnego oraz półaktywnego sterowania drganiami mechanicznymi.

Istotą aktywnego sterowania poziomem drgań jest wytwarzanie dodatkowej siły lub momentów oporowych przeciwdziałających przeciążeniom dynamicznym. Półaktywne tłumiki drgań zastosowano po raz pierwszy do minimalizacji poziomu drgań zawieszenia samochodów w 1974 r. [30]. Do regulacji poziomu oscylacji wykorzystano tłumik elektrohydrauliczny. Urządzenia półaktywne, w przeciwieństwie do tłumików aktywnych, nie generują żadnych sił i momentów sił zewnętrznych w rozpatrywanym układzie. Ich zadaniem jest wytwarzanie zależnej od sygnału sterowania biernej siły tłumienia, która przeciwdziała przemieszczaniu się układu. Istotną zaletą tego rodzaju rozwiązania jest możliwość adaptacyjnego sterowania siłą lub momentem siły tłumienia.

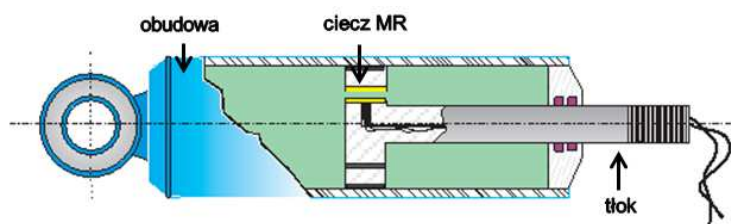
Problemy aktywnego sterowania badane są od wielu lat, między innymi w dynamice konstrukcji, gdzie typowym obiektem rozważań są poprzeczne układy belkowe podparte w ostojach. Takimi ostożkami są podpory, podpory łożyskowe, aktywne łożyska magnetyczne (AMB) oraz aktywnie sterowane tłumiki, jak w pracy [47]. Innym przykładem zastosowania tego rodzaju eliminatorów drań jest aktywne sterowanie wielkością szczeliny smarnej w łożyskach ślizgowych, gdzie jej szerokość jest miarą skuteczności tłumienia, jak w pracy [48]. Tego rodzaju rozwiązania działają skutecznie w małych



**Rysunek 3.4:** Ideowy schemat tłumika piezoelektrycznego.

układach, czyli urządzeniach i maszynach o stosunkowo małej wartości przenoszonej mocy. Do tłumienia drgań giętnych wirujących wałów wykorzystywane są również półaktywnie sterowane łożyska z cieczą magnetoreologiczną, tak jak w pracach [70, 71]. Zaproponowana metoda tłumienia opiera się na kombinacji tłumika klasycznego z tłumikiem magnetoreologicznym, pełniącym rolę tłumika pomocniczego. Siła tłumienia podpartego wału wytwarzana jest na bieżąco i jej wartość wzrasta gdy jest to konieczne. Do tłumienia drgań układów w ostojach są również wykorzystywane aktywne łożyska magnetyczne, tak jak w pracach [19, 35]. Sterowanie drganiami skrętnymi sprawia trudności związane z przykładaniem sił i momentów siły sterujących bez ingerencji w podstawowy ruch roboczy układu mechanicznego. W tym celu stosowane są tłumiki piezoelektryczne [36, 49]. Wytwarzają one jednak stosunkowo małe wartości momentów sterujących. Na wirujący wał zostaje naciągnięta opaska z naklejonymi piezoelektrycznymi elementami warstwowymi - czujnikiem, siłownikiem i induktorem, co przedstawia rysunek 3.4. Na skutek działania przyłożonego zewnętrznego pola elektrycznego doznaje ona odkształceń postaciowych, czyli oddziałuje momentem siły wytwarzanym przez tłumik piezoelektryczny na moment skręcający wału. Aktywne sterowanie uzyskano dzięki zastosowaniu zamkniętej pętli sprzężenia zwrotnego z proporcjonalnym i różniczkowym układem regulacji. Gdy zostanie zastosowana odpowiednio duża liczba tłumików piezoelektrycznych, możliwa jest również kontrola wyższych postaci drgań. Wadą takiego rozwiązania są zaburzenia dynamiki mechanicznego układu podstawowego, które wprowadzane są przez niedoskonałe połączenia klejone piezoelektryków z wirującym wałem.

Półaktywne tłumiki drgań są obiektem zainteresowania wielu badaczy ze względu na swoje właściwości: w porównaniu do tłumików aktywnych są bardzo stabilne, zakres ich działania jest znacznie szerszy niż rozwiązań pasywnych oraz są mniej energochłonne niż rozwiązania aktywne. Do ograniczenia drgań i wahań prędkości w warunkach szybkich zmian obciążenia w urządzeniach dużych mocy stosowane są liniowe tłumiki z cieczą magnetoreologiczną, pokazane na rysunku 3.6 [59]. Określane są jako liniowe, z uwagi na kształt toru po jakim porusza się tłok tłumika względem

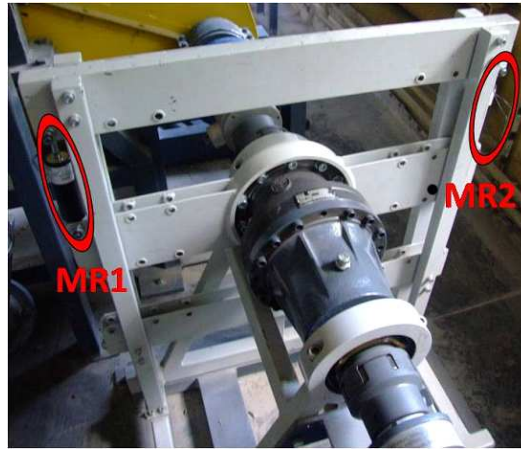


**Rysunek 3.5:** Schemat budowy tłumika liniowego z cieczą magnetoreologiczną.

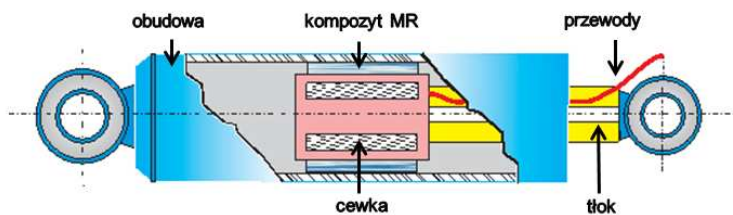
tłoczyska. Kształtem przypominają tradycyjne amortyzatory hydrauliczne. Tłok tłumika, przedstawionego na rysunku 3.5 wykonuje ruch względem jego obudowy. To przyczynia się do przepływu cieczy magnetoreologicznej w szczelinie tłoka. W konsekwencji rozpraszana jest energia, a więc zachodzi proces tłumienia ruchu. Poprzez zmianę natężenia prądu w szczelinie i jej otoczeniu zmieniają się właściwości dysypacyjne cieczy magnetoreologicznej. Łagodzenie amplitudy drgań skrętnych następuje bez zauważalnej ingerencji w podstawowy ruch roboczy układu napędowego. Do półaktywnego tłumienia drgań skrętnych wykorzystuje się również przedstawione na rysunku 3.6 liniowe tłumiki z cieczą magnetoreologiczną, współpracujące z lepko-sprężysto zawieszoną obudową obrotowej przekładni planetarnej, szerzej opisane w pracach [61, 62]. Tłumiki o podobnej zasadzie działania zostały również opisane w monografii [43] oraz pracach [10, 54]. Są one stosowane przeważnie w układach przenoszących duże moce. Wymagają również wprowadzenia do rozpatrywanego układu mechanicznego przekładni, tak jak w pracach [61, 62].

Obecnie w celu obniżenia kosztów, zamiast tłumików liniowych z cieczą magnetoreologiczną stosuje się również tłumiki liniowe z kompozytem magnetoreologicznym, pokazane na rysunku 3.7. Działają one podobnie jak liniowe tłumiki z cieczą magnetoreologiczną.

Adaptacyjność, niewielki pobór mocy sterowalnych tłumików z cieczą magnetoreologiczną [24] oraz fakt, iż mogą one być stosowane wszędzie tam, gdzie pojawiają się drgania, coraz częściej skłaniają do zastosowania ich do ograniczania poziomu drgań w układach mechanicznych. Aktualnie głównym obszarem zastosowań i komercjalizacji tego rodzaju urządzeń jest przemysł samochodowy. Spowodowało to rozprzestrzenienie tej technologii w połączeniu z obniżeniem kosztów jej wytwarzania. Bardzo wiele firm, np. Lord Corporation, aktywnie przyczyniło się do rozwoju tej technologii. Jednym z największych komercyjnych sukcesów tej firmy było zastąpienie tłumików hydraulicznych tłumikami magnetoreologicznymi, do amortyzacji siedzeń w samochodach ciężarowych. Z czasem znalazły one również zastosowanie w samochodach osobowych, np. Audi, Acura, Ferrari czy Cadillac oraz pojazdach wojskowych. Tłumiki z cieczą magnetoreologiczną są z po-



**Rysunek 3.6:** Stanowisko pomiarowe wykorzystujące liniowe tłumiki z cieczą magneto-reologiczną, współpracujące z przekładnią planetarną, zaprezentowane w pracach [42, 61, 62].



**Rysunek 3.7:** Schemat zasady działania tłumika liniowego z kompozytem magneto-reologicznym.

wodzeniem stosowane również do tłumienia drgań sejsmicznych [12, 13], tłumienia drgań wywołanych podmuchami wiatru, np. mostu Dong Ting Lake w Chinach przedstawionego na rysunku 3.8 [33], tłumienia drgań w silnikach skokowych [69] oraz w medycynie do budowy protez kończyn dolnych i górnych [6, 7].

W proponowanym w rozprawie obrotowym tłumiku z cieczą magneto-reologiczną, opisanym w pracach [50, 51, 60], istnieje pewna analogia do wspomnianego w rozdziale 3 tłumika wiskotycznego. Jednak tutaj proponowane rozwiązanie jest bogatsze o możliwość sterowania własnościami tłumiącymi dzięki cieczy magneto-reologicznej. Przyczynia się to do jego skutecznego działania w szerokim zakresie amplitud przemieszczeń. Proponowane rozwiązanie jest przeznaczone do układów małych mocy. Istotną zaletą jest to, że nie wymaga ono zastosowania przekładni, jak ma to miejsce w rozwiązaniach wykorzystujących liniowe tłumiki drgań.



**Rysunek 3.8:** Most Dong Ting Lake w Chinach wykorzystujący liniowe tłumiki z cieczą magnetoreologiczną do minimalizacji wpływu wiatru na jego przemieszczenia (materiały firmy LORD Corporation).

W niniejszym rozdziale opisano stosowane dotychczas metody pasywnego, półaktywnego i aktywnego tłumienia drgań, omówiono ich zalety i wady. Zaproponowano również skuteczną w szerokim zakresie amplitud przemieszczeń kątowych metodę obniżania amplitudy drgań skrętnych w układach mechanicznych przy wykorzystaniu obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną.

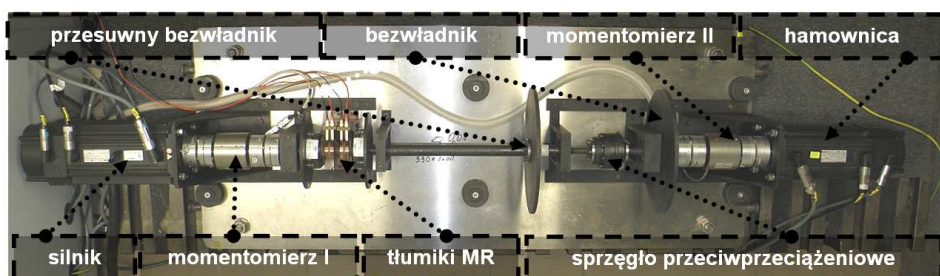


# 4

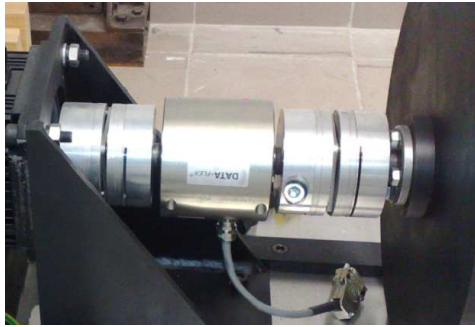
## Laboratoryjny układ napędowy

Celem powstania stanowiska pomiarowego pokazanego na rysunku 4.1 była doświadczalna minimalizacja lub całkowita eliminacja ruchów pasożytniczych w postaci szkodliwych drgań skrętnych powstałych przy przenoszeniu napędu z silnika do odbiornika.

Stanowisko zostało zaprojektowane i zbudowane jako układ imitujący działanie maszyny roboczej napędzanej silnikiem elektrycznym. Układ napędowy ma postać wieloodcinkowych, podpartych łożyskami tocznymi wałów stopniowanych połączonych wzajemnie przeciwpociągającym sprzęgłem elektromagnetycznym, dwoma momentomierzami oraz dwoma elementami aktywnymi – tłumikami z cieczą magnetoreologiczną o sterowalnych właściwościach dyssypacyjnych. Momentomierze zapewniają możliwość dokonywania pomiarów chwilowych wartości prędkości kątowych oraz momentów skręcających wirujący wał. W odpowiednich przekrojach poprzecznych odcinka wału stopniowanego między tłumikami z cieczą magnetoreologiczną a sprzęgłem przeciwpociągającym zamocowano w sposób przesuwny dwie tarcze pełniące rolę bezwładników. Przy ich pomocy można dostrajać oma-



Rysunek 4.1: Stanowisko pomiarowe.



**Rysunek 4.2:** Momentomierz DATAFLEX 22/50 zapewniający bezstykowy pomiar momentu obrotowego oraz prędkości kątowej.

wiany układ mechaniczny do określonych wartości skrętnych częstości drgań własnych. Na obydwu końcach powstałego w ten sposób łańcucha skrętnego zamontowano sterowane silniki asynchroniczne o zbliżonych lub takich samych parametrach elektromechanicznych. Jeden z tych silników może służyć jako źródło napędu, a drugi jako jego odbiornik, wytwarzający składową zmienną momentu oporowego. Konstrukcja stanowiska doświadczalnego umożliwia wzajemną zamiennność obydwu silników asynchronicznych, tak aby móc badać skuteczność i działanie tłumików z cieczą magnetoreologiczną w położeniach zarówno w pobliżu silnika napędowego jak i w pobliżu odbiornika napędu. Gęste podparcie całego układu napędowego łożyskami ma zminimalizować wpływ drgań giętnych, wywołanych resztkowymi niewyważeniami i zmniejszyć tym samym ewentualne efekty sprzężeń tego typu drgań z drganiami skrętnymi oraz zmniejszyć związane z tym możliwości błędów pomiarowych.

Integralną częścią stanowiska jest również system pomiarowo-sterujący. Stanowisko pomiarowe jest umiejscowione na fundamencie w postaci frezowanej i szlifowanej żeliwnej płyty laboratoryjnej. W celu zapewnienia bezpieczeństwa jego operatorów całość osłonięta jest perforowaną blachą.

System pomiarowo-sterujący stanowią dwa wzmacniacze napięciowe kontrolowane przez komputer czasu rzeczywistego za pośrednictwem karty NI-6251 oraz układu konwertującego. Algorytm czasu rzeczywistego realizowany przez jednostkę czasu rzeczywistego, dokonując pomiaru momentów skręcających przenoszonych przez kolejne odcinki wału (na wyjściu z silnika i na wejściu do hamownicy), pozwala dobrać odpowiedni sygnał sterujący elementami aktywnymi. Ogranicza to amplitudy drgań skrętnych wirującego wału. Układ pomiarowo-sterujący zapewnia również możliwość kontroli i monitorowania wyników pomiarów na bieżąco przez jednostkę komunikacyjno-sterującą przy użyciu protokołu TCP/IP.

W skład omawianego łańcucha skrętnego wchodzi wspomniane powyżej dwa momentomierze DATAFLEX 22/50, przedstawione na rysunku 4.2.





**Rysunek 4.3:** Dwuszczelinowa tarcza miernika momentu obrotowego DATA-FLEX 22/50.

Znajdują się odpowiednio na wejściu do układu (pomiędzy silnikiem napędowym a wałem wejściowym) i na wyjściu układu (pomiędzy wałem wyjściowym a hamownicą). Umożliwiają one stosunkowo dokładny pomiar chwilowych wartości momentów skręcających przenoszonych przez wał oraz fluktuacji prędkości kątowej wału, wywołanej pasożytniczym ruchem drganiowym nałożonym na podstawowy ruch roboczy układu napędowego.

Zadaniem tłumika z cieczą magnetoreologiczną jest łagodzenie lub całkowita eliminacja amplitudy drgań skrętnych. Następuje to poprzez minimalizowanie różnic prędkości obrotowej między drgającym wałem a wirującym swobodnie pierścieniem bezwładnikowym. Wartość momentu przeciwdziałającego przeciążeniom dynamicznym, który wytwarza film z cieczy magnetoreologicznej, zależy od chwilowej jej lepkości oraz od różnicy prędkości kątowej między pierścieniem a drgającym skrętnie wałem. Sterowanie lepkością cieczy wywołane jest zmianą parametrów pola elektrycznego przyłożonego do filmu z cieczy magnetoreologicznej za pomocą odpowiednich cewek.

Możliwe jest również dostrajanie układu pomiarowego do jego zadanej podstawowej częstotliwości skrętnych drgań własnych. Uzyskuje się to dobierając masowe biegunowe momenty bezwładności przesuwne bezwładnika oraz zmieniając jego położenie osiowe.

## 4.1 Budowa i zasada działania obrotowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną

Uzyskana dzięki zastosowaniu nowoczesnej technologii adaptacyjność układu mechanicznego pozwala na dostosowanie aktualnych parametrów pracy układu do bieżących warunków obciążenia w sposób nadążny. Zaproponowana metoda pozwala również na prawie całkowite eliminowanie wszelkich nadwyżek dynamicznych w przejściowych i ustalonych warunkach działania obiektu. Są one spowodowane drganiami skrętnymi wzbudzonymi elektromagnetycz-

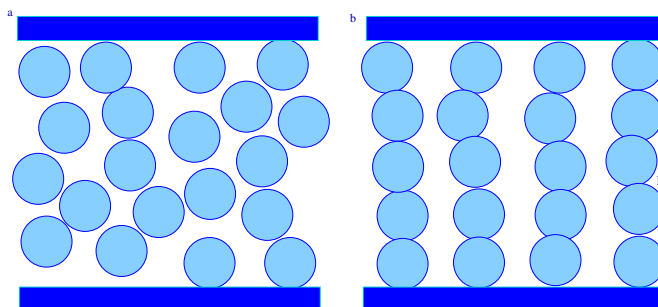
nym momentem napędowym silnika. Możliwa jest również kontrola poziomu drgań przejściowych, wzbudzanych efektami uderowymi wytwarzanymi przez maszynę napędzaną.

Ciecze magnetoreologiczne są znane i wykorzystywane od wielu lat. Ich odkrycie i zastosowanie po raz pierwszy przypisywane jest Jacobowi Rabinowi [22, 52]. Płyny te stanowią koloidalną zawiesinę w cieczy nośnej magnetycznie polaryzowanych cząsteczek ferromagnetycznych [43]<sup>1</sup>. Ciecz nośna to składnik z natury niemagnetyczny – olej silikonowy, mineralny lub syntetyczny, nafta, ropa naftowa, glikol, woda, perfluorowany polieter, poli(fenyloeter) lub wielokrotnie alkilowany cyklopentan. Ciecz nośna zapobiega grawitacyjnemu osadzeniu się cząsteczek ferromagnetycznych oraz wspomaga ich prawidłowe zawieszanie. Rodzaj zastosowanej cieczy nośnej zależy od przeznaczenia cieczy magnetoreologicznej. Pozostałe komponenty, np. cząsteczki ferromagnetyczne, to składniki o właściwościach magnetycznych. Cząsteczki ferromagnetyczne najczęściej są wykonane z żelaza karboonylowanego o zawartości żelaza ponad 98%. Unikalne właściwości cieczy magnetoreologicznych sprawiają, że są one zaliczane do cieczy nienewtoniowskich, czyli charakteryzujących się nieliniową zależnością naprężenia stycznego od prędkości ścinania. Ciecze tego rodzaju mają również określoną wartość granicy płynięcia. Przy braku oddziaływania na ciecz magnetoreologiczną zewnętrznego pola magnetycznego cząsteczki ferromagnetyczne są ustawione bezładnie i przypadkowo w cieczy nośnej. Ich momenty magnetyczne są również zorientowane przypadkowo, a ich wektor wypadkowy jest równy zeru. W chwili zadziałania na ciecz pola magnetycznego tworzą one łańcuchy ukierunkowane wzdłuż linii tego pola, co przedstawia rysunek 4.4 [1]. Aby mogło nastąpić rozerwanie takiego łańcucha, niezbędne jest przyłożenie dodatkowej siły. Zmiana lepkości cieczy wywołana przyłożeniem zewnętrznego pola magnetycznego powoduje zmianę jej charakterystyki. Istotnymi zaletami cieczy magnetoreologicznych są szybka reakcja na działające impulsy prądowe (około kilku milisekund), niewielki pobór mocy sterowania oraz szybkie osiągnięcie maksymalnej wartości naprężenia stycznego [1].

Zaproponowany w rozprawie obrotowy tłumik z cieczą magnetoreologiczną pokazany na rysunkach 4.5 i 4.6 zapewnia możliwość minimalizacji amplitudy skrętnych drgań bez ingerencji w podstawowy ruch roboczy układu napędowego. W omawianym przypadku istnieje pewna analogia do wspomnianego w rozdziale 3 tłumika wiskotycznego. Jednak proponowane rozwiązanie daje możliwość sterowania własnościami tłumiącymi dzięki cieczy magnetoreologicznej, a to przyczynia się do jego skutecznej minimalizacji amplitudy drgań w znacznie szerszym zakresie parametrów działania obiektu, w którym jest stosowany. Pierścień bezwładnościowy tłumika

---

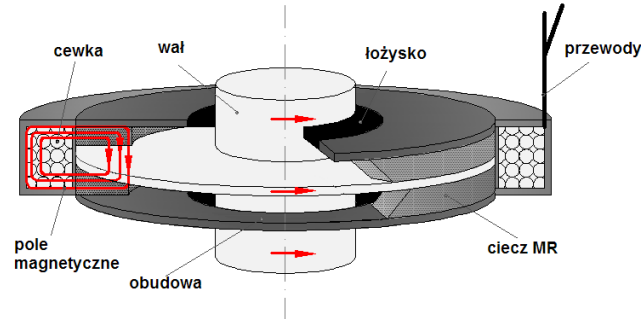
<sup>1</sup>Rozprawa doktorska: D. Lewandowski, Właściwości tłumiące kompozytów magnetoreologicznych. Badania, modele, identyfikacja, Politechnika Wrocławska, Wrocław 2005.



**Rysunek 4.4:** Schemat cieczy magnetoreologicznej: a) przy braku pola magnetycznego, b) po przyłożeniu zewnętrznego pola magnetycznego o indukcji  $H$ .

jest sprzężony z wirującym wałem więzem lepkiem za pomocą filmu z cieczy magnetoreologicznej o sterowalnych właściwościach dyssypacyjnych. Za pomocą specjalnych ślizgaczy doprowadzane jest do układu napięcie sterujące. Dzięki układowi cewek zewnętrzne pole magnetyczne oddziałuje na ciecz wewnątrz tłumika. Wskutek tego zmieniają się charakterystyki cieczy magnetoreologicznej w taki sposób, aby zapewnić optymalną wartość chwilowego momentu przeciwdziałającego przeciążeniom dynamicznym w układzie mechanicznym. Zaproponowany w rozprawie tłumik powstał na bazie komercyjnego hamulca RD 2087-01 amerykańskiej firmy Lord, służącego do pozycjonowania napędów precyzyjnych. Zamiast zamocowania obudowy hamulca do nieruchomej ostoi umożliwiono jej swobodny ruch obrotowy. Jednocześnie przymocowano do niej pierścień zewnętrzny, pełniący rolę bezwładnika. Element ten wykonuje ruch uśredniony, który jest teoretycznie bezdrganiowy, charakteryzujący się stosunkowo niewielkimi fluktuacjami prędkości kątowej. Między nim a drgającym skrętnie wałem powstaje różnica prędkości kątowych, a film cieczy magnetoreologicznej działając na ścinanie wytwarza moment tłumiący przeciwdziałający drganiom. Zasadniczą rolę podczas modelowania obrotowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną odgrywa przyjęcie odpowiedniego modelu samej cieczy. Najczęściej stosowanym i spotykanym w literaturze modelem cieczy magnetoreologicznej jest najprostszy z nich, model Bingham<sup>2</sup>. Podstawowy model ciała Bingham opisuje właściwości materiału sprężysto-lepkoplastycznego. Charakterystykę takiego ciała można podzielić na dwa wyraźne obszary rozdzielone granicą plastyczności  $\tau_0$ , po przekroczeniu której w materiale zaczynają występować odkształcenia plastyczne oraz efekty cieplne. Ciecze Bingham

<sup>2</sup>Rozprawa doktorska: G. M. Mikułowski, Adaptive impact absorbers based on magnetorheological fluid, IPPT PAN, Warszawa 2008.



**Rysunek 4.5:** Schemat działania obrotowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną.



**Rysunek 4.6:** Obrotowy tłumik z cieczą magnetoreologiczną.

opisują związki:

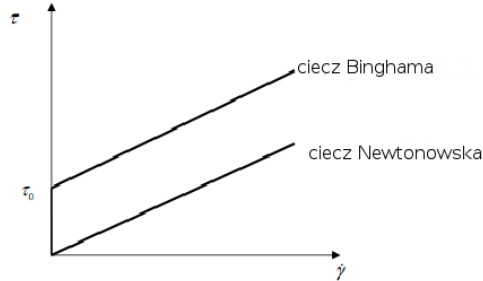
$$\begin{aligned} \tau &= G\gamma \quad \text{przy} \quad \tau < \tau_0, \\ \tau &= \eta\dot{\gamma} \quad \text{przy} \quad \tau \geq \tau_0, \end{aligned} \quad (4.1)$$

gdzie  $G$  oznacza moduł Kirchhoffa,  $\tau$  – naprężenie styczne odpowiadające granicy płynięcia materiału,  $\eta$  – lepkość dynamiczną płynu,  $\gamma$  – odkształcenie postaciowe przy ścinaniu płynu, a  $\dot{\gamma}$  – prędkość odkształcenia postaciowego przy ścinaniu płynu. W przypadku cieczy magnetoreologicznych  $\tau_0$  jest funkcją zależną od oddziałującego na nią zewnętrznego pola magnetycznego. Zależność naprężenia  $\tau$  od szybkości odkształcenia postaciowego  $\dot{\gamma}$  przedstawiono na rysunku 4.7.

W tym modelu lepkość cieczy magnetoreologicznej jest stała, w rzeczywistości jednak maleje wraz ze wzrostem szybkości ścinania. Efekt ten uwzględniony jest w modelu Herschela-Bulkleya [43]:

$$\tau = \left( \tau_0 + K |\dot{\gamma}|^{\frac{1}{m}} \right). \quad (4.2)$$

Przy  $m = 1$  model Herschel-Bulkleya przechodzi w prosty model Binghama. Różnice między tymi modelami są niewielkie. Tak jak w pracach [21, 26, 39,



**Rysunek 4.7:** Charakterystyka cieczy magnetoreologicznej opisaną modelem Bingham

40], własności dynamiczne cieczy magnetoreologicznej zostały przyjęte jako równoległe połączenie tłumika wiskotycznego i tłumika ciernego. Własności dynamiczne zastosowanego hamulca z cieczą magnetoreologiczną RD 2071-1 zostały zbadane w pracy dotyczącej badania zawieszenia samochodowego [21]. Hamulec z cieczą magnetoreologiczną był połączony za pomocą przegubu z wahaczem. Z wniosków płynących z pracy [21] wynika następujący opis momentu sterującego wytwarzanego przez obrotowy tłumik z cieczą magnetoreologiczną, zaprezentowany w pracy [51]:

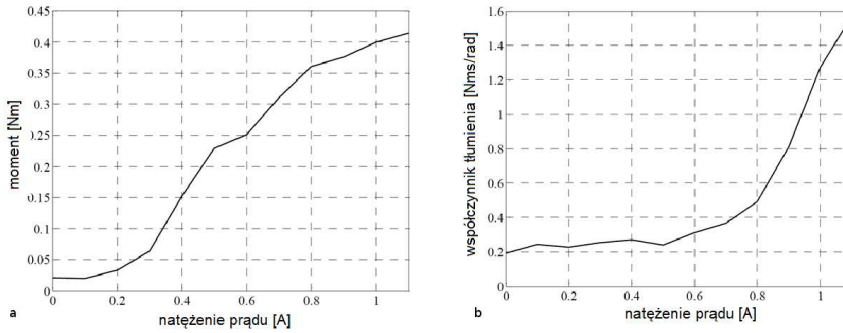
$$M_D(i(t)) = -M_D^F(i(t)\text{sgn}\Delta\Omega(t)) - d(i(t))\Delta\Omega(t), \quad (4.3)$$

gdzie  $M_D^F(i(t))$  oznacza moment tarcia statycznego generowany przez tłumik z cieczą magnetoreologiczną, uwzględniający efekty tarciove,  $d(i(t))$  – współczynnik tłumienia w cieczy magnetoreologicznej,  $\Delta\Omega(t)$  – różnicę prędkości kątowych pomiędzy wirującym wałem a pierścieniem bezwładnikowym tłumika, a  $i(t)$  oznacza prąd płynący w cewkach tłumika. W związku z powyższym, równanie ruchu pierścienia bezwładnikowego obrotowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną można przedstawić w następującej postaci:

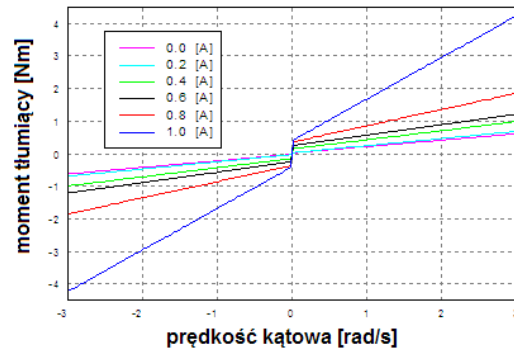
$$J \frac{\partial \Omega(t)}{\partial t} = M_D(i(t)), \quad (4.4)$$

gdzie  $J$  oznacza moment bezwładności pierścienia bezwładnikowego tłumika.

Doświadczalnie wyznaczoną w pracy [21] zależność między prądem płynącym w cewkach tłumika a wartością momentu tarcia statycznego tłumika przedstawiono na rysunku 4.8 a. Analogiczną zależność między prądem płynącym w cewkach tłumika a wartością współczynnika tłumienia pokazano na rysunku 4.8 b. Z zależności 4.8 wynika, że wraz ze wzrostem wartości natężenia prądu udział tarcia statycznego stopniowo się zwiększa. Posługując się zależnością opisującą moment tłumiący generowany przez hamulec RD 20871 daną równaniem (4.3) oraz wartościami liczbowymi momentów

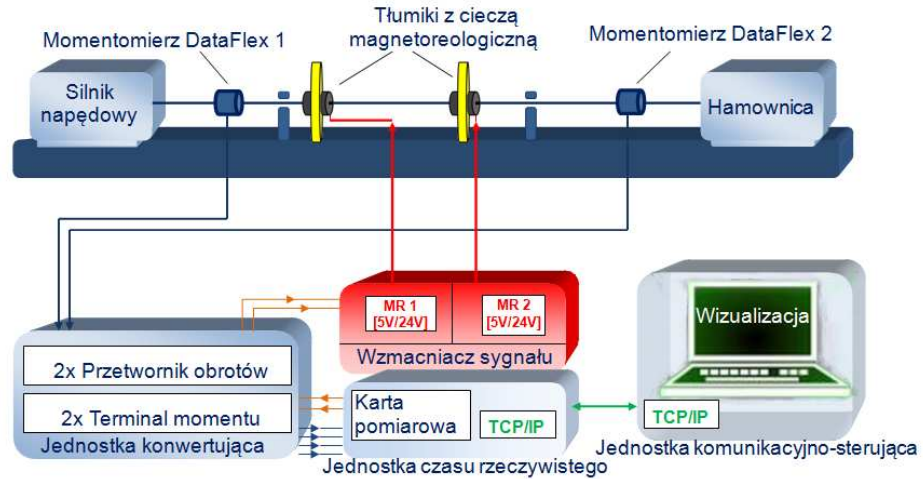


**Rysunek 4.8:** Eksperymentalnie określona w pracy [21] zależność między wartością natężenia prądu sterującego a: a – momentem tarcia statycznego tłumika magnetoreologicznego, b – lepkiem współczynnikiem tłumienia w cieczy magnetoreologicznej.



**Rysunek 4.9:** Zależność momentu tłumiącego wytwarzanego przez tłumik z cieczą magnetoreologiczną od różnicy prędkości ruchu względnego pomiędzy pierścieniem bezwładnikowym a drgającym skrętnie wałem, przy różnych wartościach natężenia prądu płynącego w uzwojeniach tłumika.

tarcia oraz współczynników tłumienia można otrzymać charakterystyki momentu tłumiącego wytwarzanego przez tłumik, zaprezentowane na rysunku 4.9. Zostały one wyrażone w funkcji różnicy prędkości kątowej między drgającym skrętnie wałem a pierścieniem bezwładnikowym tłumika. Przy skrajnych wartościach prędkości kątowych tłumik wytwarza maksymalny moment hamujący zadeklarowany przez producenta, wynoszący 4 Nm przy natężeniu prądu sterującego równym 1 A.

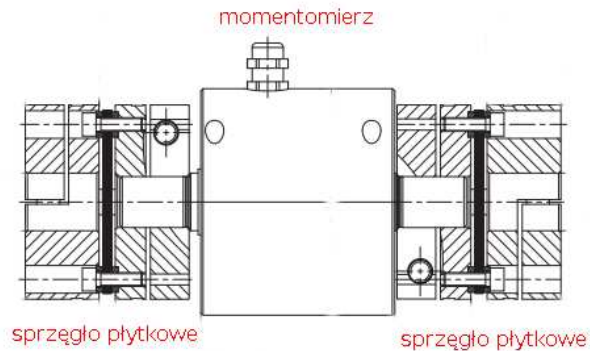


Rysunek 4.10: Schemat układu pomiarowego.

## 4.2 Układ pomiarowy

Zasada działania toru układu pomiarowego pokazanego na rysunku 4.10 polega na zastosowaniu jednostki czasu rzeczywistego RT jako układu monitorującego i sterującego. Jednostka RT, po odczytaniu sygnałów z momentomierzy rejestrujących moment obrotowy i prędkości kątowne, wytwarza sygnał sterujący cały układ. Sygnał ten jest przekazywany przy wykorzystaniu wzmacniaczy operacyjnych do elementów wykonawczych. Są nimi obrotowe tłumiki z cieczą magneto-reologiczną. Modyfikują one odpowiednio parametry dynamiczne wirującego wału napędowego, tak aby wyeliminować lub zminimalizować amplitudę jego niepożądanych drgań skrętnych.

Pomiary momentu obrotowego są dokonywane bezstykowo. Zastosowana optoelektroniczna metoda pozwala na pomiar skręcenia wirującego wału bez zastosowania przewodowych mierników naprężeń. Wiązka światła jest przepuszczana przez dwuszczelinowe tarcze momentomierza pokazane na rysunku 4.3. Stosunek przekazywanego światła jest proporcjonalny do wartości momentu obrotowego, ponieważ tarcze obracają się względem siebie. Aby pomiar był dokładny i nie doszło do uszkodzenia momentomierza, są one dodatkowo zamontowane na współosiowych sprzęgłach płytkowych, przedstawionych na rysunku 4.11. Jednostka konwertująca składa się z dwóch terminali do obsługi mierników momentu obrotowego oraz dwóch programowalnych przetworników prędkości obrotowej LUMEL typu P120, pokazanych na rysunku 4.12. Przetworniki prędkości obrotowej są przeznaczone do przetwarzania liczby impulsów, liczby obrotów oraz prędkości kątowej na standardowy sygnał stałoprądowy lub stałonapięciowy. Sygnał wyjściowy jest odizolowany galwanicznie od sygnałów wejściowych oraz sygnału zasilania



**Rysunek 4.11:** Schemat miernika momentu obrotowego DATAFLEX 22/50.



**Rysunek 4.12:** Przetwornik prędkości obrotowej LUMEL typu P120: a – przetwornik, b – schemat przetwornika.

w celu eliminacji zakłóceń.

Do zasilania obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną służą dwa jednokanałowe wzmacniacze mocy przedstawione na rysunku 4.13. Są one sterowane bezpośrednio z kart przetworników C/A. Przetworniki są wyposażone w wyjścia do przetworników A/C. Napięcie do nich przyłożone jest wprost proporcjonalne do prądu na wyjściu z tłumika oraz do prądu na wyjściu mocy do tłumika. Aby nie doszło do uszkodzenia któregoś z tłumików z cieczą magnetoreologiczną, każdy wzmacniacz ma zabezpieczenie ograniczające prąd wyjściowy do 2,2 A. Wzmacniacze napięciowe mają zmienny stopień wzmocnienia. Przy wzmocnieniu pięciokrotnym wzmacniacz zapewnia pasmo przenoszenia sygnału rzędu 300 kHz, a w przypadku wzmocnie-





**Rysunek 4.13:** Wzmacniacz mocy sterujący zasilaniem obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną.

nia dziesięciokrotnego pasmo przenoszenia zmniejsza się do wartości 150 Hz. W pomiarach zostało zastosowane pasmo przenoszenia sygnału rzędu 300 Hz, a więc pięciokrotne wzmocnienie sygnału. Dodatkowo z zasilacza otrzymujemy bezpośredni pomiar prądu, którego wartość zostaje wstawiona do jednostki konwertującej.

Komputer czasu rzeczywistego RT dokonuje rejestracji pomiaru prędkości kątowej oraz momentu obrotowego. Jednocześnie przeprowadza szybką analizę Fouriera FFT z przedziału rejestrowanego w ciągu 1 s oraz rejestruje wartości dwóch maksymalnych pików z FFT. Dzięki temu można stale obserwować wartości dominującego pików w analizie FFT w zależności od sterowania sygnałem wzmacniaczy napięciowych. Miało to zapewnić możliwość dobierania odpowiedniej wartości prądu sterowania obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną. W toku dalszych badań te wartości mają zostać stabelaryzowane.

W niniejszym rozdziale opisano budowę stanowiska laboratoryjnego, które powstało w celu doświadczalnej minimalizacji lub całkowitej eliminacji ruchów pasożytniczych w postaci szkodliwych drgań skrętnych powstałych przy przenoszeniu napędu z silnika do odbiornika. W pierwszym podrozdziale zostały omówione poszczególne elementy wchodzące w jego skład. Szczegółowo omówiono budowę i modele cieczy magnetoreologicznej. Opiszano zasadę działania oraz budowę zaproponowanych w rozprawie obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną. Przedstawiono również matematyczny opis momentu sterującego wytwarzanego przez tłumik. W podrozdziale drugim omówiono zasadę działania oraz poszczególne elementy wchodzące w skład toru pomiarowego.



# 5

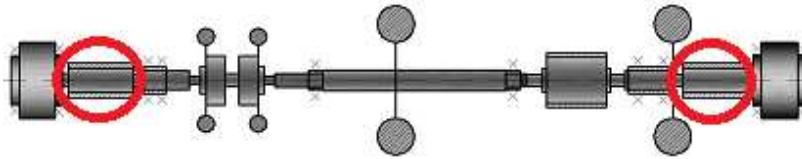
## Badania eksperymentalne

Wykonano szereg badań eksperymentalnych. Przeprowadzono strojenie przyjętych modeli teoretycznych laboratoryjnego układu napędowego, szerzej opisanych w rozdziale 6. Zadanie to polegało na doświadczalnej identyfikacji parametrów geometrycznych oraz fizycznych założonych modeli komputerowych. Celem identyfikacji był dobór takich parametrów, aby uzyskana została możliwie najlepsza zgodność podstawowych częstości i postaci skrętnych drgań własnych otrzymanych obliczeniowo z analogicznymi wyznaczonymi drogą eksperymentalną. Ponadto wykazano skuteczność proponowanego sposobu eliminacji lub minimalizacji amplitudy drgań.

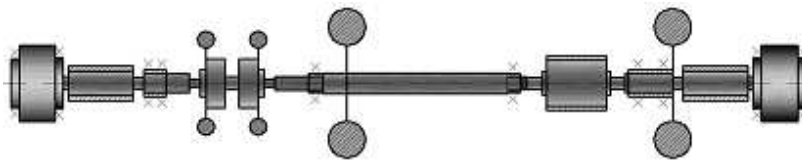
### 5.1 Wyniki badań eksperymentalnych

Skuteczność proponowanego w rozprawie półaktywnego sterowania drganiami skrętnymi laboratoryjnego układu napędowego zbadano w zakresie częstotliwości wymuszenia harmonicznego hamownicą asynchroniczną od 0 do 150 Hz, z krokiem o wartości 1 Hz. Momenty skręcające przenoszone przez poszczególne odcinki wirującego wału napędowego oraz odpowiadające im prędkości obrotowe były mierzone za pomocą momentomierzy DATAFLEX 22/50 osadzonych w przekrojach poprzecznych wału, odpowiadających wyjściu z silnika oraz wejściu do hamownicy, tak jak pokazano na rysunku 5.1 (kolor czerwony). Przeprowadzono identyfikację właściwości dynamicznych rozpatrywanego układu napędowego.

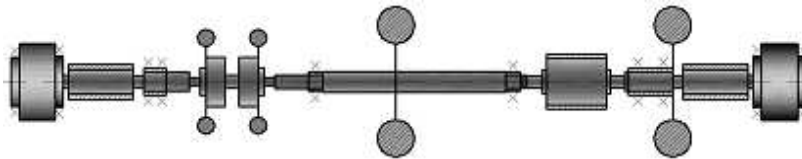
Zweryfikowano doświadczalnie sterowanie w pętli otwartej. Współczynniki tłumienia obrotowych tłumików były stałe oraz przedziałami odcinkowo stałe w czasie działania układu napędowego w warunkach ustalonych. Pomiarzy były dokonywane przy różnych konfiguracjach laboratoryjnego układu napędowego:



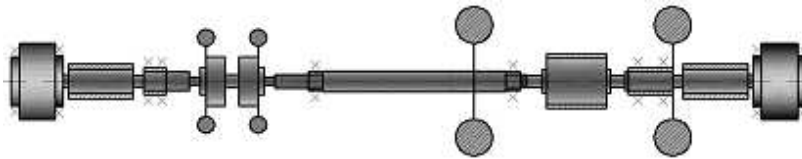
**Rysunek 5.1:** Schemat laboratoryjnego układu pomiarowego. Kolorem czerwonym oznaczono przekroje osadzenia momentomierzy, w których rejestrowane były przebiegi prędkości obrotowej oraz momentu skręcającego.



**Rysunek 5.2:** Schemat laboratoryjnego układu pomiarowego. Osiowo przesuwany bezwładnik w położeniu skrajnym, przy silniku.



**Rysunek 5.3:** Schemat laboratoryjnego układu pomiarowego. Osiowo przesuwany bezwładnik w położeniu środkowym.



**Rysunek 5.4:** Schemat laboratoryjnego układu pomiarowego. Osiowo przesuwany bezwładnik w położeniu skrajnym, przy hamownicy.

- w układzie mechanicznym z niezamontowanymi obrotowymi tłumikami z cieczą magnetorelogiczną,
- w układzie półaktywnym z jednym tłumikiem,
- oraz w układzie półaktywnym z dwoma tłumikami.

W konfiguracji laboratoryjnego układu pomiarowego z dwoma obrotowymi tłumikami badane były również różne tryby załączania tłumików:

z włączonym jednym z nich, odpowiednio z pierwszym lub drugim oraz z włączonymi obydwoma tłumikami. Dodatkowo każde zestawienie tłumików obrotowych w stanowisku było badane przy trzech położeniach przesuwnej osiowo bezwładnika:

- w skrajnym położeniu regulowanego bezwładnika przy silniku (bezwładnik maksymalnie przesunięty w stronę silnika napędzającego), rysunek 5.2,
- w środkowym położeniu tego bezwładnika na wirującym wale, rysunek 5.3,
- w skrajnym położeniu bezwładnika przy hamownicy (bezwładnik maksymalnie przesunięty w stronę hamownicy), rysunek 5.4.

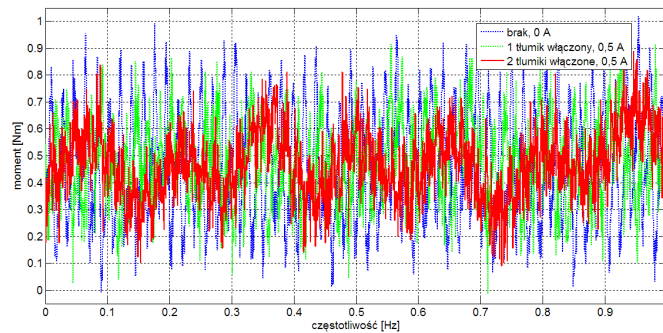
Ponadto wszystkie pomiary przy sterowaniu w pętli otwartej były dokonywane przy różnych wartościach natężeń prądu sterującego sygnałem wzmacniaczy napięciowych w zakresie 0–1,5 A. W rzeczywistości można poddawać wzmacniacze napięciowe sygnałom sterującym o natężeniu nieprzekraczającym 2 A. Poza tym pomiary w różnych konfiguracjach stanowiska były przeprowadzane przy różnych prędkościach obrotowych wirującego wału. Zadawano prędkość obrotową układu mechanicznego o stałej wartości i równocześnie wprowadzano zaburzenie momentu hamującego, wytworzonego przez hamownicę. Przebieg zaburzenia wytwarzanego przez hamownicę miał charakter okresowy, sinusoidalny, opisany zależnością:

$$M(t) = M_{const} + M_{ampl} \sin(2\pi ft), \quad (5.1)$$

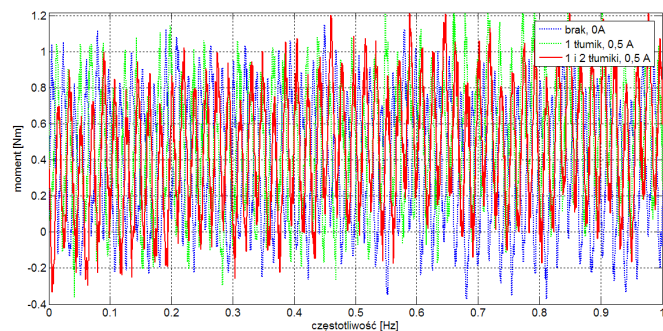
gdzie  $M(t)$  oznacza moment oporowy wytwarzany przez hamownicę tj. silnik asynchroniczny pełniący rolę odbiornika napędu,  $M_{const}$  – stały moment nominalny hamownicy, wynoszący 12 Nm,  $M_{ampl}$  – amplitudę fluktuacji mierzonego momentu wytwarzanego przez hamownicę, wynoszącą 1 Nm,  $f$  – częstotliwość zaburzenia wytwarzanego przez hamownicę, wynoszącą 0–150 Hz, a  $t$  – czas.

Na rysunku 5.5 przedstawiony został przebieg momentu skręcającego przy wyjściu silnika. Kolorem niebieskim oznaczono wynik uzyskany w przypadku układu pasywnego (obydwa tłumiki wyłączone), kolorem zielonym – wynik uzyskany w przypadku układu półaktywnego (jeden tłumik włączony, sterowany prądem o stałym natężeniu wynoszącym 0,5 A), a kolorem czerwonym wynik w przypadku innego układu półaktywnego (obydwa tłumiki włączone, sterowane prądem o stałym natężeniu wynoszącym 0,5 A). Zastosowanie chociażby jednego tłumika z cieczą magnetoreologiczną powoduje zmniejszenie amplitud momentu skręcającego zmierzonego w przekroju wału odpowiadającego wyjściu silnika o około 20%.

Na rysunku 5.6 przedstawiony został przebieg momentu skręcającego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału przy wejściu do hamownicy.



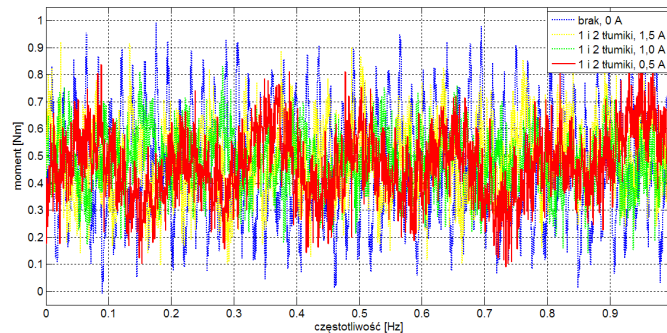
**Rysunek 5.5:** Przebieg momentu skręcającego przy wyjściu silnika. Kolorem niebieskim oznaczono wynik w przypadku układu pasywnego (obydwa tłumiki wyłączone), kolorem zielonym – wynik w przypadku układu półaktywnego (jeden tłumik włączony, sterowany prądem o stałym natężeniu), a kolorem czerwonym wynik w przypadku układu półaktywnego (obydwa tłumiki włączone, sterowane prądem o stałym natężeniu).



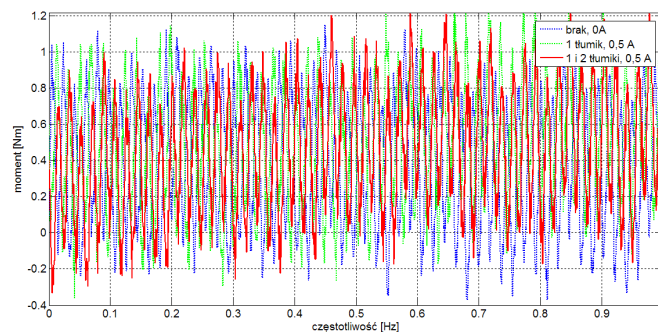
**Rysunek 5.6:** Przebieg momentu skręcającego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału przy wejściu do hamownicy. Kolorem niebieskim oznaczono wynik w przypadku układu pasywnego (obydwa tłumiki wyłączone), kolorem zielonym – wynik w przypadku układu półaktywnego (jeden tłumik włączony, sterowany prądem o stałym natężeniu), a kolorem czerwonym wynik w przypadku innego układu półaktywnego (obydwa tłumiki włączone, sterowane prądem o stałym natężeniu.)

Porównywano wyniki uzyskane w układzie pasywnym przy wyłączonych tłumikach i półaktywnym przy włączonym jednym i obu tłumikach. Natężenie prądu sterującego wzmacniaczami wynosiło 0,5 A. Zastosowanie jednego lub dwóch sterowanych obrotowych tłumików nie wpływa na amplitudę zmierzonego momentu. Jest ona taka sama jak w przypadku braku sterowania. Przebiegi prezentowane na rysunkach 5.5 oraz 5.6 zostały zarejestrowane przy częstotliwości wymuszenia wynoszącej 54 Hz.

Rysunek 5.7 obrazuje przebieg momentu skręcającego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału odpowiadającego wyjściu silnika. Kolorem niebie-



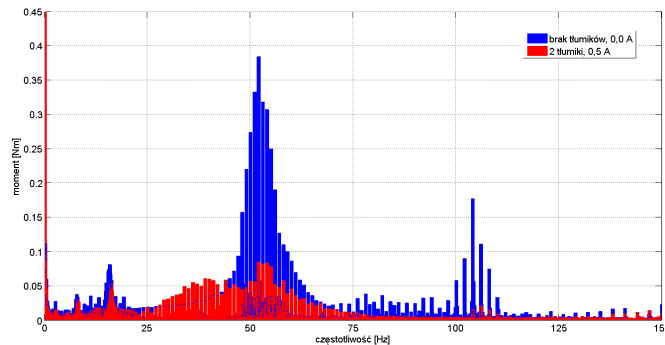
**Rysunek 5.7:** Przebieg momentu skręcającego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału odpowiadającego wyjściu silnika. Kolorem niebieskim oznaczono wynik w przypadku układu pasywnego z wyłączonymi obydwoma tłumikami, kolorem żółtym – wynik w przypadku układu półaktywnego z włączonymi dwoma tłumikami, sterowanymi prądem o stałym natężeniu 1,5 A, zielonym 1,0 A, a kolorem czerwonym 0,5 A.



**Rysunek 5.8:** Przebieg momentu skręcającego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału przy wejściu do hamownicy. Kolorem niebieskim oznaczono wynik w przypadku układu pasywnego (obydwa tłumiki wyłączone), kolorem żółtym – wynik w przypadku układu półaktywnego z włączonymi dwoma tłumikami, sterowanymi prądem o stałym natężeniu 1,5 A, kolorem zielonym – 1,0 A, a kolorem czerwonym – 0,5 A.

skim oznaczono wynik w przypadku układu pasywnego (obydwa tłumiki wyłączone). Wyniki uzyskane w przypadku układu półaktywnego z włączonymi dwoma tłumikami, sterowanymi prądem o stałym natężeniu 1,5 A oznaczono kolorem żółtym, zielonym – 1,0 A, a kolorem czerwonym – 0,5 A. Przebiegi były zarejestrowane przy częstotliwości wymuszenia wynoszącej 54 Hz. Najkorzystniejsze wyniki uzyskano przy natężeniu prądu sterującego wynoszącym 0,5 A.

Na rysunku 5.8 zaprezentowano przebieg momentu skręcającego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału przy hamownicy. Kolorem niebieskim



**Rysunek 5.9:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, wyznaczona w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika elektrycznego. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę uzyskaną w układzie pasywnym przy braku sterowania, a kolorem czerwonym charakterystykę układu półaktywnego przy prądzie sterowania wynoszącym 0,5 A.

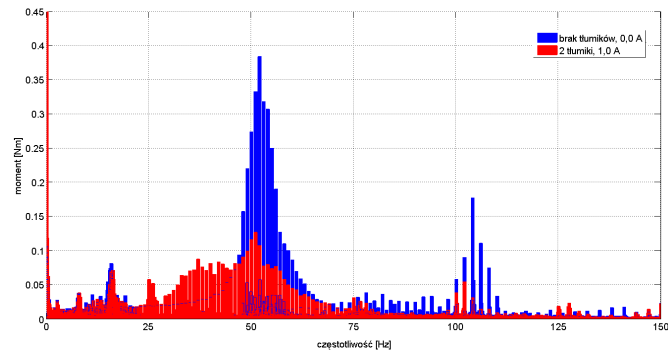
oznaczono wynik w przypadku układu pasywnego (obydwa tłumiki wyłączone), w przypadku układu półaktywnego z włączonymi dwoma tłumikami, sterowanymi prądem o stałym natężeniu (kolorem żółtym zaznaczono 1,5 A, zielonym – 1,0 A, a kolorem czerwonym 0,5 A). Przebiegi podobnie jak przebiegi zaprezentowane na rysunkach 5.5, 5.6, 5.8 były rejestrowane przy częstotliwości wymuszenia wynoszącej 54 Hz, przy środkowym położeniu regulowanego w sposób przesuwany bezwładnika. Zmieniające się wartości natężenia prądu sterującego pracą wzmacniaczy napięciowych nie wpływają na wielkość amplitud momentów skręcających zmierzonych w przekrojach poprzecznych wału tuż przed hamownicą.

Wprawdzie porównywanie pojedynczych pików analizy FFT nie daje pełnej informacji o właściwościach sygnału, zwłaszcza jeżeli analiza Fouriera opiera się na bardzo dużej liczbie punktów, w rozprawie zastosowano ją jako miarę orientacyjną.

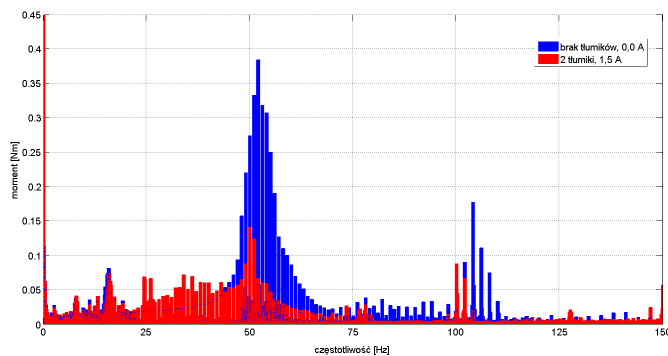
Na rysunkach 5.9, 5.10 oraz 5.11 przedstawiono charakterystyki amplitudowe odpowiedzi układu laboratoryjnego, wyznaczone w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika elektrycznego. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę wyznaczoną w przypadku układu pasywnego, a kolorem czerwonym charakterystykę w przypadku układu półaktywnego przy dwóch tłumikach włączonych oraz przy prądzie sterowania wzmacniaczy napięciowych wynoszącym odpowiednio 0,5 A (rysunek 5.9), 1,0 A (rysunek 5.10) oraz 1,5 A (rysunek 5.11).

Włączenie tłumików powoduje wzrost amplitudy momentu odpowiedzi dynamicznej układu w przedziale 30–49 Hz częstotliwości odpowiedzi układu około dwukrotnie, ale obniża o około 70% w przypadku zastosowania prądu o natężeniu 1,0 A oraz 1,5 A w przedziale 50–65 Hz częstotliwości odpowiedzi



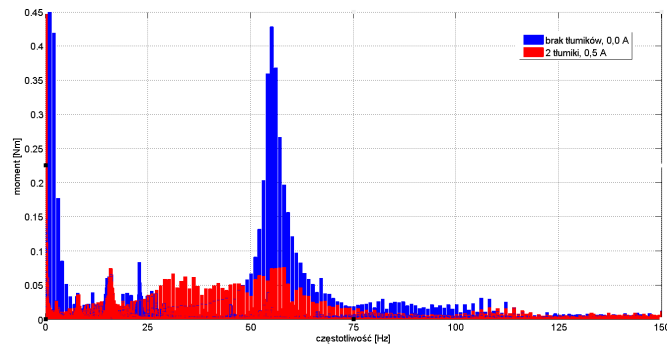


**Rysunek 5.10:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, wyznaczona w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika elektrycznego. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę uzyskaną w układzie pasywnym przy braku sterowania, a kolorem czerwonym charakterystykę układu półaktywnego przy prądzie sterowania wynoszącym 1,0 A.

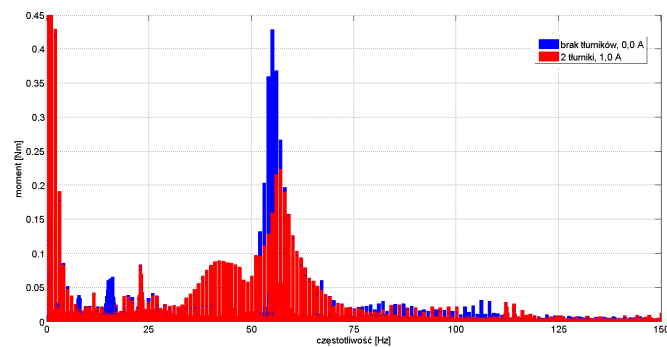


**Rysunek 5.11:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, wyznaczona w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika elektrycznego. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę uzyskaną w układzie pasywnym przy braku sterowania, a kolorem czerwonym charakterystykę układu półaktywnego przy prądzie sterowania wynoszącym 1,5 A.

układu. Najlepsze wyniki uzyskano przy natężeniu prądu sterującego o wartości 0,5 A – ponad 85% obniżenia amplitudy drgań. W zakresie 66–100 Hz częstotliwości odpowiedzi układu użycie dwóch tłumików spowodowało obniżenie amplitudy odpowiedzi układu około 75% przy prądzie sterowania wzmacniaczy równym 1,0 A i 1,5 A i o ponad 85% przy prądzie wynoszącym 0,5 A. Pomiary zostały wykonane przy położeniu środkowym regulowanego w sposób przesuwany bezwładnika, jak na rysunku 5.3. Najkorzystniej jest w tym przypadku stosować prąd o wartości natężenia sterującego wynoszącej



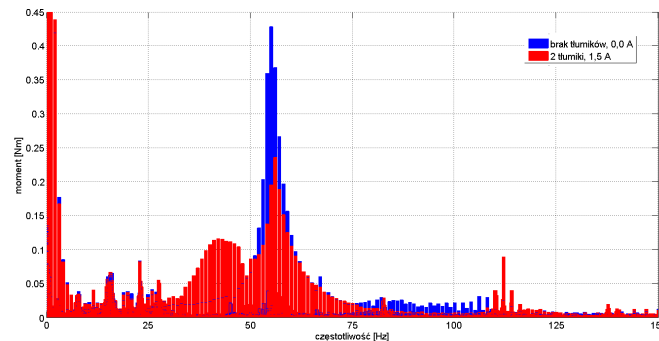
**Rysunek 5.12:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, wyznaczona w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika elektrycznego. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę uzyskaną w przypadku układu pasywnego przy braku sterowania, a kolorem czerwonym charakterystykę w przypadku układu półaktywnego przy prądzie sterowania wynoszącym 0,5 A.



**Rysunek 5.13:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, wyznaczona w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika elektrycznego. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę uzyskaną w przypadku układu pasywnego przy braku sterowania, a kolorem czerwonym charakterystykę układu półaktywnego przy prądzie sterowania wynoszącym 1,0 A.

0,5 A.

Wykresy zaprezentowane na rysunkach 5.12, 5.13 oraz 5.14 przedstawiają amplitudowe charakterystyki odpowiedzi układu laboratoryjnego wyznaczone w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika elektrycznego. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę uzyskaną w przypadku układu pasywnego, a kolorem czerwonym charakterystykę układu półaktywnego przy dwóch tłumikach włączonych oraz przy prądzie sterowania wzmac-



**Rysunek 5.14:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, wyznaczona w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika elektrycznego. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę uzyskaną w przypadku układu pasywnego przy braku sterowania, a kolorem czerwonym charakterystykę w przypadku układu półaktywnego przy prądzie sterowania wynoszącym 1,5 A.

niaczy napięciowych wynoszącym odpowiednio 0,5 A (rysunek 5.12), 1,0 A (rysunek 5.13) oraz 1,5 A (rysunek 5.14). Pomiary zostały wykonane przy położeniu skrajnym regulowanego w sposób przesuwany bezwładnika (bliżej hamownicy), jak przedstawiono na rysunku 5.4.

Niezależnie od wartości natężenia prądu sterującego pracą wzmacniaczy napięciowych obecność tłumików nie wpływa na zmianę poziomu drgań w zakresie 0–10 Hz częstotliwości wymuszenia. Włączenie tłumików powoduje wzrost amplitudy momentu odpowiedzi dynamicznej układu w przedziale 30–49 Hz częstotliwości odpowiedzi układu około dwu-, trzykrotnie, ale obniża o około 40% w przypadku zastosowania prądu o natężeniu 1,0 A oraz 1,5 A w przedziale 50–65 Hz częstotliwości odpowiedzi układu. Najlepsze wyniki uzyskano przy natężeniu prądu sterującego o wartości 0,5 A – ponad 85% obniżenia poziomu amplitudy drgań. W zakresie 66–100 Hz częstotliwości odpowiedzi układu użycie dwóch tłumików spowodowało obniżenie amplitudy odpowiedzi układu o około 65% przy prądzie sterowania wzmacniaczy równym 1,0 A i 1,5 A i o ponad 80% przy prądzie wynoszącym 0,5 A. Najkorzystniej jest w przypadku położenia środkowego regulowanego w sposób przesuwany bezwładnika stosować również prąd o wartości natężenia sterującego wynoszącej 0,5 A.

Zastosowanie tłumików z cieczą magnetoreologiczną powoduje nieznaczne obniżenie poziomu drgań skrętnych w przekroju wału przed hamownicą. Dodatkowo przyrost lub zmniejszenie wartości prądu sterującego ma nieznaczny wpływ na poziom drgań skrętnych na tym odcinku wirującego wału. Wynika to z faktu, iż są one umiejscowione w przekroju poprzecznym wału przy silniku napędzającym i dlatego ich wpływ na drgania mierzone na przeciw-

ległym końcu wirującego wału jest znacznie mniejszy.

W niniejszym rozdziale omówiono szczegółowo przebieg przeprowadzonych badań eksperymentalnych oraz zachodzące w nich zależności. Ponadto wykazano skuteczność zaproponowanego sposobu eliminacji lub minimalizacji amplitudy drgań przy wykorzystaniu obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną.

# 6

## Modele mechaniczne laboratoryjnego układu napędowego

Model fizyczny rzeczywistego stanowiska powinien z jednej strony możliwie wiernie odwzorowywać złożoną strukturę obiektu, a z drugiej strony być możliwie dogodny do przeprowadzania analiz. Przyjęte w rozprawie modele fizyczne pozwalają w uproszczonych przypadkach opisać zachowanie układu mechanicznego w zależności od warunków jego pracy. Modele numeryczne powstałe w konsekwencji przyjętych modeli fizycznych, opisanych równaniami matematycznymi okazały się bardzo skuteczne do praktycznych zastosowań obliczeniowych.

Analiza małych drgań skrętnych mniej lub bardziej złożonych układów mechanicznych od wielu lat jest przeprowadzana za pomocą modeli dyskretnych, których ruch jest opisywany układami liniowych lub nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych. Zaletą takiego podejścia jest stosunkowa łatwość ich rozwiązywania, możliwa dzięki dostępnemu oprogramowaniu komputerowemu w postaci programów takich jak Mathematica, Adams, Matlab czy Maple. Moce obliczeniowe komputerów umożliwią obecnie stosowanie metod dyskretyzacji do układów o złożonej budowie i bardzo skomplikowanych kształtach. Prowadzi to jednak do dużej liczby stopni swobody, przez co obliczenia mogą być czasochłonne [58]. Powszechnie stosowaną i cieszącą się największą wiarygodnością tego typu metodą modelowania jest metoda elementów skończonych (MES). Mimo wielu zalet, jako metoda przybliżona, ma również istotne wady. Ten fakt skłania do wzięcia pod uwagę również innego sposobu modelowania wirującego układu mechanicznego, a mianowicie modelowania dyskretno-ciągłego. Budowanie modeli przy wykorzystaniu tej metody jest podobne do postępowania z wykorzystaniem metody MES, różni się tylko modelem matematycznym. Modelowanie to polega na zastępowaniu wybranych fragmentów rozpatrywanej konstruk-

cji opisanych za pomocą elementów o parametrach rozłożonych, elementami o pomijalnie małych odkształceniach. Odpowiada to układowi brył sztywnych, połączonych zgodnie ze strukturą topologiczną rzeczywistego obiektu. Takie podejście zostało zaprezentowane w pracach [31, 46, 58, 67]. Jest ono wykorzystywane przeważnie do analizy dynamicznej konstrukcji mostowych, prowadnic robotów przemysłowych, układów napędowych maszyn i pojazdów, wirujących wałów podpartych na łożyskach oraz torów kolejowych. Najczęściej przyjmuje się jednowymiarowe modele takich obiektów w formie układów belek, prętów, strun oraz wałów. Ruch tych modeli jest opisany równaniami różniczkowymi cząstkowymi. Stosowane do nich zazwyczaj lokalne rozwiązania analityczne uzyskane metodą Fouriera prowadzą do dogodnych do numerycznego całkowania wzajemnie rozseparowanych liniowych lub nieliniowych układów równań różniczkowych zwyczajnych we współrzędnych modalnych.

Podczas przygotowywania rozprawy opracowano zaawansowane kody numeryczne w języku Matlab. Z uwagi na mało wydajne obliczeniowo kody wynikowe, w obliczeniach wykorzystano też język Fortran z pakietem bibliotek algebry liniowej Lapack.

## 6.1 Model dyskretno-ciągły (hybrydowy)

W modelu hybrydowym (dyskretno-ciągłym) pokazanym na rysunku 6.1 każdy cylindryczny odcinek wielostopniowego wału oraz tarcz sprzęgieł w stanowisku pomiarowym został zastąpiony cylindrycznym lepko-bezwładnościowo-sprężystym makroelementem ciągłym, odkształcalnym skrętnie. Obiekt rzeczywisty został sprowadzony zatem do wału o skokowo-zmiennym przekroju poprzecznym. Ruch przekroju poprzecznego takiego makroelementu jest opisany hiperbolicznym równaniem cząstkowym typu falowego:

$$G_i J_{Ei} \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial \Theta_i(x, t)}{\partial x^2} - \varrho_i (J_{Ei} + J_{Ii}) \frac{\partial \Theta_i(x, t)}{\partial t^2} = q_i(x, t), \quad (6.1)$$

gdzie  $\Theta_i(x, t)$  oznacza przemieszczenie kątowe przekroju poprzecznego wirującego wału, mierzone względem ruchu wału ze średnią prędkością  $\Omega$ ,  $J_{Ei}$  – masowy moment bezwładności przekroju poprzecznego wału, uwzględniany przy obciążeniach sprężystych,  $J_{Ii}$  – masowy moment bezwładności przekroju poprzecznego wału, uwzględniany przy obciążeniach bezwładnościowych,  $G_i$  – moduł Kirchhoffa, a  $\tau$  to czas retardacji modelu tłumienia materiałowego Voigta. Zewnętrzne momenty wymuszające zostały opisane dwuargumentową funkcją  $q_i(x, t)$ , gdzie  $x$  oznacza współrzędną przestrzenną przekroju poprzecznego  $i$ -tego makroelementu, a  $t$  czas. Wzajemne połączenie poszczególnych makroelementów zostało opisane odpowiednimi warunkami zszycia – równaniami warunków brzegowych. Równania te opisują geometryczną zgodność przemieszczeń granicznych kątowych przekrojów po-

przeczynnych, bezpośrednio ze sobą sąsiadujących przekrojów makroelementów:

$$\Theta_{i-1}(x, t) = \Theta_i(x, t) \quad \text{przy} \quad x = L_i = l_1 + l_2 + \dots + l_{i-1}. \quad (6.2)$$

Drugą grupę warunków brzegowych stanowią warunki dynamiczne, które zawierają liniowe równania momentów zewnętrznych np. momentów sterujących, momentów bezwładnościowych, momentów sił tłumienia zewnętrznego, momentów lepko-sprężystych przenoszonych przez sąsiadujące makroelementy występujące odpowiednio po lewej i po prawej stronie połączenia przekroju:

$$\begin{aligned} M_i(t) - I_{0i} \frac{\partial \Theta_i}{\partial t^2} - D_i \frac{d\Theta_i}{dt} - G_{i-1} J_{E,i-1} \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial \Theta_{i-1}}{\partial x} + \\ + G_i J_{Ei} \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial \Theta_i}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\text{przy } x = L_i = l_1 + l_2 + \dots + l_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots,$$

gdzie  $i$  jest numerem makroelementu,  $M_i(t)$  oznacza skupiony moment zewnętrzny, a  $I_{0i}$  masowy moment bezwładności bryły sztywnej umiejscowionej w rozpatrywanym przekroju poprzecznym zszycia.

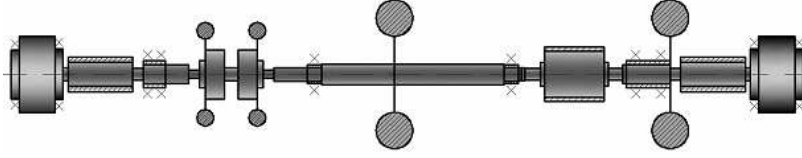
Aby przeprowadzić analizę skrzętnych drgań własnych modelu układu stanowiska pomiarowego, oddziaływanie momentów sił zewnętrznych oraz momentów sił tłumienia należy pominąć. Rozwiązanie równania ruchu 6.1 metodą rozdzielania zmiennych prowadzi do otrzymania następującego równania problemu własnego:

$$\mathbf{C}(\omega) \cdot \mathbf{D} = \mathbf{0}, \quad (6.4)$$

gdzie  $\mathbf{C}$  oznacza rzeczywistą macierz charakterystyczną, której wyrazy są funkcjami częstości drgań własnych badanego układu mechanicznego, a  $\mathbf{D}$  jest wektorem nieznanymi stałymi współczynników w analitycznych lokalnych funkcjach własnych każdego  $i$ -tego makroelementu [56, 57, 58, 63]. Wyznaczenie częstości drgań własnych sprowadza się do znalezienia takich wartości  $\omega$ , przy których wyznacznik charakterystyczny macierzy  $\mathbf{C}$  jest równy zeru. Wówczas skrzętne globalne funkcje własne są wyznaczane jako rozwiązanie równania (6.4).

Rozwiązanie problemu drgań wymuszonych otrzymuje się przy wykorzystaniu analityczno-obliczeniowej metody opisanej w pracach [57, 58]. Polega ona na zastosowaniu rozwiązania Fouriera w postaci nieskończonych szeregów rozwinięć względem ortogonalnych funkcji własnych otrzymanych za pomocą analizy drgań własnych nietłumionych drogą rozwiązania równania (6.4). Ostatecznie rozwiązanie problemu drgań wymuszonych uzyskuje się w postaci układu rozprzężonych równań różniczkowych zwyczajnych we współrzędnych modalnych  $\xi_m(t)$ :

$$\ddot{\xi}_m(t) + (\tau\omega_m^2)\dot{\xi}_m(t) + \omega_m^2(t)\xi_m(t) = \frac{1}{\gamma_m^2}Q_m(t) \quad \text{przy} \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (6.5)$$



**Rysunek 6.1:** Mechaniczny dyskretno-ciągły model stanowiska pomiarowego.

gdzie  $\omega_m$  oznacza kolejne częstości drgań modelu układu napędowego,  $Q_m(t)$  – modalne wymuszenie zewnętrzne, a  $\tau$  jest czasem retardacji modelu tłumienia materiałowego Voigta. Każde z równań danych wzorem (6.5) ma swoje rozwiązanie analityczne, ale może również zostać rozwiązane numerycznie za pomocą metody bezpośredniego całkowania.

Momenty sterujące generowane przez tłumiki z cieczą magnetoreologiczną opisane wzorem (4.3) można potraktować jako dodatkowe wymuszenie przyłożone w odpowiednich przekrojach poprzecznych modelu hybrydowego, określonych współrzędną przestrzenną  $x_k$ , gdzie  $k$  jest numerem makroelementu. Wówczas warunek brzegowy sformułowany w przekroju poprzecznym  $j$ -tego przekroju osadzenia i  $j$ -tego tłumika można przedstawić w następującej postaci:

$$\begin{aligned}
 & -G_j(T_j)J_{Ej} \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial \Theta_j(x, t)}{\partial x} + \\
 & + G_{j-1}(T_{j-1})J_{E,j-1} \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial \Theta_{j-1}(x, t)}{\partial x} + \\
 & + d_j(i(t)) \Delta \Omega_j(t) = -M_D^F(i(t)) \\
 & J_j \frac{\partial \Omega_j(t)}{\partial t} - d_j(i(t)) \Delta \Omega_j(t) = M_D^F(i(t)) \quad \text{przy} \quad x_k = \sum_{k=1}^{j-1} l_k,
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

gdzie chwilowa wartość różnicy prędkości kątowej pierścienia bezwładnika tłumika z cieczą magnetoreologiczną jest równa:

$$\Delta \Omega_j(t) = \Omega(t) + \frac{\partial \Theta_j(x, t)}{\partial t} - \Omega_j(t). \tag{6.7}$$

$J_j$  jest masowym momentem bezwładności pierścienia bezwładnikowego tłumika, a  $l_k$  – długościami poszczególnych makroelementów.

Przy zastosowaniu rozwiązania Fouriera w ortogonalnej bazie funkcji własnych wyznaczonych z równania (6.5) momenty sterujące  $M_j^D(t)$  zostały potraktowane jako wymuszenia zewnętrzne, będące funkcjami odpowiedzi dynamicznej. Po dokonaniu odpowiednich przekształceń otrzymuje się na-



stępujący układ równań różniczkowych zwyczajnych we współrzędnych modalnych:

$$\mathbf{M}_0 \ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{D}[d_j(i(t)), \dot{\mathbf{r}}(t)] \dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}_0 \mathbf{r}(t) = \mathbf{F}(t, \dot{\mathbf{r}}(t)) , \quad (6.8)$$

gdzie  $\mathbf{D}(\dot{\mathbf{r}}(t)) = \mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_c[d_j(i(t)), \dot{\mathbf{r}}(t)]$  przy  $j = 1, 2, \dots$

$\mathbf{r}(t)$  oznacza wektor współrzędnych modalnych przedstawiających zależną od wymuszenia zewnętrznego odpowiedź układu,  $\mathbf{M}_0$  jest diagonalną macierzą bezwładności,  $\mathbf{D}_c[d_j(i(t)), \dot{\mathbf{r}}(t)]$  – macierzą tłumienia, pełniącą rolę półaktywnej macierzy sterującej,  $\mathbf{K}_0$  oznacza diagonalną macierz sztywności, a  $\mathbf{F}(t, \dot{\mathbf{r}}(t))$  jest wektorem wymuszeń zewnętrznych częściowo zależny od odpowiedzi układu.

W przypadku zastosowania łożysk tocznych, oddziaływanie podpór łożyskowych przyjęto w postaci bezmasowych elementów sprężystych przyłożonych w odpowiednich przekrojach poprzecznych lepko-bezwładnościowo-sprężystych makroelementów ciągłych w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach, tj. w płaszczyźnie prostopadłej do osi wału oraz poziomej. Oddziaływanie przyjętych w ten sposób podpór łożyskowych opisano również za pomocą odpowiednich równań warunków brzegowych zaczerpniętych z prac [57, 58].

W celu zbadania udziału drgań giętnych, jakich może doznawać omawiany układ mechaniczny oraz ich ewentualnego sprzężenia z drganiami skrętnymi, w rozprawie przeprowadzono również analizę drgań giętnych przy wykorzystaniu obydwu ww. modeli mechanicznych, tj. hybrydowego modelu dyskretno-ciągłego oraz dyskretnego modelu MES. Przyjmując identyczną strukturę obu omawianych modeli, jak w przypadku omawiania drgań skrętnych, w analizie drgań giętnych uwzględniono również podpory łożyskowe zaznaczone symbolicznie krzyżykami na rysunkach 6.1 i 6.2. Lokalne równanie ruchu przekrojów poprzecznych makroelementu przyjęto jako równanie wirującej belki Rayleigh'a z uwzględnieniem bezwładności obrotowej przekrojów poprzecznych oraz efektów żyroskopowych:

$$EI_{Ei} \left(1 + e \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial^4 v_i(x, t)}{\partial x^4} - \rho \left( I_{Ii} \frac{\partial^4 v_i(x, t)}{\partial t^2 \partial x^2} - j \Omega I_{0Ii} \frac{\partial^3 v_i(x, t)}{\partial x^2 \partial t} \right) + \rho A_{Ii} \frac{\partial^2 v_i(x, t)}{\partial x^2} = p_i(x, t), \quad (6.9)$$

$$v_i(x, t) = u_i(x, t) + j w_i(x, t),$$

gdzie  $\Omega$  oznacza prędkość kątową wirowania wału,  $v_i(x, t)$  – przemieszczenia poprzeczne przekroju o współrzędnej przestrzennej  $x$ ,  $u_i$  – składowe przemieszczenia poprzecznego przekroju w płaszczyźnie pionowej,  $w_i$  – składowe przemieszczenia poprzecznego przekroju w płaszczyźnie poziomej,  $e$  – czas retardacji tłumienia materiałowego opisanego modelem Kelvina – Voigta

przy zginaniu [29],  $J_{Ei}$  – geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego wału, uwzględniany przy obciążeniach sprężystych,  $J_{Ii}$  – geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego wału, uwzględniany przy obciążeniach bezwładnościowych,  $\rho$  – gęstość materiału,  $A_{Ii}$  – pole powierzchni przekroju poprzecznego,  $p_i(x, t)$  – wymuszenie zewnętrzne, a  $E$  – moduł Younga.

Wzajemne połączenie poszczególnych makroelementów zostało opisane odpowiednimi warunkami zszycia w postaci warunków brzegowych. Równania te opisują geometryczną zgodność przemieszczeń translacyjnych i rotacyjnych bezpośrednio ze sobą sąsiadujących makroelementów i mają następującą postać:

$$\begin{aligned} v_{i-1}(x, t) &= v_i(x, t), \\ \frac{\partial v_{i-1}(x, t)}{\partial x} &= \frac{\partial v_i(x, t)}{\partial x}, \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$\text{przy } x = L_i = l_1 + l_2 + \dots + l_{i-1}.$$

Drugą grupę warunków brzegowych stanowią warunki dynamiczne opisujące warunki równowagi sił poprzecznych i momentów gnących:

$$\begin{aligned} EI_{Ei} \frac{\partial^3 v_i(x, t)}{\partial x^3} - \rho I_{Ii} \frac{\partial^3 v_i(x, t)}{\partial x \partial t^2} + EI_{E, i-1} \frac{\partial^3 v_{i-1}(x, t)}{\partial x^3} + \\ + \rho I_{I, i-1} \frac{\partial^3 v_{i-1}(x, t)}{\partial x \partial t^2} + j\Omega I_{0Ii} \frac{\partial^2 v_i(x, t)}{\partial x \partial t} - j\Omega I_{0I, i-1} \frac{\partial^2 v_{i-1}(x, t)}{\partial x \partial t} = 0, \end{aligned}$$

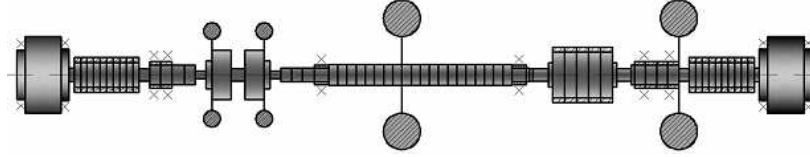
$$EI_{Ei} \frac{\partial^2 v_i(x, t)}{\partial x^2} - EI_{E, i-1} \frac{\partial^2 v_{i-1}(x, t)}{\partial x^2} = 0,$$

$$\text{przy } x = L_i = l_1 + l_2 + \dots + l_{i-1}. \quad (6.11)$$

Do rozwiązania lokalnych równań ruchu (6.9) z uwzględnieniem warunków brzegowych (6.10) i (6.11) zastosowano metodę rozdzielenia zmiennych. Po podstawieniu do warunków brzegowych lokalnych analitycznych funkcji własnych poszczególnych makroelementów uzyskuje się analogiczne równanie, jak w przypadku problemu własnego drgań skrętnych, tj. równania (6.4) [57, 58]. Rozwiązanie tego równania pozwala na wyznaczenie kolejnych częstotliwości i odpowiadającym im globalnych funkcji własnych z uwzględnieniem efektów żyroskopowych.

## 6.2 Model dyskretny

Metoda elementów skończonych stanowi obecnie jedną z najszerszej i najczęściej stosowanych metod przybliżonych rozwiązywania różnych problemów z zakresu mechaniki. Za wyjściowy punkt do przyjęcia odpowiedniego



**Rysunek 6.2:** Dyskretny model laboratoryjnego układu napędowego otrzymany metodą elementów skończonych.

modelu dyskretnego laboratoryjnego układu napędowego pokazanego na rysunku 6.2 wzięto model hybrydowy dyskretno-ciągły o identycznej strukturze, identycznych parametrach geometrycznych oraz materiałowych, szczegółowo opisany w podrozdziale 6.1.

Wykorzystano model numeryczny, w którym drgania skrętne i giętne są rozseparowane. W pierwszym etapie zajęto się drganiami skrętnymi. Każdy cylindryczny odcinek wału został zdyskretyzowany przy wykorzystaniu dwuwęzłowych makroelementów prętowych o dwóch stopniach swobody [34]. Bezwładności wirujących dysków oraz bezwładności pierścieni bezwładnościowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną są uwzględniane jako masy skupione, umiejscowione w przekrojach poprzecznych odpowiednich makroelementów. Zgodnie z powyższym stosowanym formalizmem MES ruch układu mechanicznego opisany został układem równań różniczkowych zwyczajnych we współrzędnych uogólnionych:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{s}}(t) + \mathbf{C}[d_j(i(t)), \dot{\mathbf{s}}(t)]\dot{\mathbf{s}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{s}(t) = \mathbf{F}(t, \dot{\mathbf{s}}(t)), \quad (6.12)$$

gdzie  $\mathbf{s}(t)$  oznacza wektor współrzędnych uogólnionych,  $\mathbf{M}$  – macierz bezwładności,  $\mathbf{C}[d_j(i(t)), \dot{\mathbf{s}}(t)]$  – macierz tłumienia pełniącą również rolę macierzy sterującej,  $\mathbf{K}$  – macierz sztywności, a  $\mathbf{F}(t, \dot{\mathbf{s}}(t))$  wektor wymuszenia zewnętrznego częściowo zależny od odpowiedzi układu.

W przypadku zastosowania modelu dyskretnego MES układu napędowego, do analizy własnych drgań giętnych przyjęto belkowe dwuwęzłowe elementy skończone o ośmiu stopniach swobody, opisujących zginanie zgodnie z teorią wirującej belki Timoshenki, tak jak w pracach [32, 34]. Wówczas, analiza drgań giętnych za pomocą takiego modelu sprowadza się do rozwiązania standardowego zagadnienia własnego z uwzględnieniem efektów żyroskopowych.

### 6.3 Model silnika asynchronicznego

Obserwuje się szybki rozwój konstrukcji różnego rodzaju maszyn i urządzeń napędzanych silnikami elektrycznymi. W związku z tym niezbędna jest coraz głębsza wiedza o sprzężeniach, jakie zachodzą między układami mechanicznymi a elektrycznymi. Nałożenie się oscylacji prędkości obrotowej

wirnika silnika na jej średnią prędkość kątową podstawowego ruchu roboczego powoduje mniej lub bardziej uciążliwe zakłócenia strumienia elektromagnetycznego. Przekłada się to na dodatkowe oscylacje prądu w cewkach silnika elektrycznego. Wytwarzany przez silnik elektryczny moment obrotowy ma również składową oscylacyjną. Drgania mechaniczne mogą nakładać się na drgania elektryczne prądu w uzwojeniach silnika. Sprzężenie drgań elektrycznych z drganiami mechanicznymi jest bardzo często skomplikowane i przysparza trudności obliczeniowych.

Wielu autorów w celu uproszczenia przyjmuje drgania mechaniczne jako nie związane z drganiami elektrycznymi. Dotychczas w literaturze [9, 37, 38, 64] specjaliści z dziedziny mechaniki stosują zadane a priori przebiegi momentu elektrycznego wytwarzanego przez silnik. Formuły je opisujące oparte są na obserwacjach eksperymentalnych zachowań dynamicznych silnika napędowego. Badacze w dziedzinie elektrotechniki uwzględniają wprawdzie wpływ drgań elektrycznych, ale redukują jednocześnie cały układ mechaniczny do jednej, lub rzadziej do kilku brył sztywnych. W niektórych przypadkach takie uproszczenie może prowadzić do satysfakcjonujących wyników. Zalety i wady takiego podejścia zostały opisane w pracy [64]. Aby jednak móc podjąć się opracowania algorytmu sterowania układu mechanicznego należy opisać zewnętrzne wzbudzenie silnika napędowego możliwie jak najdokładniej, a więc uwzględnić sprzężenie drgań mechanicznych i elektrycznych w silniku. Niezbędne jest wprowadzenie obok modelu mechanicznego rzeczywistego obiektu, odpowiedniego modelu matematycznego silnika elektrycznego.

W przypadku trójfazowego silnika asynchronicznego oscylację przepływu prądu elektrycznych w uzwojeniach wirnika i stojana można opisać przy pomocy sześciu obwodowych równań napięciowych opisanych w pracy [68]. Zostały one przetransponowane do czterech równań różniczkowych pierwszego rzędu, czyli równań Parka w tzw. układzie osi  $i_\beta^s$   $i_\alpha^s - i_d^r$   $i_q^r$ . Opis tych równań można znaleźć m. in w pracach [45, 55]:

$$\begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}}U \cos(\omega_e t) \\ \sqrt{\frac{3}{2}}U \sin(\omega_e t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 + \frac{1}{2}M & 0 & \frac{3}{2}M & 0 \\ 0 & L_1 + \frac{1}{2}M & 0 & \frac{3}{2}M \\ \frac{3}{2}M & 0 & \dot{L}_2 + \frac{1}{2}M & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M & 0 & \dot{L}_2 + \frac{1}{2}M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha^s(t) \\ i_\beta^s(t) \\ i_d^r(t) \\ i_q^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}pM\Omega(t) & R_2' & p\Omega(t) \left( \dot{L}_2 + \frac{1}{2}M \right) \\ -\frac{3}{2}pM\Omega(t) & 0 & -p\Omega(t) \left( \dot{L}_2 + \frac{1}{2}M \right) & R_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha^s(t) \\ i_\beta^s(t) \\ i_d^r(t) \\ i_q^r(t) \end{bmatrix}, \quad (6.13)$$

gdzie  $R_1$  oznacza rezystancję pasma fazowego uzwojenia stojana silnika elektrycznego,  $R_2'$  – rezystancję zastępczą pasma fazowego uzwojenia wirnika

przeliczoną na liczbę zwojów pasma uzwojenia stojana tego silnika,  $L_1$  – indukcyjność całkowitą pasma fazowego uzwojenia stojana,  $L_2'$  – indukcyjność całkowitą rozproszenia zastępczego pasma fazowego uzwojenia wirnika przeliczoną na liczbę zwojów pasma uzwojenia stojana,  $M$  – indukcyjność wzajemną między uzwojeniem stojana a uzwojeniem wirnika, zwaną indukcyjnością główną lub magnesującą,  $p$  – liczbę par biegunów pola magnetycznego silnika,  $U$  – wartość maksymalną napięcia fazowego, a  $\omega$  – częstość napięcia zasilającego.

Moment napędowy generowany przez silnik jest wówczas opisany równaniem:

$$T_{el} = \frac{3}{2}pM [i_{\beta}^s i_d^r - i_{\alpha}^s i_q^r], \quad (6.14)$$

gdzie  $i_{\beta}^s$ ,  $i_{\alpha}^s$  oznaczają prądy płynące w obwodach stojana oraz  $i_d^r$ ,  $i_q^r$  są analogicznymi prądami płynącymi w obwodach wirnika. Prądy płynące w uzwojeniach wirnika zostały zredukowane do osi elektrycznych  $d$  oraz  $q$ . Prądy płynące w uzwojeniach stojana zostały zredukowane do zastępczych osi elektrycznych  $i_{\beta}^s$  i  $i_{\alpha}^s$ , jak w monografii [68]. Ze wzoru (6.14) wynika, że sprzężenie między układem elektrycznym a mechanicznym ma charakter nieliniowy. Przez to jest ono dosyć trudne do przeprowadzenia obliczeń i wszelkiego rodzaju analiz jakościowych. W niniejszej rozprawie do potrzeb symulacji komputerowej działanie układu napędowego sprzężenie elektromagnetyczne zostało uwzględnione metodą numerycznej ekstrapolacji odpowiedzi dynamicznej układu w każdym kroku bezpośredniego całkowania równań Parka (6.13) oraz równań (6.8) i (6.12). Prowadzi to do otrzymania wiarygodnych i stabilnych numerycznie wyników obliczeń.

W powyższym rozdziale zostały opisane przyjęte modele rzeczywistego układu napędowego: model hybrydowy dyskretno-ciągły oraz model powstały przy wykorzystaniu klasycznego sformułowania MES. Ponadto opisano sposób modelowania wymuszenia zewnętrznego wytwarzanego przez asynchroniczny silnik elektryczny. Został on przyjęty w postaci sześciu równań obwodowych, [68] sprowadzonych następnie do równań Parka, opisujących przepływ prądu w uzwojeniach stojana oraz wirnika silnika elektrycznego [45, 55].



# 7

## Sterowanie układem mechanicznym drgającym skrętnie

Sterowaniem nazywamy każde celowe oddziaływanie na przebieg pracy układu mechanicznego lub całego procesu technologicznego, w taki sposób, aby osiągnąć zamierzone cele [27, 28]. Sterowanie dzieli się na ręczne i automatyczne. Sterowaniem ręczne jest realizowane przez człowieka np. prowadzenie samochodu. Wprowadzenie do urządzenia lub maszyny elementów, które realizują sterowanie nazywane jest automatyzacją. Sterowanie dzieli się na sterowanie w układzie otwartym i w układzie zamkniętym, czyli ze sprzężeniem zwrotnym, nazywane regulacją. Umożliwia ono zmianę bez ingerencji człowieka jednej lub kilku wielkości charakteryzujących pracę układu mechanicznego. Wielkości te są nazywane wielkościami regulowanymi. Układ podlegający regulacji nazywany jest obiektem. Układy regulacji automatycznej można sklasyfikować według różnych kryteriów, takich jak charakter sygnałów, zadania układu, liniowość, liczba wejść i wyjść, czy zdolność samoczynnego dopasowywania parametrów i charakterystyk do zmieniających się właściwości oraz zakłóceń.

Pod względem charakteru elementów wchodzących w skład układu możemy je podzielić na układy liniowe i układy nieliniowe. Układy liniowe to układy złożone tylko z elementów liniowych, spełniające zasadę superpozycji (odpowiedź układu na wymuszenie  $x = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$ , gdzie  $a_1, a_2, \dots, a_n$  to liczby rzeczywiste, będące kombinacją liniową wymuszeń  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , jest równe kombinacji liniowej  $x = a_1y_1 + a_2y_2 + \dots + a_ny_n$  odpowiedzi na wymuszenie  $y_1, y_2, \dots, y_n$ ). Są one opisane liniowymi równaniami algebraicznymi, różniczkowymi, całkowymi, itd. Układy nieliniowe to układy zawierające co najmniej jeden element nieliniowy, który nie spełnia zasady superpozycji. Procesy zachodzące w tych układach są opisane nieliniowymi równaniami algebraicznymi, różniczkowymi, całkowymi, itd.

Rozważając liczbę wielkości regulowanych, układy można podzielić na: układy o jednej wielkości regulowanej (układy jednowymiarowe), np. układ regulacji automatycznej temperatury w termostacie oraz układy o wielu wielkościach regulowanych (układy wielowymiarowe).

Pod względem charakteru sygnałów układy dzielą się na ciągłe, o ciągłym przesyłaniu sygnałów i dyskretne, w których przynajmniej jeden sygnał ma charakter dyskretny.

Jeżeli brane jest pod uwagę zadanie jakie mają spełniać układy, dzieli się je na układy regulacji stałowartościowej o stałej wielkości zadającej, układy regulacji programowej o określonej z góry funkcją czasu wielkości zadającej, układy regulacji nadążnej (śledzącej), w których wielkość zadająca jest procesem stochastycznym, przypadkową funkcją czasu oraz układy regulacji ekstremalnej, w których wielkości regulowane przyjmują ekstremalne wartości.

Ze względu na zdolność do samoczynnego dopasowania parametrów oraz charakterystyk do zmieniających się właściwości obiektów oraz zakłóceń, układy regulacji dzielą się na zwykłe (nieadaptacyjne) nie mające tej zdolności i układy adaptacyjne, które ją przejawiają.

Biorąc pod uwagę kryterium jakości układów regulacji automatycznej w postaci wskaźnika  $Q$  (funkcji celu), układy dzielą się na nieoptymalne i optymalne, zapewniające ekstremalną, minimalną lub maksymalną, wartość funkcji celu. W dalszych rozważaniach będą brane pod uwagę układy optymalne [4].

## 7.1 Metody sterowania optymalnego

Korzyścią płynącą, ze sterowania pracą układu mechanicznego jest otrzymanie na jego wyjściu pożądanego działania, zapewnienie jego stabilnej pracy oraz redukcji albo całkowitej eliminacji niepożądanych efektów. Zadaniem sterowania optymalnego jest znalezienie takiego sterowania rozpatrywanego układu, które spełniałoby założone kryterium optymalności [4] (minimalizowało lub maksymalizowało zadany wskaźnik jakości w postaci funkcji celu).

Do rozwoju sterowania optymalnego przyczyniły się dwa sformułowania: programowanie dynamiczne oraz zasada maksimum Pontriagina. Twórcą idei programowania dynamicznego był Richard Bellman [2], który zastosował je po raz pierwszy do wyznaczania optymalnych trajektorii pocisków balistycznych. Następnie zostało ono zastosowane do sterowania optymalnego układami dyskretnymi. Programowanie dynamiczne jest procedurą, która poszukuje sterowania optymalnego – rozwiązania równania różniczkowego Hamiltona-Jacobiego-Bellmana [65]. Drugim sformułowaniem jest zasada maksimum Pontriagina [17], która pozwala rozwiązać problem sterowania optymalnego opierając się na rachunku wariacyjnym. Podaje ona warunek konieczny optymalności. Wykorzystując tę zasadę można rozwiązać m. in.



problem czaso–optymalny. Zasadę tą stosuje się również do wyznaczania sterowań typu bang–bang [23].

Problemy sterowania optymalnego mają zwykle charakter nieliniowy. Do ich rozwiązania potrzebne są metody numeryczne. We wczesnej fazie rozwoju sterowania optymalnego stosowano w tym celu metody niebezpośrednie, oparte na rachunku wariacyjnym. Obecnie wykorzystuje się metody bezpośrednie, aproksymujące stan układu oraz sposób jego sterowania. Szczególnie szeroko stosowanymi metodami projektowania sterowania optymalnego są: sterowanie liniowo-kwadratowe-Gaussa (LQG) oraz sterowanie predykcyjne (MPC).

Sterowanie LQG jest stosowane w układach liniowych ze sprzężeniem zwrotnym np. narażonych na zakłócenia addytywnym szumem białym Gaussa, mających niekompletne informacje o stanie, oraz do układów nieliniowych, poddanych działaniu zakłóceń. Gdy rozważany jest układ dynamiczny opisany przy wykorzystaniu układu liniowych różniczkowych równań, a funkcja kosztów jest wyrażona funkcjonałem kwadratowym, stosowany jest regulator liniowo-kwadratowy (LQR). Sterowanie LQG jest kombinacją filtru Kalmana z regulatorem LQR. Zastosowanie algorytmu sterowania LQR wymaga znajomości stanu układu oraz parametrów sterowanego obiektu. Zadaniem sterowania predykcyjnego, inaczej nazywanego sterowaniem z przesuwym horyzontem, jest ograniczenie wpływu zakłóceń i niedoskonałości modelu na sterowanie optymalne, jak w pracy [5]. Procedura sprowadza się to do cyklicznego rozwiązywania odpowiednio sformułowanego zadania sterowania, z warunkiem początkowym równym aktualnej estymacji stanu obiektu. Istotną wadą tej metody jest fakt, iż wymaga ono poszukiwania nie tylko sterowań optymalnych, ale również doboru odpowiedniego horyzontu czasowego lokalnych zadań optymalizacji.

Metoda programowania dynamicznego ma wady znacznie ograniczające jej praktyczne wykorzystanie. Jedną z nich jest konieczność rozwiązania parametrycznego problemu optymalizacji czyli wyznaczenia sterowania w funkcji stanu na każdym etapie procesu. Liczba niezbędnych do przeprowadzenia obliczeń drastycznie rośnie wraz ze wzrostem wymiaru stanu problemu. Dlatego oprócz programowania dynamicznego w przypadku nieliniowych problemów sterowania stosuje się inne, bardziej skuteczne metody obliczeniowe. Jedną z nich jest zasada maksimum Pontriagina, która określa warunek konieczny optymalności problemów sterowania. Mówi o tym, że sterowanie optymalne minimalizuje wskaźnik jakości – maksymalizuje pomocniczą funkcję skalarną zwaną Hamiltoninem w każdej chwili czasu  $0 \leq t \leq t_k$ :

$$u_{opt} = \max_{u \in \Omega} H(\chi, u, \Psi), \quad (7.1)$$

przy  $H(\chi, u, \Psi) = -f_0(x, u) + \Psi^T f(x, u),$

gdzie  $f_0$  oznacza funkcję występującą we wskaźniku jakości:

$$J = \int_0^{t_k} f_0 dt, \quad (7.2)$$

a  $f$  – funkcję występującą w równaniach stanu,  $\Psi$  – wektor dodatkowych zmiennych, zwanych stanem sprzężonym, który jest zdefiniowany następująco:

$$\frac{d\Psi_i}{dt} = \frac{\partial f_0}{\partial x_i} - \Psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_i} - \dots - \Psi_n \frac{\partial f_n}{\partial x_i} \quad \text{przy } i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.3)$$

Wyznaczone z zasady maksimum Pontriagina sterowanie optymalne jest zwykle funkcją stanu i stanu sprzężonego. Rozwiązanie wymaga zastosowania odpowiednich metod numerycznych np. metody strzału.

## 7.2 Matematyczny model uproszczony

Analiza wyników eksperymentalnych jest złożona, z uwagi na wpływ wielu parametrów oraz dużą wrażliwość układu na stany przejściowe. Z tego względu konieczne jest przeprowadzenie badań modelu uproszczonego. Pozwala to ukierunkować strategię sterowania tłumieniem na pewną klasę zadań. W jej obrębie zastosowane zostanie następnie sterowanie matematyczne.

Długotrwała obserwacja procesu drgań może być przeprowadzana tylko w sposób stochastyczny. Amplitudy osiągają swoje ekstremalne wartości nie zawsze zgodnie z założonymi warunkami początkowymi oraz parametrami materiałowymi. Deterministyczny sposób podejścia do zagadnienia zmusza do przeprowadzenia w pierwszym etapie obliczeń analitycznych. Ułatwi to ocenę wrażliwości układu mechanicznego na wybrane parametry.

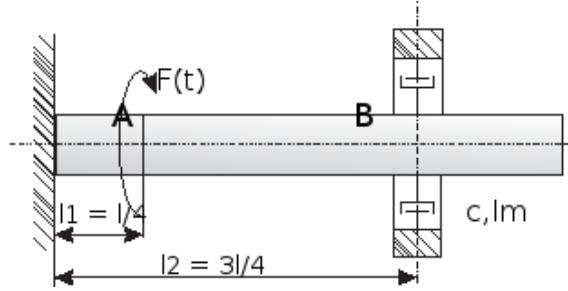
W rozważaniach przyjęto uproszczony model obiektu złożony z pręta odkształcalnego skrętnie o długości wynoszącej  $l=1$  m, momencie bezwładności przekroju poprzecznego  $\rho I = 7860 \text{ kg/m}^3 \cdot 2,043 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}$ , sztywności skrętnej wynoszącej  $GI = 8,2 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2 \cdot 2,043 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 = 1600 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ . W ogólnym przypadku w zadaniu można zastosować następujące rodzaje podpór:

- swobodny koniec – w punkcie końcowym odkształcenia są równe zeru:

$$\left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x=l} = 0, \quad (7.4)$$

- koniec obciążony siłą lub momentem siły o wartości stałej lub o przebiegu oscylującym:

$$\left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x=l} = \frac{M}{GI}, \quad (7.5)$$



**Rysunek 7.1:** Schemat rozważanego teoretycznie uproszczonego modelu z tłumikiem z cieczą magnetoreologiczną.

- swobodny koniec z wymuszeniem kinematycznym – narzucony ruch obrotowy w czasie:
 
$$\varphi(l, t) = \varphi_0(t), \quad (7.6)$$
- zamocowanie ze sprężystą podporą,
- formy pośrednie (np. zamocowanie ze sprężystą podporą połączone z obciążeniem momentem siły).

W dalszych rozważaniach przyjęto następujące warunki brzegowe:

$$\varphi'(0, t) = \varphi'(l, t) = 0. \quad (7.7)$$

Obciążono przekrój poprzeczny oznaczony literą A, położony w odległości  $x = l_1$  od lewego końca pręta. Tłumik o wielkości współczynnika tłumienia  $c$  oraz momencie bezwładności pierścienia bezwładnikowego  $I_d = 0,012 \text{ kg/m}^2$  zamocowano w przekroju poprzecznym oznaczonym literą B, położonym w odległości  $x = l_2$  od początku pręta. Do potrzeb wypracowania koncepcji sterowania uproszczono model tłumika z cieczą magnetoreologiczną. Uwzględniono oddziaływania lepkie, a wpływ tłumienia wywołanego tarcie suchym uznano za pomijalnie mały. Model uproszczony odpowiadający tym założeniom przedstawiono na rysunku 7.1. Drgania skrętne wału są opisane takimi samymi równaniami różniczkowymi jak drgania poprzeczne struny albo drgania wzdłużne pręta. Hiperboliczne równanie różniczkowe (7.8) opisuje ruch wirującego wału. Równanie dane wzorem (7.9) opisuje ruch tłumika z cieczą magnetoreologiczną. Obydwa równania są sprzężone w przekroju poprzecznym wału oznaczonym literą B <sup>1</sup>:

$$-GI \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \rho I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + c \delta(x - x_B) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right) = F(t) \delta(x - x_A), \quad (7.8)$$

$$I_d \frac{d^2 y}{dt^2} + c \left( \frac{dy}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right) = 0, \quad (7.9)$$

<sup>1</sup>Rozdział oparto na materiałach przygotowanych do publikacji: B. Dyniewicz, A. Pręgoska, Cz. Bajer, Adaptive control of the rotating system, 2013.

gdzie  $y$  oznacza kąt obrotu pierścienia bezwładnikowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną,  $G$  – moduł Kirchhoffa,  $I$  – geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego wału,  $c$  – współczynnik tłumienia,  $F(t)$  – wymuszenie zewnętrzne, a  $\varphi$  – przemieszczenie kątowne wirującego wału. Obie funkcje Diraca określają argumenty w przekroju poprzecznym obciążenia i przekroju poprzecznym zamocowania tłumika. Uzyskanie zamkniętego rozwiązania równań (7.8) i (7.9) jest trudne. W związku z tym rozpatrzono dwa rozwiązania przybliżone: analityczne rozwiązanie zamknięte z jednym wyrazem rozwinięcia Fouriera oraz półanalityczne rozwiązanie z  $n$  wyrazami rozwinięcia Fouriera. Pierwsze rozwiązanie umożliwiło zbadanie właściwości rozwiązania i ocenę jego wrażliwość na użyte parametry. Drugie rozwiązanie umożliwiło przeprowadzenia badań ilościowych.

### 7.3 Rozwiązanie analityczne z ograniczonym rozwinięciem Fouriera

W rozwiązaniu analitycznym zastosowane zostało rozwinięcie Fouriera w szereg cosinusów, zgodnie z warunkami brzegowymi (7.7). Równanie ruchu tłumika z cieczą magnetoreologiczną, dane wzorami (7.8) i (7.9), może zostać zapisane przy pomocy układu równań różniczkowych drugiego rzędu:

$$\rho I \ddot{V}_0(t) + \frac{c}{l} \dot{V}_0(t) - cy(t) = F_0 \sin(\omega t), \quad (7.10)$$

$$m\ddot{y}(t) + cy(t) - \frac{c}{l} \dot{V}_0(t) = 0, \quad (7.11)$$

gdzie  $\rho$  oznacza gęstość masy,  $I$  – geometryczny moment bezwładności,  $c$  – współczynnik tłumienia,  $V_0$  – kąt skrzywienia wału,  $t$  – czas,  $y$  – kąt obrotu pierścienia bezwładnikowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną,  $m$  – masowy moment bezwładności pierścienia bezwładnikowego tłumika, a  $F_0$  – moment siły obciążenia zewnętrznego. Z uwagi na przejrzystość zapisu matematycznego w tej części pracy  $y$  oznacza nieznanne rozwiązanie, odpowiadające przemieszczeniom obrotowym  $\varphi$ . Zgodnie z równaniem różniczkowym danym wzorem (7.10) prędkość kątowna wykonującego oscylujący ruch obrotowy pierścienia tłumika z cieczą magnetoreologiczną opisane jest następująco:

$$\dot{y}(t) = \frac{\rho I}{c} \ddot{V}_0(t) + \frac{1}{l} \dot{V}_0(t) - \frac{F_0}{c} \sin(\omega t), \quad (7.12)$$

a jej przyspieszenie dane jest równaniem:

$$\ddot{y}(t) = \frac{\rho I}{c} \dot{V}_0(t) + \frac{1}{l} \ddot{V}_0(t) - \frac{F_0}{c} \omega \cos(\omega t). \quad (7.13)$$

Następnie skupiono uwagę na drganiach skrętnych wału układu mechanicznego. Zgodnie z zależnościami (7.12), (7.13) oraz (7.11) otrzymano niejed-

norodne równanie różniczkowe zwyczajne trzeciego rzędu:

$$\dot{\hat{V}}_0(t) + c \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{\rho Il} \right) \ddot{\hat{V}}_0(t) = \frac{F_0 \omega}{\rho I} \cos(\omega t) + \frac{F_0 c}{\rho I m} \sin(\omega t). \quad (7.14)$$

Przyjęto zerowe warunki początkowe o następującej postaci:

$$\dot{\hat{V}}_0(0) = 0, \quad \ddot{\hat{V}}_0(0) = 0, \quad \hat{V}_0(0) = 0. \quad (7.15)$$

Następnie w celu rozwiązania równania różniczkowego trzeciego rzędu, opisanego zależnością (7.14), zastosowano transformatę Laplace-Carsona. Rozwiązanie równania różniczkowego można zapisać w następującej formie algebraicznej:

$$p^3 \hat{V}_0(p) + c \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{\rho Il} \right) p^2 \hat{V}_0(p) = \frac{F_0 \omega}{\rho I} \frac{p^2}{p^2 + \omega^2} + \frac{F_0 c}{\rho I m} \frac{\omega p}{p^2 + \omega^2}. \quad (7.16)$$

Wprowadzony parametr  $\beta$  opisany zależnością:

$$\beta = \frac{1}{m} + \frac{1}{\rho Il}, \quad (7.17)$$

pozwala uprościć zapis. Po przegrupowaniu wyrazów otrzymano:

$$\hat{V}_0(p) = \frac{F_0 \omega}{\rho I} \frac{p^2}{p^2 + \omega^2} \frac{1}{p^2(p + c\beta)} + \frac{F_0 \omega c}{\rho I m} \frac{p}{p^2 + \omega^2} \frac{1}{p^2(p + c\beta)}. \quad (7.18)$$

Aby powrócić do zmiennej zależnej od czasu rozłożono równanie (7.18) na ułamki proste:

$$\frac{p^2}{p^2(p^2 + \omega^2)(p + c\beta)} \equiv \frac{C_1}{p} + \frac{C_2}{p^2} + \frac{C_3 p + C_4}{p^2 + \omega^2} + \frac{C_5}{p + c\beta}, \quad (7.19)$$

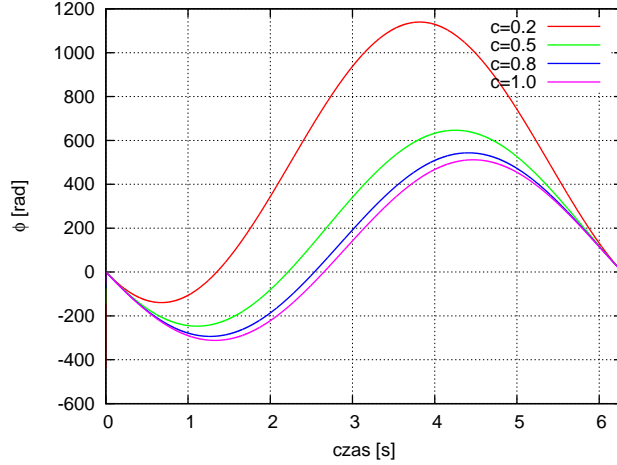
$$\frac{p}{p^2(p^2 + \omega^2)(p + c\beta)} \equiv \frac{D_1}{p} + \frac{D_2}{p^2} + \frac{D_3 p + D_4}{p^2 + \omega^2} + \frac{D_5}{p + c\beta}. \quad (7.20)$$

Otrzymano następujące zależności, opisujące stałe zawarte w równaniach (7.19) i (7.20):

$$C_1 = 0, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = \frac{-1}{c^2 \beta^2 + \omega^2}, \quad C_4 = \frac{c\beta}{c^2 \beta^2 + \omega^2}, \quad C_5 = \frac{1}{c^2 \beta^2 + \omega^2}, \quad (7.21)$$

$$D_1 = \frac{1}{c\beta\omega^2}, \quad D_2 = 0, \quad D_3 = \frac{-c\beta}{\omega^2(c^2 \beta^2 + \omega^2)}, \quad D_4 = \frac{-1}{c^2 \beta^2 + \omega^2},$$

$$D_5 = \frac{-1}{c\beta(c^2 \beta^2 + \omega^2)}. \quad (7.22)$$



**Rysunek 7.2:** Kąt obrotu wirującego wału w zależności od czasu, przy różnych wartościach współczynnika tłumienia  $c$ , równych odpowiednio 0,2 (kolor czerwony), 0,5 (kolor zielony), 0,8 (kolor niebieski) i 1,0 (kolor różowy).

Zgodnie z zależnościami (7.19)-(7.22) równanie (7.18) zostało przetransponowane do zmiennej zależnej od czasu:

$$V_0(t) = \frac{F_0}{\rho A} \frac{\omega}{c^2 \beta^2 + \omega^2} \left[ \frac{c^2 \beta^2 + \omega^2}{m \beta \omega^2} t - \frac{1}{\omega} \left( 1 + \frac{c^2 \beta}{m \omega^2} \right) \sin(\omega t) + \right. \\ \left. + \frac{c}{\omega^2} \left( \beta - \frac{1}{m} \right) (1 - \cos(\omega t)) + \frac{1}{c \beta} \left( 1 - \frac{1}{m \beta} \right) (1 - e^{-c \beta t}) \right]. \quad (7.23)$$

Przemieszczenie kątowe przekroju poprzecznego drgającego skrętnie pręta, w którym zamocowano tłumik z cieczą magnetoreologiczną dane jest zależnością:

$$y(t) = \frac{1}{l} V_0(t). \quad (7.24)$$

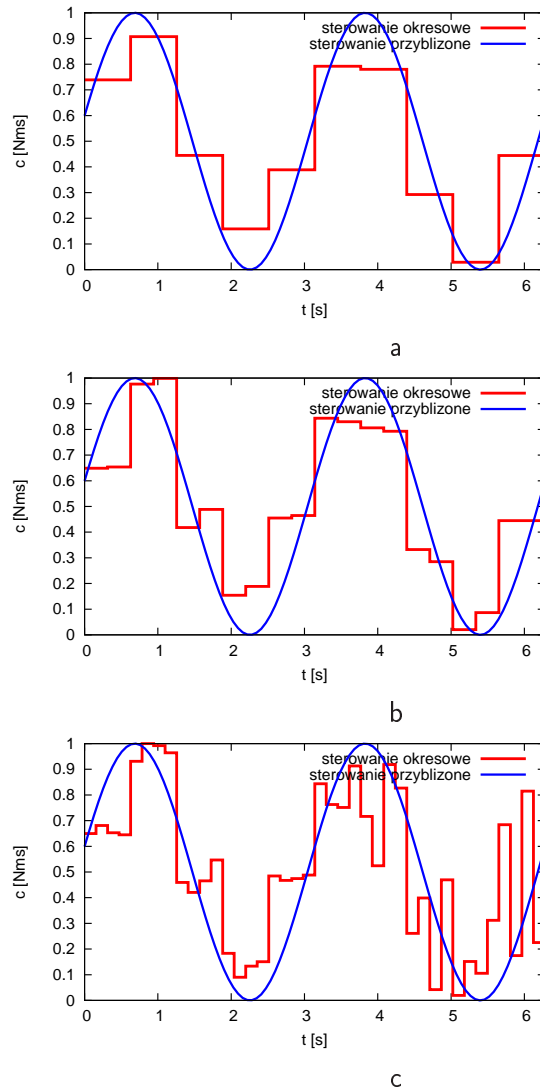
Wyrażenia opisujące kąt obrotu wału ma charakter okresowy ze względu na ruch bryły sztywnej oraz wpływ stałych. Przebiegi przyspieszeń w funkcji czasu mierzone są w stałym przekroju poprzecznym wału – przekroju umiejscowienia tłumika z cieczą magnetoreologiczną. Ich zależność od czasu przedstawiona jest na rysunku 7.2. Przy czterech wybranych wartościach współczynnika tłumienia  $c$  wynoszących 0,2, 0,5, 0,8 i 1,0 otrzymano odpowiadające im amplitudy 1279, 893, 836 oraz 823. Rysunek 7.2 przedstawia spodziewaną zależność amplitudy drgań od wielkości stałego tłumienia, w sytuacji kiedy uzyskane rozwiązanie ograniczono do pierwszego wyrazu rozwinięcia Fouriera. Zmiana wartości ekstremalnych maleje wraz ze wzrostem tłumienia działającego stale.

Przyjęto hipotezę, że tłumienie działające na układ mechaniczny okresowo będzie bardziej skuteczne od tłumienia działającego permanentnie.

W celu jej udowodnienia przeprowadzono następującą analizę. Jeden okres działania momentu obrotowego został podzielony na przedziały. Ich liczba w kolejnych próbach była zwiększana. Wartość współczynnika tłumienia została przyjęta oddzielnie w każdym z przedziałów, a jego wielkość ograniczono zależnością:  $0 < c \leq 1$ . Amplitudy drgań sukcesywnie zaczęły spadać wraz ze znajdowaniem optymalnych rozwiązań przy coraz to gęstszym podziale okresu drgań na przedziały. Jednak uzyskiwane rozwiązanie jest bardzo wrażliwe na przyjęte parametry. Badany funkcjonal okazał się niemal płaski i z tego względu z trudnością znajdowano jego ekstrema. W takim przypadku użycie metody Monte Carlo albo algorytmów genetycznych zwykle daje znacznie lepsze wyniki niż metody gradientowe. Na rysunku 7.3 przedstawiono sterowanie tłumikiem z cieczą magnetoreologiczną w zależności od liczby przedziałów czasu, w których dobierano stałą wartość tłumienia. Przy 10 przedziałach uzyskano wartość funkcji celu równą 439, przy 20 równą 401, a przy 40 – równą 377. Zaobserwowano nieznaczne tylko obniżenie wartości funkcji celu po uwzględnieniu większej niż 10 liczby przedziałów czasu. Funkcja opisująca wynikowy współczynnik tłumienia osiąga niemal kształt funkcji harmonicznej o podwojonej częstotliwości w stosunku do częstotliwości kąta obrotu.

W kolejnym etapie rozwiązywania układu (7.8–7.9) uwzględniono większą liczbę wyrazów rozwinięcia Fouriera. Aby uzyskać rozwiązanie, konieczne było zastosowanie procedury bezpośredniego całkowania numerycznego. Uzyskane częściowo analityczne rozwiązanie umożliwiło oszacowanie błędu uproszczenia założonego w rozwiązaniu zamkniętym oraz przygotowanie do analizy rzeczywistego obiektu.

Sterowanie pokazane na rysunku 7.3 kształtuje się w postaci funkcji gładkich, o kształcie zbliżonym do funkcji sinusoidalnej, uniesionej ponad oś odciętych, o okresie dwukrotnie mniejszym od okresu funkcji wzbudzenia. Większa liczba zmiennych decyzyjnych sprowadza rozwiązanie do kolejnych lokalnych minimów. Z praktycznego punktu widzenia takie rozwiązania są złożone, a wartość funkcji celu ulega tylko nieznacznej poprawie. W dalszych rozważaniach ograniczono badania do klasy funkcji sterujących w postaci przełączeń dwustanowych.



**Rysunek 7.3:** Sterowanie tłumikiem z cieżką magneto-reologiczną w zależności od liczby przedziałów czasowych: a – 10, b – 20, c – 40.

## 7.4 Rozwiązanie półanalityczne

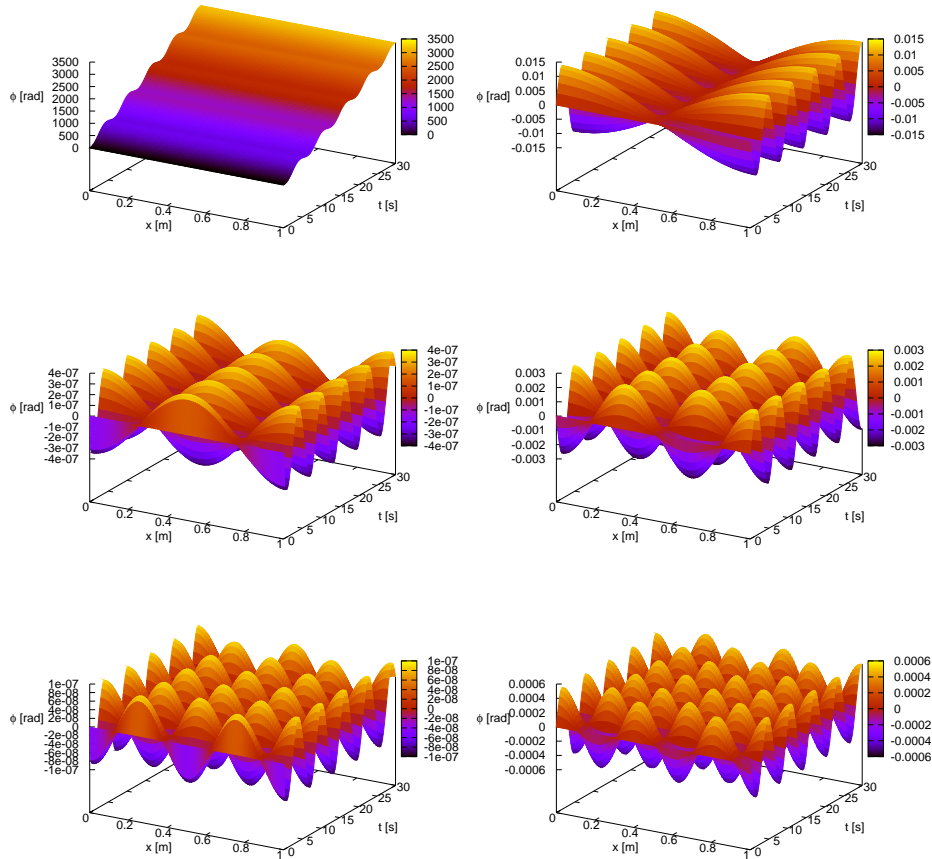
Pełne rozwinięcie równania ruchu tłumika z cieżką magneto-reologiczną opisanego równaniem (7.9) w szeregi nieskończone prowadzi do macierzowego



równania różniczkowego w następującej postaci:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \rho A & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \rho A & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \rho A & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{V}_0 \\ \ddot{V}_1 \\ \vdots \\ \ddot{V}_n \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \cos 2\pi \frac{0}{3} \\ \frac{1}{L} \cos 2\pi \frac{1}{3} \\ \vdots \\ \frac{1}{L} \cos 2\pi \frac{n}{3} \\ -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} \frac{2}{L} \cos 2\pi \frac{0}{3} \cos 2\pi \frac{1}{3} & \frac{2}{L} \cos 2\pi \frac{0}{3} \cos 2\pi \frac{2}{3} & \dots & -\cos 2\pi \frac{0}{3} \\ \frac{2}{L} \cos 2\pi \frac{1}{3} \cos 2\pi \frac{1}{3} & \frac{2}{L} \cos 2\pi \frac{1}{3} \cos 2\pi \frac{2}{3} & \dots & -\cos 2\pi \frac{1}{3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{2}{L} \cos 2\pi \frac{n}{3} \cos 2\pi \frac{1}{3} & \frac{2}{L} \cos 2\pi \frac{n}{3} \cos 2\pi \frac{2}{3} & \dots & -\cos 2\pi \frac{n}{3} \\ -\frac{2}{L} \cos 2\pi \frac{1}{3} & -\frac{2}{L} \cos 2\pi \frac{2}{3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \vdots \\ \dot{V}_n \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \\
 & + EA \frac{\pi^2}{l^2} \begin{bmatrix} 0^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1^2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ \vdots \\ V_n \\ y \end{bmatrix} = F_0 \sin(\omega t) \begin{bmatrix} \cos \pi \frac{0}{3} \\ \cos \pi \frac{1}{3} \\ \vdots \\ \cos \pi \frac{n}{3} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7.25)
 \end{aligned}$$

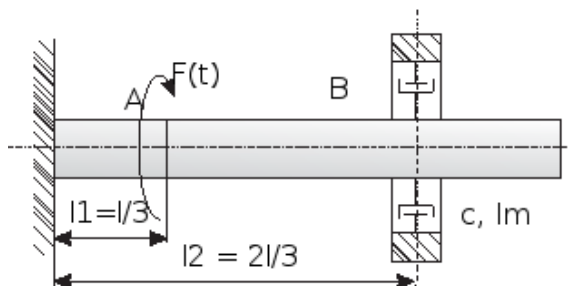
Uzyskanie rozwiązania wymaga całkowania z zerowymi warunkami początkowymi. Tempo zbieżności rozwiązania zależy od liczby uwzględnionych parzystych i nieparzystych wyrazów rozwinięcia. Na rysunku 7.4 przedstawiono wyniki uzyskane przy pierwszych sześciu wyrazach rozwinięcia z uwzględnieniem wyrazu stałego. Zauważono, że kolejne wyrazy wchodzą do rozwiązania z malejącą amplitudą. Uznano, że rozwiązanie jest zbieżne.



Rysunek 7.4: Kolejne wyrazy rozwinięcia Fouriera.

## 7.5 Rozwiązanie numeryczne

Uzyskanie rozwiązania analitycznego i półanalitycznego, choć uproszczonego, umożliwiło określenie charakteru i cech rozwiązania postawionego problemu, jego wrażliwości na wartości momentu bezwładności pierścienia bezwładnikowego tłumika oraz współczynnika tłumienia cieczy magnetoreologicznej. Z tymi rozwiązaniami porównywano wyniki obliczeń numerycznych oraz oszacowywano dokładność przeprowadzanych badań eksperymentalnych. Model numeryczny umożliwia przyjęcie szerokiego zakresu parametrów opisujących przekroje, dane materiałowe oraz funkcje wymuszające. Przyjęto najprostszy z modeli numerycznych – model elementów skończonych. Macierz sztywności wirującego wału  $\mathbf{K}_s$  jest macierzą trójdiagonalną. Macierz bezwładności  $\mathbf{M}_s$  przyjęto jako konsyistentną. Założono istnienie małego tłumienia materiałowego. W praktyce w celu uproszczenia przyjęto



**Rysunek 7.5:** Schemat uproszczonego modelu z tłumikiem z cieczą magnetoreologiczną, przyjętego w obliczeniach metodą elementów skończonych.

tłumienie proporcjonalne do prędkości kątowej skręcenia  $\mathbf{C}_s$  oraz tłumienie numeryczne zintegrowane z procedurą całkowania w czasie. Tak założone tłumienie, w porównaniu z tłumieniem wytwarzanym przed tłumikiem z cieczą magnetoreologiczną, ma niewielki wpływ na drgania układu mechanicznego, a stosunkowo dobrze tłumia drgania pasożytnicze wynikające z procedury numerycznego całkowania układu równań różniczkowych ruchu.

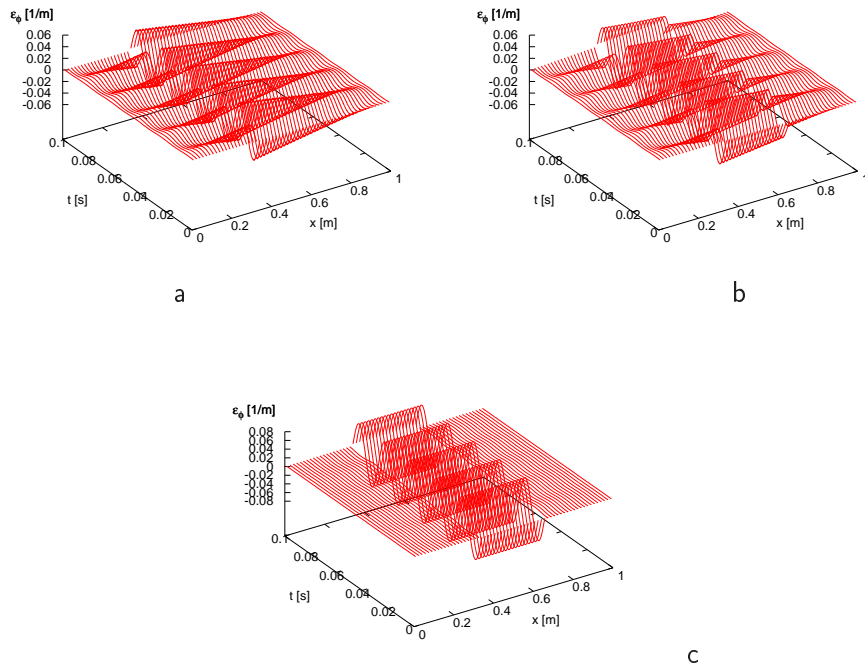
Model dyskretny jest opisany równaniem:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & M_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{y}}_s \\ \ddot{y}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{C}_{sd} \\ \mathbf{C}_{ds} & C_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{y}}_s \\ \dot{y}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{y}_s \\ y_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s(t) \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (7.26)$$

Wektor  $\mathbf{y}_s$  zawiera kąty obrotu przekrojów poprzecznych w punktach węzłowych siatki podziału dyskretnego. Typowe macierzowe równanie różniczkowe jest uzupełnione pojedynczym równaniem opisującym ruch pierścienia bezwładnikowego zamocowanego na elemencie tłumiącym. Tenże element sprzęga oba równania w macierzy globalnej  $\mathbf{C}$ . Nie ma natomiast sprzęgającego współczynnika sztywności w globalnej macierzy sztywności  $\mathbf{K}$ . W globalnej macierzy bezwładności  $\mathbf{M}$  oba równania są również rozseparowane.

Rozwiązanie równania (7.26), przy zerowych warunkach początkowych przemieszczeń i prędkości, z wykorzystaniem np. metody Newmarka, jest stosunkowo proste. Jedynym problemem jest prawidłowy dobór współczynników procedury:  $\beta$  i  $\gamma$ . Do obliczeń wykorzystano model pokazany na rysunku 7.5. Wirujący wał został podzielony na 60 elementów skończonych. Zewnętrzne obciążenie o charakterze sinusoidalnym i częstotliwości 50 Hz zostało przyłożone w 1/3 długości wału, a obrotowy tłumik z cieczą magnetoreologiczną został umiejscowiony w 2/3 długości wału.

Na rysunku 7.6 przedstawiono przebieg odkształcenia (kąta skręcenia  $\varphi'$ ) w czasie  $t$  przy wyłączonym tłumieniu oraz przy tłumieniu włączonym na stałe, wynoszącym 0,2 Ns/m i przy tłumieniu włączonym stałe, wynoszącym 0,5 Ns/m. Przy założeniu małego tłumienia  $c$  (rysunek 7.6 b) amplitudy kąta skręcenia w miejscu oddziaływania przyłożonej siły są zbliżone do



**Rysunek 7.6:** Kąt skręcenia wału: a – przy braku tłumienia, b – przy tłumieniu włączonym na stałe, wynoszącym  $c=0,2$  Nms, c – przy tłumieniu włączonym na stałe, wynoszącym  $c=0,5$  Nms.

amplitud bez tłumienia (rysunek 7.6 a). Obecność tłumika objawia się przełamaniem fali w  $2/3$  długości wału. Przy większym tłumieniu, wynoszącym  $c=0,5$  Ns/m (rysunek 7.6 c), widoczne jest obniżenie wartości amplitud na skrajach obszaru przestrzennego oraz przejście drgań przez odcinek od  $1/3$  do  $2/3$  długości wału. Procedura całkowania Newmarka, przy założeniu, że tłumik jest przymocowany do wirującego wału tylko przy pomocy elementu tłumiącego, przy wartości parametru  $\beta = 1/4$  jest niestabilna. Przyjęto wartość parametru  $\beta = 1/2$ . Zgodnie z warunkami stabilności eksperymentalnie dobrano stosunkowo małą wartość tłumienia numerycznego.

## 7.6 Sterowanie drganiami wału z tłumikiem obrotowym

W celu dalszej weryfikacji numerycznej został wykorzystany model powstały przy wykorzystaniu metody elementów skończonych, widoczny na rysunku 7.1. Prawy koniec wału został podparty w sposób sprężysty. Założono względnie małą sztywność skrętną  $k_\varphi=20$  Nm/rad. Zewnętrzne obciążenie o charakterze sinusoidalnym zostało przyłożone w  $1/3$  długości wału,

a obrotowy tłumik z cieczą magnetoreologiczną został umiejscowiony w  $2/3$  jego długości. Do sterowania poziomem drgań została wykorzystana metoda bang-bang.

W rozprawie rozważano wirujący wał z prędkością kątową  $\Omega = \{x: 0 \leq x \leq L\}$  poddany obciążaniu rozłożonemu na jego powierzchni. Zmienną stanu takiego obiektu jest obrotowe pole przemieszczeń  $\varphi(x, u, t)$ , a wejściem sterującym jest moment siły działający względem osi obrotu. Celem sterowania jest wzbudzenie pożądanych drgań  $\varphi_d(x, t)$ . Założono skończony horyzont czasowy. Problem optymalizacji można zapisać w następującej postaci:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T \int_{\Omega} [\varphi(x, u, t) - \varphi_d(x, t)]^2 dx dt + \frac{\alpha}{2} \int_0^T \int_{\Omega} [u(x, t)]^2 dx dt, \quad (7.27)$$

gdzie  $J$  jest minimalizowaną funkcją celu.

Przyjęto następujące ograniczenia:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + u \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= f \quad \text{przy } \Omega, \\ \varphi|_{t=0} &= \varphi_0 \quad \text{przy } \Omega, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t}|_{t=0} &= \dot{\varphi}_0 \quad \text{przy } \Omega, \\ \varphi &= 0 \quad \text{przy } \partial\Omega, \\ u &\in U. \end{aligned} \quad (7.28)$$

Przyjęty w rozprawie wskaźnik jakości minimalizuje przemieszczenia liniowego układu równań w formie kwadratowej. Rozważany problem jest liniowo-kwadratowym hiperbolicznym problemem sterowania z rozproszonym sterowaniem. Rozwiązywanie tego rodzaju problemów jest znacznie trudniejsze ze względu na słabsze właściwości wygładzania rozwiązań powiązanych.

Większość numerycznych algorytmów służących do optymalizacji problemów opisanych równaniami różniczkowymi jest przeznaczona do problemów wypukłych, w przypadku których funkcją celu jest kwadratowa. Jest kilka powodów takiego podejścia. Najważniejszym z nich jest to, że problem ma wypukłe jednoznaczne rozwiązanie. W związku z tym można do jego rozwiązania stosować metody gradientowe. Ponadto, funkcje kwadratowe umożliwiają zastosowanie prostych formuł do wyrażenia gradientów poprzez wprowadzenie stanów sprzężonych. W takim przypadku równania różniczkowe cząstkowe stanów sprzężonych odzwierciedlają właściwości równania stanu.

W rozprawie nie omówiono szczegółowo matematycznych aspektów teorii sterowania użytych do rozwiązania problemu. Skupiono się na rozwiązaniu, które mogłoby znaleźć bezpośrednie zastosowanie w rzeczywistym obiekcie. Rozwiązanie musi również minimalizować funkcję celu w skuteczny sposób.

Sterowanie układem napędowym może być przeprowadzone na kilka sposobów. Parametry tłumika z cieczą magnetoreologiczną, takie jak masowy moment bezwładności i współczynnik tłumienia mogą zostać dobrane na etapie projektowania jako stałe wartości, w wyniku procedury optymalizacyjnej. W bardziej złożonych układach mechanicznych tłumienie drgań może zmieniać się w czasie w sposób okresowy. Najczęściej w tego typu obiektach stosuje się metodę on-off. Zastosowane tłumiki również umożliwiają jej realizację. Wyższa częstotliwość przełączania sterowanymi tłumikami wymaga wysokich częstotliwości drgań, co w praktyce ogranicza skuteczność metody sterowania. Opóźnienie działania obrotowych tłumików wprowadza również pewne ograniczenia. Jednakże wykazano doświadczalnie skuteczność przyjętego sposobu sterowania w całym badanym zakresie częstotliwości wymuszenia.

Z praktycznego punktu widzenia najistotniejsze są następujące funkcje sterujące:

- ograniczenie naprężeń wału, jako podstawowy warunek wytrzymałościowy  $\tau(x, t) < \tau_R$  przy punkcie  $x$  i czasie  $t$ ,
- ograniczenie częstotliwości drgań własnych układu  $\omega_L < \omega_i < \omega_U$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , gdzie  $N$  to liczba rozważanych częstotliwości drgań własnych,
- ograniczenie amplitudy przemieszczeń kątowych w wybranych punktach lub w całej konstrukcji.

Z praktycznego punktu widzenia najkorzystniej przyjąć funkcję celu minimalizującą amplitudy momentu skręcającego w wybranych przekrojach poprzecznych wału. Założono  $n$  przedziałów czasowych przypadających na okres  $T$ , a przez  $c_i$ , przy  $i = 1, 2, \dots, n$ , oznaczono poziom tłumienia w każdym okresie. To prowadzi do następującego sformułowania problemu:

$$\Omega = \{x: 0 \leq x \leq 1\}, \quad (7.29)$$

$$\partial\Omega = \{0, 1\}, \quad (7.30)$$

$$0 \leq c_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.31)$$

Równanie sterujące z uwzględnieniem ograniczeń (7.28) na postać:

$$\rho I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + c \frac{\partial \varphi}{\partial t} - GI \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = f(t) \quad \text{na } \Omega. \quad (7.32)$$

Do wyznaczenia wartości punktów startowych optymalizacji użyto pakietu IPopt. Służy on do nieliniowej optymalizacji układów ciągłych. Został

zaprojektowany do poszukiwania lokalnych rozwiązań problemów optymalizacyjnych w postaci:

$$\begin{aligned} \min_{x \in R^n} f(x), \\ g_L \leq (x) \leq g_U, \\ x_L \leq x \leq x_U, \end{aligned} \quad (7.33)$$

gdzie  $f(x) : R^n \rightarrow R$  jest funkcją celu,  $g(x) : R^n \rightarrow R$  – funkcjami ograniczeń dolnych i górnych. Wektory  $x_L$  i  $x_U$  są warunkami określającymi zmienną  $x$ . Funkcje  $f(x)$  oraz  $g(x)$  mogą być nieliniowe i niewypukłe, ale powinny być podwójnie różniczkowalne w sposób ciągły. Szczegółowy matematyczny opis tej metody optymalizacji można znaleźć w pracach [3, 66, 72].

Jeżeli rozwiązywany problem nie jest wypukły, to może istnieć wiele punktów stacjonarnych przy różnych wartościach funkcji celu. W zależności od wyboru punktu startowego algorytm wskaże różne rozwiązania. W praktyce jest wykorzystywany przeważnie do optymalizacji parametrów układów z bardzo dużą liczbą zmiennych i ograniczeń, przy założeniu, że funkcja ograniczeń opisana jest macierzą rzadką.

Ta metoda optymalizacji jest z powodzeniem wykorzystywana do takich zagadnień, jak optymalne sterowanie procesów przemysłowych [3], projektowanie układów cyfrowych [66], analiza ryzyka finansowego [20], identyfikacja parametrów biologicznych układów.

Rysunek 7.7 przedstawia przebieg momentu skręcającego: a – przy wyłączonym tłumieniu, b – przy tłumieniu włączonym na stałe oraz c, d – przy tłumieniu okresowym. Przebiegi zostały zarejestrowane w przekroju poprzecznym odpowiadającym 2/3 długości wału (na lewo od tłumika). Kolorem czarnym oznaczono rozkład momentu skręcającego, a kolorem niebieskim przebieg współczynnika tłumienia  $c$ . Amplitudy momentu skręcającego w przypadku braku tłumienia wynoszą 4 Nm. Po zastosowaniu stałego tłumienia wynoszącego 0,0005 Ns/m maleją one do wartości wynoszącej 1,65 Nm. Selektywne włączanie tłumika spowodowało obniżenie tych amplitud do 1–1,3 Nm. W ten sposób uzyskano o 20–40% lepsze wyniki niż przy zastosowaniu stałej wartości tłumienia.

Progowe zero-jedynkowe włączanie i wyłączanie tłumika powoduje powstawanie drgań o wysokiej częstotliwości i stosunkowo dużych amplitudach. W praktyce są one wytłumiane tłumieniem wewnętrznym – materiałowym. Całkowanie bezpośrednie metodą Newmarka zostało przeprowadzone przy parametrach o wartościach  $\beta=0,5$  oraz  $\gamma=0,7$ . Przy zastosowanym kroku całkowania  $\Delta t=10^{-4}$  s tłumienie procedury przy  $\gamma=0,7$  jest względnie niewielkie. Poziom amplitud momentu skręcającego znacząco rośnie przy braku tłumienia w układzie, a maleje z czasem przy użyciu tłumików. Tłumienie selektywne powoduje obniżenie amplitud momentu skręcającego w stopniu większym niż tłumienie o stałej wartości, tak jak to miało miejsce w pracy

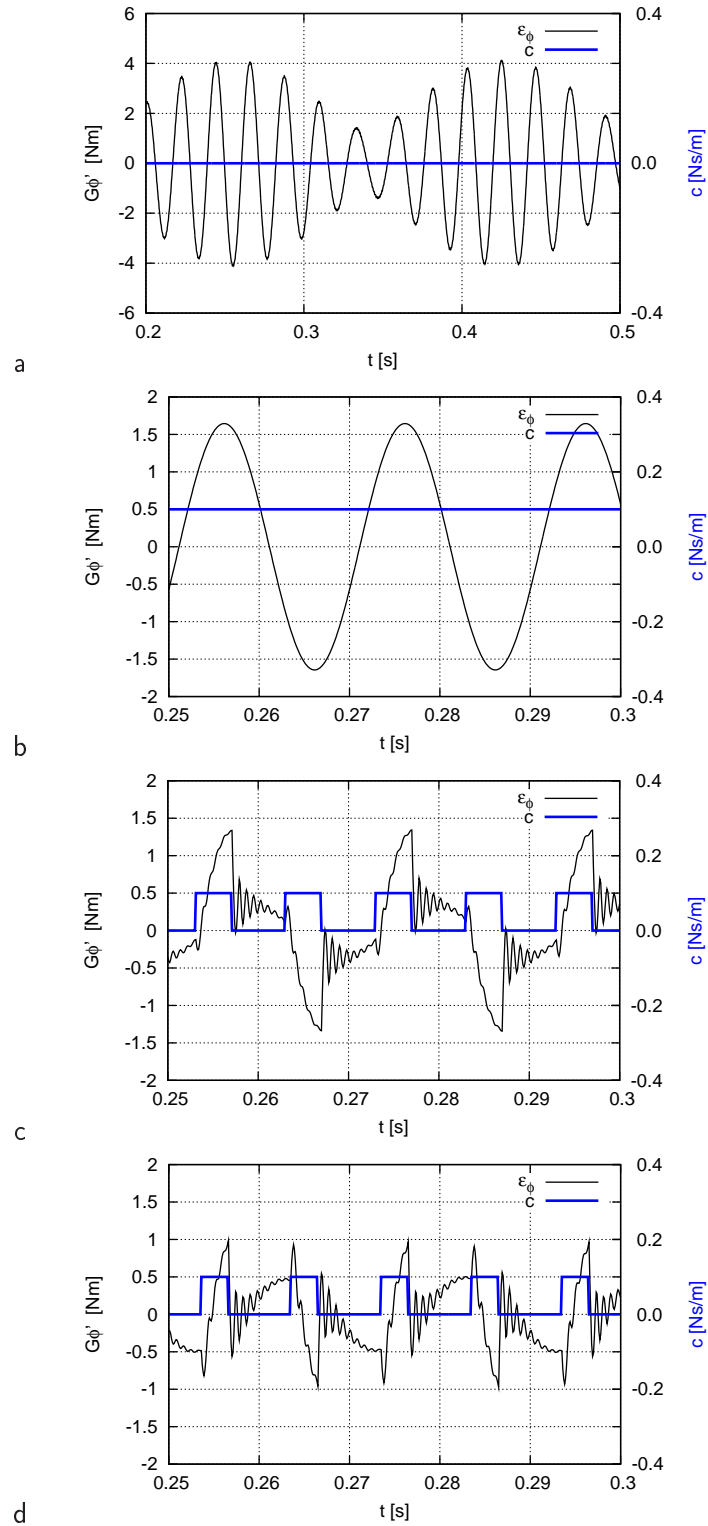
[47]<sup>2</sup>.

Wyniki zastosowanej metody sterowania bang-bang zbiegają się z wynikami uzyskanymi przy wykorzystaniu modelu analitycznego, przedstawionymi na rysunku 7.3. W rozdziale 8 wykazano również ich zbieżność z wynikami eksperymentalnymi.

---

<sup>2</sup>Rozprawa doktorska: D. Pisarski: Semi-Active Control System for Trajectory Optimization of a Moving Load on a Elastic Continuum, IPPT PAN, Warszawa 2011.





**Rysunek 7.7:** Przebiegi momentu skręcającego (kolor czarny) i współczynnika tłumienia (kolor niebieski): a – przy braku tłumienia, b – przy tłumieniu włączonym na stałe, c, d – przy tłumieniu okresowym.

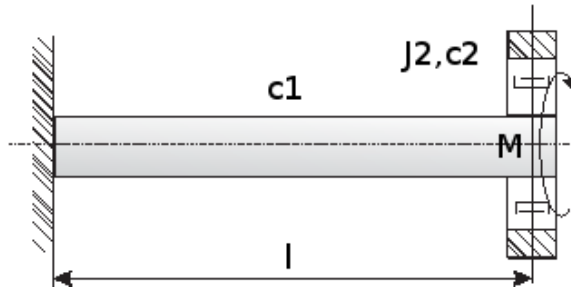
## 7.7 Wyznaczanie optymalnej wartości współczynnika tłumienia

W celu wyznaczenia optymalnego współczynnika tłumienia układu mechanicznego rozważono uproszczony model rzeczywistego układu laboratoryjnego, sprowadzony do bezmasowego pręta, na końcu którego zamocowane zostały: masa skupiona oraz tłumik z cieczą magnetoreologiczną. Sprowadza to zagadnienie do modelu mechanicznego o dwóch stopniach swobody. Model ten został przedstawiony na rysunku 7.8. Ruch takiego układu można opisać układem równań różniczkowych II rzędu, wyprowadzonych za pomocą równań Lagrange'a II rodzaju. Założono, że przebieg siły wymuszającej przyłożonej do końca układu, w którym zamocowany jest obrotowy tłumik, jest harmoniczny – sinusoidalny.

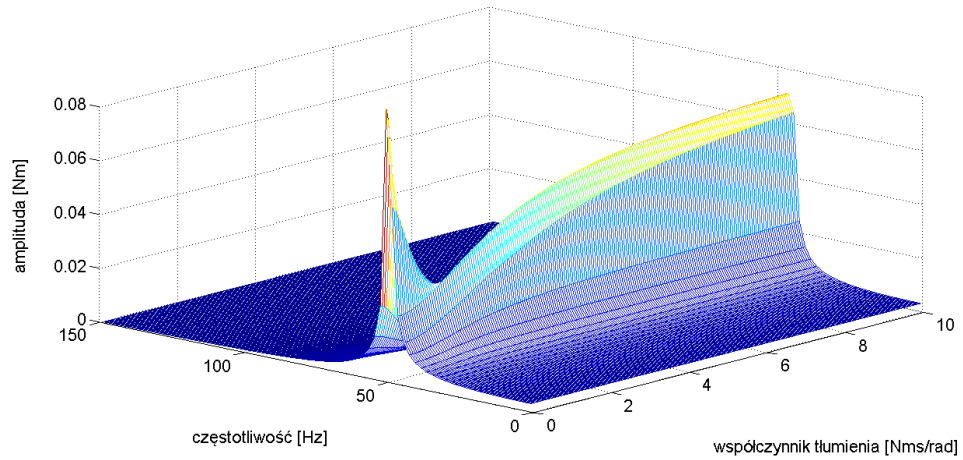
$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + k_1 \varphi_1 &= M \sin(\Omega t), \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 + c_2(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) &= 0, \end{aligned} \quad (7.34)$$

gdzie  $J_1$  jest masowym momentem bezwładności masy skupionej,  $J_2$  – masowym momentem bezwładności pierścienia bezwładnikowego tłumika,  $\varphi_1$  – kątem skęcenia bezmasowego pręta,  $\varphi_2$  – kątem obrotu bezwładnika,  $c_1$  – współczynnikiem tłumienia materiałowego w pręcie,  $c_2$  – współczynnikiem tłumienia cieczy magnetoreologicznej, a  $k_1$  sztywnością skrętną rozpatrywanego pręta. Rozwiązanie szczególne układu równań danego wzorem (7.34) założono jako:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= A_1 \sin(\Omega t) + B_1 \cos(\Omega t), \\ \varphi_2 &= A_2 \sin(\Omega t) + B_2 \cos(\Omega t). \end{aligned} \quad (7.35)$$



**Rysunek 7.8:** Schemat uproszczonego modelu z tłumikiem z cieczą magnetoreologiczną, służący do wyznaczania optymalnej wartości współczynnika tłumienia.

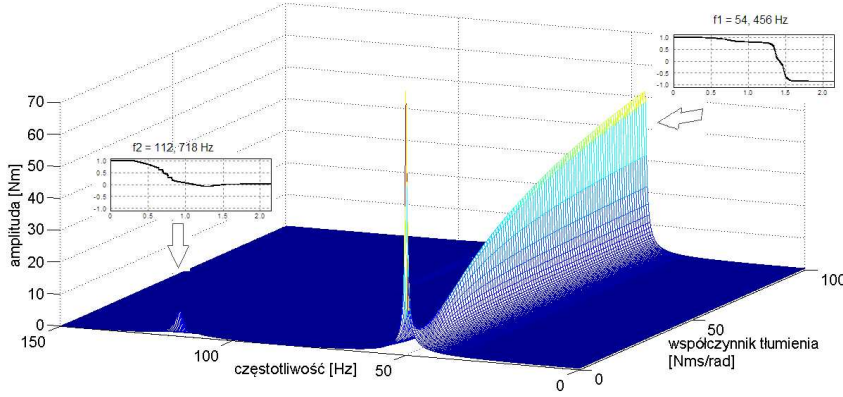


**Rysunek 7.9:** Wykres zależności momentu skręcającego od współczynnika tłumienia i częstotliwości wymuszenia.

Po podstawieniu rozwiązania szczególnego (7.35) do równania (7.34) uzyskano następujący układ równań algebraicznych:

$$\begin{bmatrix} -J_1\Omega^2 + k_1 & -c_2\Omega - c_1\Omega & 0 & c_2\Omega \\ c_1\Omega + c_2\Omega & -J_1\Omega^2 + k_1 & -c_2\Omega & 0 \\ 0 & c_2\Omega & -J_2\Omega & -c_2 \\ -c_2\Omega & 0 & c_2\Omega & -J_2\Omega^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \sin(\Omega t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7.36)$$

Przy wykorzystaniu układu równań (7.36) można w każdej chwili czasu wyznaczyć nieznanne stałe  $A_1, B_1, A_2, B_2$ . Zależność ta pozwala również na wyznaczenie optymalnego współczynnika tłumienia jako minimum funkcji na wykresie zależności współczynnika tłumienia od amplitudy momentu skręcającego i częstotliwości, widocznym na rysunku 7.9. W przekroju poprzecznym wału odpowiadającym pierwszej częstości drgań własnych układu wynoszącej 54 Hz przy współczynniku tłumienia bliskim zeru amplituda odpowiedzi dynamicznej układu przyjmuje największą wartość. Następnie spada i osiąga minimum przy współczynniku tłumienia równym około 1-1,4 Nms/rad, a potem stopniowo rośnie. Optymalny współczynnik tłumienia układu mechanicznego, wyznaczony przy pomocy uproszczonego modelu, wynosi około 1-1,4 Nms/rad. Opisany powyżej model poddawaną sterowaniu postać drgań skrętnych układu. Uzyskana optymalna wartość współczynnika tłumienia może być wykorzystana do sterowania tą postacią w układzie pętli otwartej.



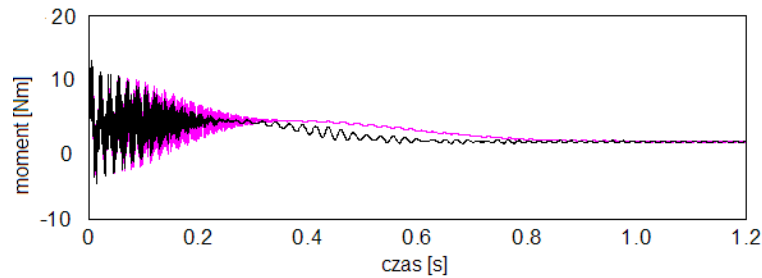
Rysunek 7.10: Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej rzeczywistego obiektu.

## 7.8 Sterowanie pracą układu napędowego w pętli zamkniętej

W sytuacji, kiedy trudnym lub niemożliwym jest przewidzenie charakteru zmienności wymuszeń zewnętrznych działających na układ lub odpowiedzi dynamicznej tego układu, np. wszelkiego rodzaju nieustalonych warunków działania, praktycznie żadna strategia sterowania pasywnego lub półaktywnego na zasadzie pętli otwartej nie przyniesie dostatecznej korzyści. Zachodzi wówczas potrzeba zastosowania sterowania półaktywnego, działającego na zasadzie pętli zamkniętej. Podobnie jak w pracy [60], jako sygnały przychodzące w wyniku sprzężenia zwrotnego mogą być użyte widma częstotliwościowe. Zostały one wyznaczone odpowiednio wzbudzeniem układu napędowego przez silnik elektryczny (źródło napędu)  $\omega_e(f, t)$  lub przez odbiornik napędu  $\omega_r(f, t)$ , na podstawie bieżąco rejestrowanych za pomocą momentomierzy przebiegów fluktuacji prędkości kątowej wału. Chwilowe wartości współczynników tłumienia wytwarzanych przez ciecz magnetoreologiczną są wówczas wyznaczone również przy wykorzystaniu funkcji odpowiedzi częstotliwościowej układu, określonych odpowiedzi przy wymuszeniu od strony silnika elektrycznego  $FRF_e(f, t)$  i odbiornika napędu  $FRF_r(f, t)$  za pomocą następującej formuły:

$$k_0(t) = \arg \min_k \int [\omega_e(f, t)FRF_e(f, k) + \omega_r(f, t)FRF_r(f, k)]df, \quad (7.37)$$

gdzie  $k_0$  oznacza optymalną wartość współczynnika tłumienia,  $\omega_e(f, t)$  – rejestrowane na bieżąco widmo amplitudowe dynamicznego momentu skręcającego od strony silnika elektrycznego,  $FRF_e(f, t)$  – funkcję odpowiedzi częstotliwościowej układu wzbudzaną od strony silnika,  $\omega_r(f, t)$  – rejestrowane na bieżąco widmo amplitudowe dynamicznego momentu skręcającego na wejściu hamownicy,  $FRF_r(f, t)$  – funkcję odpowiedzi częstotliwościowej wzbudzaną od strony hamownicy (odbiornika napędu).



**Rysunek 7.11:** Przebieg momentu skręcającego przy zastosowaniu sterowania w pętli zamkniętej. Kolorem różowym oznaczono wynik uzyskany w przypadku półaktywnego układu ze sterowaniem w pętli zamkniętej, a kolorem czarnym wynik w przypadku układu pasywnego [60].

Przebieg funkcji odpowiedzi częstotliwościowej badanego układu przedstawiono na rysunku 7.10. W przekroju poprzecznym wału odpowiadającym pierwszej częstotliwości drgań własnych układu wynoszącej 54 Hz, przy współczynniku tłumienia bliskim zeru, amplituda odpowiedzi dynamicznej układu osiąga wartość maksymalną. Następnie spada i osiąga swoje minimum przy współczynniku tłumienia równym 1 Nms/rad, a następnie stopniowo rośnie. Przebiega to tak jak w uproszczonej metodzie wyznaczania optymalnego współczynnika tłumienia, pokazanego na rysunku 7.9. Na wykresie trójwymiarowym 7.10 widać również nieznaczny wzrost amplitudy w okolicy 120 Hz (około 10% wysokości piku przy 54 Hz), odpowiadający wzbudzeniu drugiej postaci drgań własnych układu. Na rysunku 7.11 przedstawiono przebieg momentu skręcającego w przekroju poprzecznym wału przy silniku elektrycznym. Kolorem czarnym oznaczono wynik obliczeń numerycznych uzyskany w przypadku układu pasywnego, a kolorem różowym w przypadku układu półaktywnego sterowanego w pętli zamkniętej. Korzyści płynące z zastosowania tego rodzaju sterowania są widoczne głównie w fazie rozruchu silnika elektrycznego. Amplituda momentów skręcających zmalała w tym przypadku 5-krotnie.

W niniejszym rozdziale przedstawiono sterowanie mechanicznym układem drgającym skrętnie. Omówiono matematyczny model uproszczony, rozwiązanie analityczne z ograniczonym rozwinięciem Fouriera, półanalityczne i numeryczne. Rozwiązanie uzyskano przy wykorzystaniu pakietu nieliniowej optymalizacji układów ciągłych Ipopt. Wyznaczono również optymalny współczynnik tłumienia cieczy magnetoreologicznej w obrotowym tłumiku i opisano teoretyczną koncepcję sterowania rzeczywistym układem napędowym w pętli zamkniętej. Wykazano, że okresowe włączanie tłumika obniża amplitudy skreńca wału o 20–50% w stosunku do drgań ze stale włączonym tłumieniem.

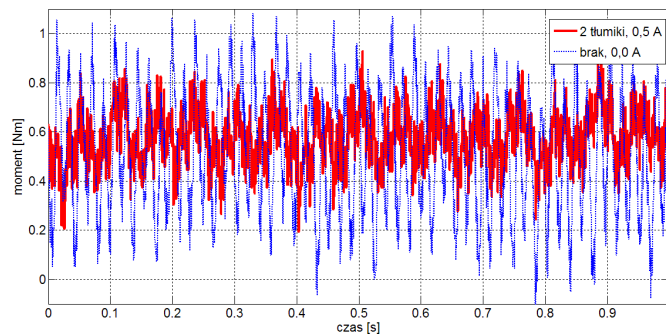


# 8

## Analiza wyników

W rozprawie zaproponowano i zweryfikowano doświadczalnie oryginalną metodę eliminacji drgań rzeczywistego układu mechanicznego doznającego drgań skrętnych. Po przeprowadzeniu analizy giętnych drgań własnych układu napędowego, świadomie pominięto w niniejszej rozprawie ich wpływ. Z uwagi na mały udział w drganiach konstrukcji pokazuje to załącznik 2. Analizę tę przeprowadzono przy wykorzystaniu dwóch różnych modeli matematycznych rzeczywistego obiektu, opisanych w rozdziale 6: modelu dyskretno-ciągłego wykorzystującego model belki Rayleigh'a oraz modelu uzyskanego przy pomocy metody elementów skończonych MES, wykorzystującego model belki Timoshenki. W przypadku obydwu modeli uzyskano bardzo zbieżne wyniki. Spowodowane jest to faktem, iż efekt ścinania w rozpatrywanym układzie jest stosunkowo niewielki.

Ponieważ rozważany układ jest układem bezprzekładniowym, jedynym źródłem wymuszeń, które mogą przyczynić się do powstawania drgań giętnych mogą być siły odśrodkowe pochodzące od resztkowych niewyważ połączonych elementów układu. Rozważany układ jest układem stosunkowo gęsto ułożyskowanym. Pierwsza częstotliwość jego giętnych drgań własnych wynosi około 140 Hz (załącznik 2). Wzbudzenie resztkowymi niewyważkami ma częstotliwość synchroniczną, związaną z prędkością obrotową wału. Największa prędkość obrotowa wału wynosi około 25 obr/s. To odpowiada częstotliwości 25 Hz wymuszenia synchronicznego niewyważkami. Zatem wpływ drgań giętnych w rozpatrywanym modelu można uznać za pomijalny.



**Rysunek 8.1:** Przebiegi momentu skręcającego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału przy silniku elektrycznym. Kolorem niebieskim oznaczono wynik uzyskany w przypadku układu pasywnego (obydwa tłumiki wyłączone) a kolorem czerwonym wynik w przypadku układu półaktywnego (obydwa tłumiki włączone, sterowane prądem o stałym natężeniu). Wartość natężenia prądu wynosiła 0,5 A.

## 8.1 Analiza wyników badań eksperymentalnych układu ze sterowaniem o stałym współczynniku tłumienia

Największe znaczenie z punktu widzenia konstrukcyjnego układu mechanicznego ma obniżenie poziomu drgań w obszarach rezonansowych, szczególnie niebezpiecznych dla konstrukcji ze względu na ich wysokie amplitudy. Zaproponowany sposób tłumienia drgań jest skuteczny w szerokim zakresie częstotliwości drgań wymuszonych. Szczegółowy przebieg doświadczenia oraz zastosowanej metody pomiarowej został szerzej opisany w rozdziale 5 oraz podrozdziale 4.2.

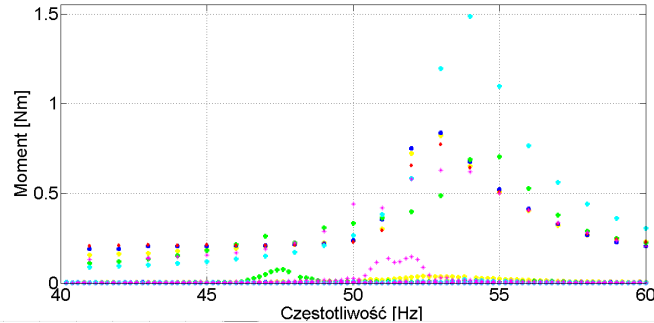
Na rysunku 8.1 przedstawiony został przebieg momentu skręcającego, zmierzonego w przekroju poprzecznym wału odpowiadającym wyjściu z silnika. Kolorem niebieskim oznaczono wynik zarejestrowany w przypadku układu pasywnego (obydwa tłumiki zostały wyłączone, prąd zasilający wzmacniacze napięciowe wynosił 0,0 A), a kolorem czerwonym wynik otrzymany w przypadku układu półaktywnego (obydwa tłumiki zostały włączone oraz sterowano prądem o stałym natężeniu równym 0,5 A) w przedziale czasowym równym 1 s. Na podstawie tych przebiegów można zauważyć, że amplituda momentu dynamicznego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału przy silniku napędowym po zastosowaniu dwóch tłumików z cieczą magnetoreologiczną zmalała dwukrotnie.

Najskuteczniejsze obniżenie poziomu niepożądanych drgań uzyskujemy przy zastosowaniu dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną oraz przy wartości 0,5 A prądu nimi sterującego. Dalsze zwiększanie wartości prądu sterowania tłumików powoduje mniejsze obniżenie poziomu drgań niż przy wartości równej 0,5 A. Spowodowane jest to zmniejszeniem zdolności dyssypacji energii przez tłumiki z cieczą magnetoreologiczną. Szczegół-



nie jest to widoczne na rysunku 8.2 w okolicach częstotliwości rezonansowych. Kolorem jasnoniebieskim oznaczono przebieg amplitudowej charakterystyki dynamicznej odpowiedzi obiektu przy zerowej wartości natężenia prądu sterującego wzmacniaczy napięciowych, kolorem zielonym – przy natężeniu prądu wynoszącym 0,25 A, kolorem różowym – przy najkorzystniejszej wartości natężenia prądu wynoszącej 0,5 A, złotym – przy 1,0 A, czerwonym – przy 1,25 A, a niebieskim – przy natężeniu prądu 1,5 A. W zakresie częstotliwości 40–49 Hz układ mechaniczny pozbawiony sterowania tłumikami (wartość prądu zasilającego wzmacniacze wynosi 0,0 A) ma wprawdzie niższe amplitudy dynamicznej odpowiedzi układu, ale w zakresie 50–60 Hz wymuszenia wartość ta rośnie, osiągając swoje maksimum o wysokości 1,5 Nm przy częstotliwości 54 Hz, stanowiącej jednocześnie wartość pierwszej częstotliwości drgań własnych laboratoryjnego układu mechanicznego, załącznik 1. W przedstawionym na rysunku 8.2 obszarze częstotliwości rezonansowych włączenie tłumików z cieczą magnetoreologiczną powoduje wzrost amplitudy odpowiedzi częstotliwościowej w przedziale od 40–49 Hz o około 3% przy natężeniu prądu wynoszącym 0,5 A, do 50% przy natężeniu prądu wynoszącym 1,25 A. W obszarze częstotliwości 50–60 Hz zarejestrowano znaczne obniżenie poziomu amplitudy. Najkorzystniejsze wyniki uzyskano przy wartości natężenia prądu 0,5 A. Największa amplituda odpowiedzi układu odpowiadająca częstotliwości wymuszenia 54 Hz zmalała trzykrotnie. Przy natężeniu prądu wynoszącym 1,0 A, 1,25 A, 1,5 A wartość ta zmalała około dwuipółkrotnie, a przy wartości prądu wynoszącej 0,25 A wartość ta zmalała dwukrotnie. Zwiększanie natężenia prądu powyżej wartości 0,5 A skutkuje mniejszym obniżeniem poziomu drgań w obszarze rezonansowym. Pomimo iż obecność włączonych tłumików w zakresie 40–49 Hz powoduje dwukrotne w stosunku do wartości amplitudy bez udziału tłumików podwyższenie amplitudy odpowiedzi częstotliwościowej, nadal jest to wartość stosunkowo niewielka. Ich praca w obszarze 50–60 Hz przynosi natomiast znaczne większe korzyści, ze względu na wysoką szkodliwość częstotliwości wymuszenia z tego przedziału. Na rysunku 8.2 można również zauważyć przesunięcie się najwyższego piku rezonansowego w stronę niższych częstotliwości. Szczególnie jest to widoczne w wynikach pomiarów dokonanych przy 0,5 A, 1,0 A, 1,25 A oraz 1,5 A natężenia prądu sterującego. Jest to spowodowane faktem, iż pierwszy z zastosowanych tłumików z cieczą magnetoreologiczną pracował normalnie, a drugi zablokowany pełnił rolę masy skupionej sztywno związanej z drgającym skretnie wałem.

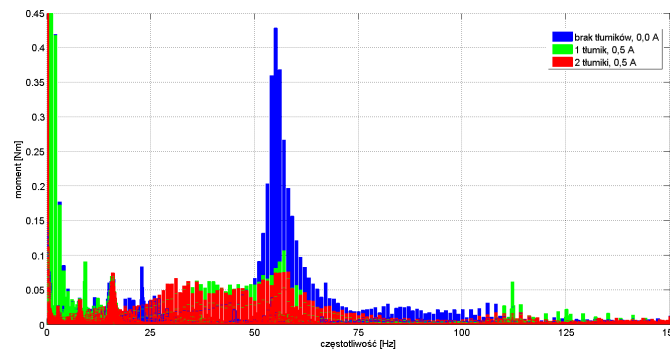
Na rysunku 8.3 przedstawiono amplitudową charakterystykę dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego. Kolorem niebieskim oznaczono wynik uzyskany w przypadku układu pasywnego, przy braku sterowania pracą obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną – zerowej wartości natężenia prądu zasilającego wzmacniacze napięciowe tłumików, kolorem zielonym wynik uzyskany w przypadku układu półaktywnego z jednym tłumikiem, a kolorem czerwonym – z dwoma tłumikami. Wy-



**Rysunek 8.2:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, przy zastosowaniu różnej wartości prądów sterujących. Kolorem jasnoniebieskim oznaczono wynik uzyskany przy natężeniu prądu równym 0,0 A, żółtym – 1,0 A, czerwonym – 1,25 A, niebieskim – 1,5 A, różowym – 0,5 A, a zielonym – 0,25 A).

sokie piki występujące w przypadku układu pasywnego w przedziale 0–10 Hz częstotliwości odpowiedzi układu, obecne przy pomiarach dokonywanych przy wyłączonych tłumikach oraz przy natężeniu prądu wynoszącym 0,5 A, 1,0 A oraz 1,5 A są spowodowane quasi-statycznym oddziaływaniem silnika elektrycznego, ponieważ wytwarza on również składową zmienną momentu. Widoczna jest ona jako wysokie piki o dużej amplitudzie w zakresie małych częstotliwości odpowiedzi od strony układu napędzanego. W przedziale 40–60 Hz można zaobserwować silny wzrost amplitudy odpowiedzi dynamicznej układu. Jest to związane z wchodzeniem układu w rezonans. Najsilniejszy pik odpowiada częstotliwości wymuszenia równej 54 Hz. Jest to pierwsza częstotliwość drgań własnych układu. Na wykresie 8.3 widać również wzrost amplitudy momentu odpowiedzi dynamicznej układu w zakresie 18–22 Hz. Są to zakłócenia pochodzące prawdopodobnie od wprowadzanej do układu składowej zmiennej pochodzącej od hamownicy.

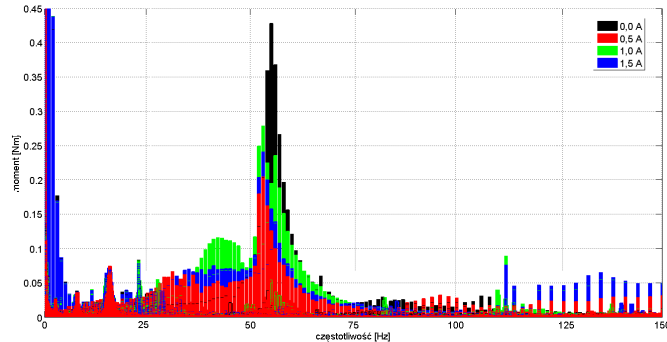
Zastosowanie jednego pracującego tłumika spowodowało obniżenie wartości maksymalnego piku o 40%. Wysokie piki występujące w przedziale 0–10 Hz częstotliwości odpowiedzi układu, obrazujące quasi-statyczne oddziaływanie silnika elektrycznego, są porównywalne z tymi występującymi w przypadku układu pozbawionego tłumików. Zastosowanie tłumika nie wpływa na wysokość ich amplitudy. Nastąpił również dwukrotny wzrost amplitudy odpowiedzi dynamicznej układu w przedziałach 40–49 Hz oraz 58–70 Hz. Jest on jednak mniej groźny dla układu, niż występowanie dwukrotnie wyższych amplitud w przedziale 50–60 Hz. Najkorzystniejszy rozkład amplitudy odpowiedzi dynamicznej układu uzyskuje się w przypadku zastosowania dwóch tłumików z cieczą magnetoreologiczną, przy wartości natężenia prądu sterującego wzmacniacze wynoszącej 0,5 A. Podobnie jak



**Rysunek 8.3:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego. Kolorem niebieskim oznaczono wynik uzyskany w przypadku układu pasywnego przy braku sterowania pracą obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, kolorem zielonym wynik w przypadku układu półaktywnego z jednym tłumikiem z cieczą magnetoreologiczną, a kolorem czerwonym wynik w przypadku układu z dwoma tłumikami.

w przypadku układu pasywnego i układu półaktywnego z jednym tłumikiem, zarejestrowano wysokie piki występujące w przedziale 0–10 Hz częstotliwości odpowiedzi układu, obrazujące quasi-statyczne oddziaływanie silnika elektrycznego. Zastosowanie jednego lub nawet dwóch tłumików z cieczą magnetoreologiczną nie ma wpływu na eliminację lub zmianę ich wysokości. Zastosowanie dwóch tłumików w układzie spowodowało obniżenie wartości maksymalnego piku o 80%. Nastąpił również dwukrotny wzrost amplitudy odpowiedzi dynamicznej układu w przedziale 40–49 Hz, ale mniejszy niż w przypadku układu z jednym tłumikiem. Na rysunku 8.3 widać również wzbudzenie w przedziale 14–20 Hz o wartości 10% maksymalnego piku przy braku sterowania tłumikami. Ten przedział był stale wzbudzany, niezależnie od parametrów przy których przeprowadzane były pomiary. Są to zakłócenia pochodzące prawdopodobnie od wprowadzanej do układu składowej zmiennej pochodzącej od hamownicy.

Rysunek 8.4 przedstawia amplitudowe charakterystyki dynamicznej odpowiedzi układu w przypadku zastosowania dwóch obrotowym tłumików z cieczą magnetoreologiczną, przy różnych wartościach prądu sterującego wzmacniaczy napięciowych. Kolorem czarnym oznaczono przebieg przy braku sygnału sterującego wzmacniaczami, kolorem niebieskim – przebieg przy natężeniu prądu wynoszącym 1,5 A, zielonym – przy 1,0 A, a czerwonym przy 0,5 A. Na rysunku 8.4 widać również przesunięcie się wartości częstotliwości rezonansowej w stronę niższych częstotliwości, podobnie jak to ma miejsce na rysunku 8.2. Na rysunku 8.4 można zauważyć również efekty ciernie zachodzące w samych tłumikach (szczególnie widoczne jako wybrzuszenie na zielonym przebiegu w obszarze 39–54 Hz), szerzej opisane w podrozdziale 4.1. Wysokie piki w przedziale 0–10 Hz częstotliwości odpowiedzi układu,

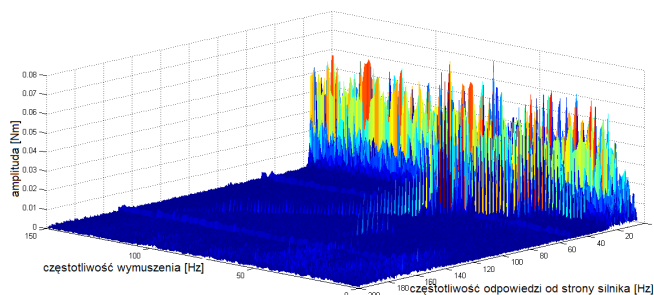


**Rysunek 8.4:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, przy zastosowaniu różnej wartości prądów sterujących (przebieg czarny – 0,0 A, zielony – 1,0 A, niebieski – 1,5 A, czerwony – 0,5 A).

obecne przy pomiarach dokonywanych przy wyłączonych tłumikach oraz przy natężeniu prądu wynoszącym 0,5 A, 1,0 A oraz 1,5 A są spowodowane quasi-statycznym oddziaływaniem silnika elektrycznego. Najkorzystniejsze wyniki pod względem obniżenia amplitudy drgań w szerokim zakresie częstotliwości wymuszenia 0–150 Hz, otrzymano przy natężeniu prądu wynoszącym 0,5 A. Amplitudy zostały obniżone w przedziale rezonansowym ponad dwukrotnie. Dalsze zwiększanie wartości natężenia prądu również powoduje obniżenie poziomu drgań, ale w mniejszym stopniu. Jest to związane ze zmianą właściwości dyssypacyjnych cieczy magnetoreologicznej, która przy wartościach natężenia prądu większych od 0,5 A w mniejszym stopniu rozprasza energię. Wpływ tłumików z cieczą magnetoreologiczną sprowadza się w tym przypadku do wpływu dodatkowych mas skupionych, sztywno związanych z wirującym wałem.

Na rysunku 8.5 przedstawiono amplitudową charakterystykę dynamicznej odpowiedzi układu napędowego w funkcji częstotliwości wymuszenia i częstotliwości odpowiedzi od strony silnika. Widać na nim obecność częstotliwości sieci energetycznej oraz jej wielokrotności. Objawia się to w postaci charakterystycznych podłużnych pasków, równoległych do osi odpowiadającej częstotliwości wymuszenia, przypadających na wartości 50 Hz, 100 Hz, ... częstotliwości odpowiedzi zmierzonej w przekroju poprzecznym wału przy silniku elektrycznym. Widać również wysokie piki w przedziale 0–10 Hz częstotliwości odpowiedzi układu, spowodowane quasi-statycznym oddziaływaniem silnika elektrycznego, tak jak na wykresach 8.4 i 8.3.

Na rysunkach 8.4, 8.1 oraz 8.2 widać, że zaproponowana w rozprawie technika półaktywnego tłumienia, przy odpowiednim doborze parametrów sterujących pracą tłumików z cieczą magnetoreologiczną, pozwala znacząco (tj. o około 80%) zmniejszyć amplitudy drgań skrętnych w rezonansowych warunkach pracy rozpatrywanego układu napędowego. Umożliwia to istotną



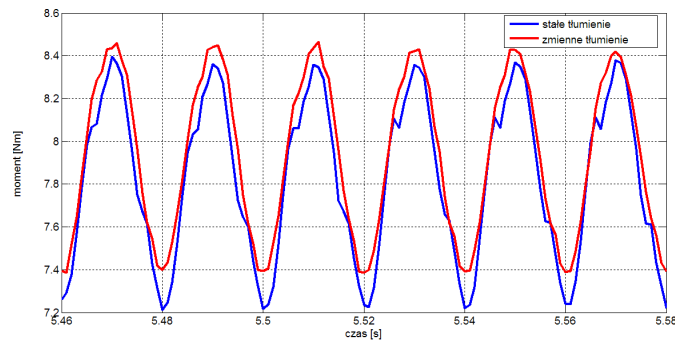
**Rysunek 8.5:** Trójwymiarowa amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego w przypadku układu, w którym sterowano pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, przy zastosowaniu prądu sterującego wynoszącego 0,5 A.

poprawę jakości pracy układu napędowego poddawanego skrętnym obciążeniom.

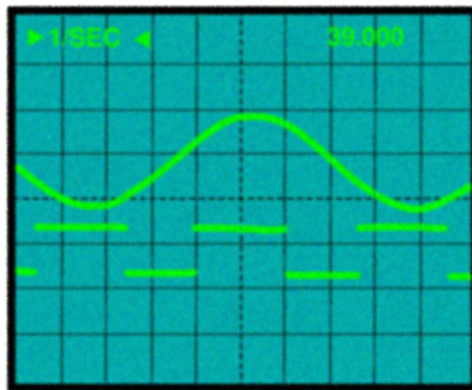
## 8.2 Analiza wyników badań eksperymentalnych układu ze sterowaniem o przedziałami zmiennym współczynnikiem tłumienia

Amplitudy drgań skrętnych w układzie napędowym z chociażby jednym tłumikiem z cieczą magnetoreologiczną działającym permanentnie maleją. Największe obniżenie poziomu amplitud zarejestrowano w przypadku układu z dwoma tłumnikami z cieczą magnetoreologiczną przy natężeniu prądu sterującego wzmacniaczy mocy wynoszącym 0,5 A. Następnie zweryfikowano doświadczalnie przyjętą i potwierdzoną numerycznie w podrozdziale 7.3 hipotezę o większej skuteczności tłumienia okresowego niż włączonego permanentnie. Ponieważ największe znaczenie z punktu widzenia konstrukcyjnego układu mechanicznego ma obniżenie poziomu drgań w obszarach rezonansowych będących szczególnie niebezpiecznych ze względu na ich wysokie amplitudy, skupiono się na zbadaniu wybranych częstotliwości z przedziału rezonansowego częstotliwości wymuszenia.

Wykres 8.6 przedstawia przebieg momentu skręcającego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika. Kolorem niebieskim oznaczono wynik uzyskany w przypadku układu przy tłumieniu włączonym na stałe, a kolorem czerwonym wynik przy tłumieniu okresowym. Rejestrowano przebieg w przypadku układu z dwoma włączonymi tłumnikami oraz skrajnym położeniu regulowanego w sposób przesuwany bezwładnika (bliżej hamownicy). Na rysunku 8.7 pokazano przebieg momentu wymuszenia z częstotliwością 50 Hz oraz momentu sterującego tłumika zarejestrowany na oscyloskopie w czasie pomiarów, odpowiadające wynikowi pomiaru zapre-



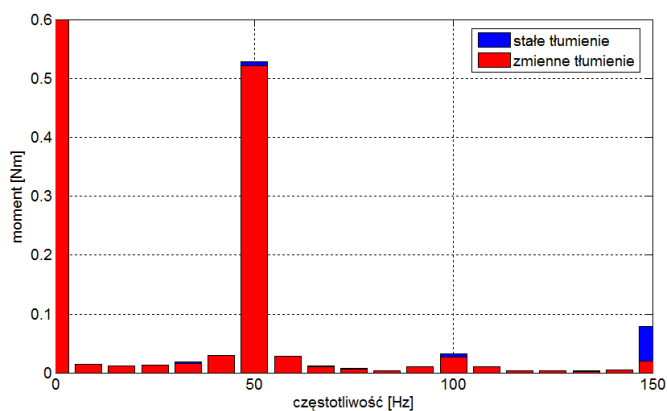
**Rysunek 8.6:** Przebiegi momentu skręcającego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika. Kolorem niebieskim oznaczono wynik uzyskany w przypadku układu przy włączonym na stałe tłumieniu, a kolorem czerwonym przy tłumieniu okresowym.



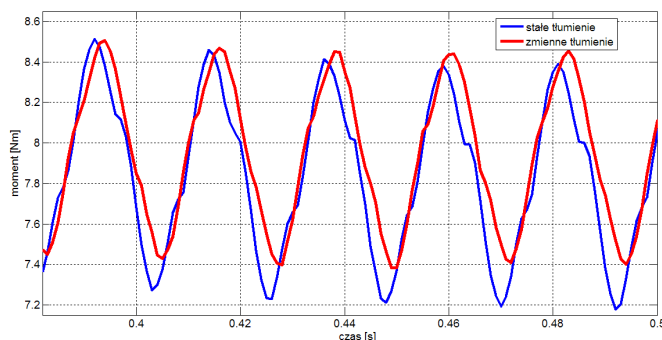
**Rysunek 8.7:** Przykładowe przebiegi momentu wymuszenia (funkcja sinus) i momentu sterującego tłumika (przebieg prostokątny) zarejestrowane na oscyloskopie w czasie pomiarów.

zestawianego na rysunku 8.6. Zastosowanie tłumienia okresowo włączanego w przypadku układu z jednym tłumikiem z cieczą magnetoreologiczną powoduje obniżenie amplitudy drgań o około 10% w stosunku do zastosowania tłumienia permanentnie w tym układzie.

Rysunek 8.8 przedstawia amplitudową charakterystykę dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, wyznaczoną w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika elektrycznego, przy częstotliwości wymuszenia również 50 Hz. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę uzyskaną w przypadku układu półaktywnego ze stałym współczynnikiem tłumienia, a kolorem czerwonym charakterystykę w przypadku układu półaktywnego przy przedziałami zmiennym współczynnikiem tłumienia. Zasto-



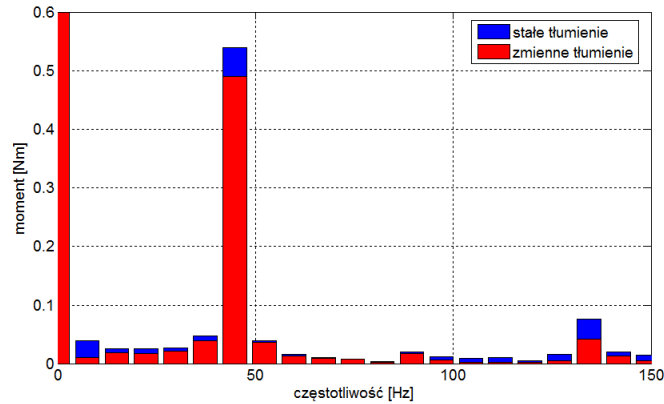
**Rysunek 8.8:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, wyznaczona w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika elektrycznego, przy częstotliwości wymuszenia równej 50 Hz. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę uzyskaną w przypadku układu półaktywnego ze stałym współczynnikiem tłumienia, a kolorem czerwonym charakterystykę w przypadku układu półaktywnego przy przedziałami zmiennym współczynnikiem tłumienia.



**Rysunek 8.9:** Przebiegi momentu skręcającego zmierzonego w przekroju poprzecznym wału przy wyjściu silnika. Kolorem niebieskim oznaczono wynik uzyskany w przypadku układu przy włączonym na stałe tłumieniu, a kolorem czerwonym przy tłumieniu okresowym.

sowanie tłumienia okresowego obniża wysokość największego piku analizy FFT.

Na rysunku 8.10 przedstawiono amplitudową charakterystykę dynamicznej odpowiedzi układu laboratoryjnego w przypadku konfiguracji z jednym tłumikiem z cieczą magnetoreologiczną przy współczynnikiem tłumienia stałym i przedziałami zmiennym. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę układu półaktywnego ze stałą wartością współczynnika tłumienia,



**Rysunek 8.10:** Amplitudowa charakterystyka odpowiedzi w przypadku układu napędowego zawierającego jeden tłumik z cieczą magnetoreologiczną. Kolorem niebieskim oznaczono charakterystykę układu półaktywnego ze stałą wartością współczynnika tłumienia, a kolorem czerwonym oznaczono charakterystykę układu półaktywnego przy współczynniku tłumienia przedziałami zmiennym.

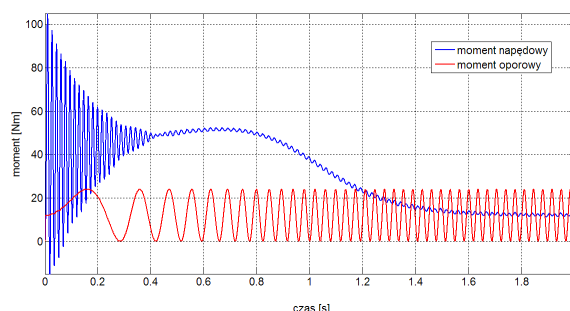
a kolorem czerwonym oznaczono charakterystykę układu półaktywnego przy współczynniku tłumienia przedziałami zmiennym. Wynik zarejestrowano przy częstotliwości wymuszenia równej 45 Hz. Zastosowanie przedziałami zmiennego współczynnika tłumienia spowodowało obniżenie amplitud momentów skręcających o 10% w stosunku do zastosowania współczynnika tłumienia o stałej wartości, tak jak pokazano na rysunku 8.9.

### 8.3 Porównanie wyników badań eksperymentalnych z wynikami obliczeń teoretycznych

W celu porównania otrzymanych wyników badań eksperymentalnych z teoretycznymi przewidywaniami opracowano w programie Matlab procedury numeryczne. W programach uwzględniono sprzężenie drgań mechanicznych z drganiami elektrycznymi przy pomocy równań Parka, szerzej opisanych w podrozdziale 6.3. Założono harmoniczny, sinusoidalny przebieg momentu oporowego, wyrażonego zależnością (5.1). Uwzględniono elektromagnetyczne oddziaływanie silnika elektrycznego oraz efekty cierne w tłumikach z cieczą magnetoreologiczną.

Na rysunku 8.11 przedstawiono przebiegi momentu napędowego oznaczonego kolorem niebieskim oraz momentu oporowego oznaczonego kolorem czerwonym, uzyskane przy pomocy obliczeń numerycznych w czasie 2 s. Przebieg ten przedstawia rozruch silnika i jego przejście do ustalonych warunków pracy. Kształt momentu napędowego wynika z równań Parka, opisanych w podrozdziale 6.3. Ze względu na trudności pomiarowe ograniczono



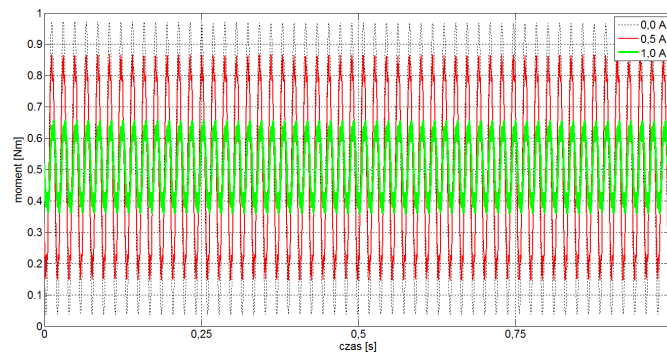


**Rysunek 8.11:** Przebiegi momentu napędowego (kolor niebieski) i momentu oporowego (kolor czerwony), uzyskanych z obliczeń numerycznych.

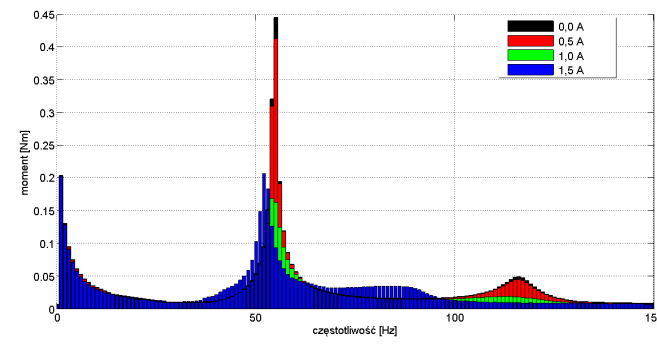
prace do porównania wyników przebiegu momentu napędowego i oporowego, uzyskanych drogą obliczeniową w ustalonych warunkach pracy z zarejestrowanymi przebiegami.

Na rysunku 8.12 przedstawiono obliczeniowe przebiegi momentu skręcającego zarejestrowane w przekroju wału odpowiadającym rzeczywistemu przekrojowi pomiarowemu – przy silniku elektrycznym. Aby wiernie odzwierciedlić wartości zmierzone w praktyce wprowadzono do modelu efekty cierne zachodzące w tłumikach, opisane w podrozdziale 4.1. Kolorem czarnym oznaczono przebieg momentu skręcającego przy wyłączonych tłumikach. Założono wartość momentu ciernego  $M_D^F(i_0)=0,002$  Nm oraz współczynnik tłumienia  $d_0(i_0)=0,2$  Nms/rad. Kolorem czerwonym oznaczono przebiegi momentu przy natężeniu prądu sterującego wynoszącym 0,5 A, a kolorem zielonym 1,0 A. Przyjęto wartości  $M_D^F(i_0)=0,23$  Nm i  $d_0(i_0)=0,25$  Nms/rad przy natężeniu wynoszącym 0,5 A. Przy natężeniu prądu wynoszącym 1,0 A założono wartości  $M_D^F(i_0)=0,4$  Nm oraz  $d_0(i_0)=1,3$  Nms/rad. Rozważano układ z dwoma włączonymi tłumikami z cieczą magnetoreologiczną. Wartości amplitud obliczeniowych momentów skręcających przy natężeniu prądu sterowania równym 0,0 A i 0,5 A odpowiadają wartościom amplitud zmierzonych, przedstawionych na rysunku 8.1. Zastosowana metoda tłumienia drgań pozwala ograniczyć amplitudy ponaddwukrotnie. Wynik ten został dodatkowo potwierdzony doświadczalnymi i obliczeniowymi charakterystykami amplitudowo-częstotliwościowymi układu. Zostały one zaprezentowane na rysunkach 8.4 i 8.13. Poza zakłóceniami wytwarzanymi przez hamownicę o częstotliwościach około 16–22 Hz uzyskano bardzo dobrą zgodność jakościową.

Najkorzystniejsze wyniki obliczeniowe pod względem obniżenia amplitudy drgań otrzymano przy natężeniu prądu wynoszącym 1,0 A. W praktyce najkorzystniejsze wyniki otrzymano przy natężeniu prądu 0,5 A. Uzyskana rozbieżność może być spowodowana niekorzystnym doбором wartości momentu ciernego i współczynnika tłumienia. Zostały one dobrane według



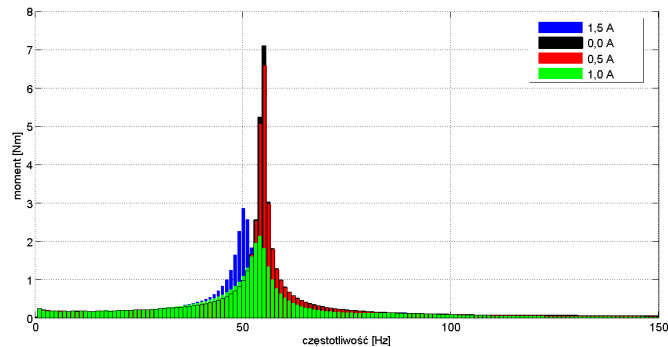
**Rysunek 8.12:** Obliczeniowy przebieg momentu skręcającego odpowiadającego zmierzonemu momentowi w przekroju poprzecznym wału przy silniku. Kolorem czarnym oznaczono przebieg momentu skręcającego przy braku sterowania tłumikami, kolorem czerwonym – przy natężeniu prądu sterującego wynoszącym 0,5 A, a kolorem zielonym 1,0 A.



**Rysunek 8.13:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi obliczeniowej laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, przy zastosowaniu różnej wartości prądów sterujących (przebieg czarny – 0,0 A, zielony – 1,0 A, niebieski – 1,5 A, czerwony – 0,5 A). Przebieg odpowiadający punktowi pomiarowemu umiejscowionemu na wale wyjściowym silnika elektrycznego.

charakterystyk hamulca przedstawionych w pracy [21]. Rozbieżności mogą być spowodowane różnymi warunkami pracy obrotowego tłumika oraz hamulca. Przeprowadzenie analogicznej identyfikacji jak w pracy [21] utrudnia pomiar prędkości kątowej pierścienia bezwładnikowego tłumika. Wzrost amplitudy drgań w przedziałach 40–50 Hz i 55–60 Hz przy włączonych tłumikach może być spowodowany wpływem efektów ciernych. Są one widoczne w pobliżu obszaru rezonansowego, gdzie występowanie dudnień jest bardzo prawdopodobne.

Rysunek 8.14 przedstawia analogiczne przebiegi odpowiedzi dynamicznej



**Rysunek 8.14:** Amplitudowa charakterystyka dynamicznej odpowiedzi obliczeniowej laboratoryjnego układu napędowego przy sterowaniu pracą dwóch obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną, przy zastosowaniu różnej wartości prądów sterujących (przebieg czarny – 0,0 A, zielony – 1,0 A, niebieski – 1,5 A, czerwony – 0,5 A). Przebieg dla przekroju poprzecznego wału odpowiadającego przekrojowi o największych nadwyżkach dynamicznych.

układu, lecz w przekroju poprzecznym wału odpowiadającym przekrojowi o największych nadwyżkach dynamicznych układu. W tym przekroju nie zaobserwowano wzbudzenia drugiej formy drgań. Podobnie jak w przypadku przebiegów przedstawionych na rysunku 8.13, największe czterokrotne obniżenie amplitudy drgań zachodzi przy natężeniu prądu równym 1,0 A.

W niniejszym rozdziale przeprowadzono szczegółową analizę otrzymanych wyników badań eksperymentalnych przy stałym współczynniku tłumienia oraz przy włączanym przedziałami tłumieniu. Wykazano zgodność obliczeń numerycznych z otrzymanymi wynikami badań eksperymentalnych.



# 9

## Wnioski końcowe

Drgania skrętne układów napędu maszyn i urządzeń są zjawiskiem uciążliwym, a w wielu przypadkach wręcz niebezpiecznym. Niepożądane oscylacje, nakładając się na podstawowy obrotowy ruch roboczy przyczyniają się do zmniejszenia wytrzymałości zmęczeniowej, zwiększenia poziomu wytwarzanego hałasu oraz niewłaściwej pracy danego urządzenia lub maszyny. Przeprowadzone badania eksperymentalne oraz analiza teoretyczna dowodzą słuszności tez i założeń opisanych w podrozdziale 2.2, mówiących, że proponowany sposób eliminacji lub obniżenia amplitudy drgań jest skuteczny zarówno w rezonansowych i pozarezonansowych warunkach działania układów.

### 9.1 Wnioski końcowe

Zastosowanie w układzie napędowym chociażby jednego tłumika z cieczą magnetoreologiczną przyczynia się do znacznego obniżenia poziomu drgań skrętnych. Zostało to potwierdzone zarówno doświadczalnie jak i teoretycznie. Najkorzystniejsze wyniki doświadczalne w sferze występowania rezonansu uzyskano w przypadku układu z włączonymi dwoma tłumikami przy natężeniu prądu sterującego wzmacniaczami napięciowymi wynoszącym 0,5 A. Amplitudy w przedziale rezonansowym spadły o około 80% przy stałej wartości współczynnika tłumienia w cieczy magnetoreologicznej. W pozostałym zakresie częstotliwości wymuszenia tj. 0–40 Hz i 60–150 Hz amplituda drgań została zmniejszona o około 50%.

Zastosowanie w układzie przedziałami zmiennego współczynnika tłumienia powoduje spadek amplitud o kolejne 10–15% w stosunku do zastosowania współczynnika tłumienia o stałej wartości. Dalsze zwiększanie wartości natężenia prądu skutkuje mniejszym obniżeniem poziomu drgań w układzie, ponieważ następuje zmniejszenie zdolności dyssypacji energii przez tłumiki.

W obliczeniach teoretycznych najkorzystniejsze wyniki uzyskano w przypadku układu z włączonymi dwoma tłumikami, przy natężeniu prądu sterującego wzmacniaczami napięciowymi wynoszącym 1,0 A. Amplitudy w przedziale rezonansowym spadły o około 80% przy stałej wartości współczynnika tłumienia w cieczy magnetoreologicznej, tak jak w przypadku wyników pomiarów przy natężeniu prądu wynoszącym 0,5 A. Uzyskana rozbieżność jest spowodowana wspomnianymi w podrozdziale 8.3 przewidywanymi znacznymi trudnościami przy przeprowadzeniu identyfikacji zdolności dyssypacji w funkcji prądu sterującego obrotowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną. Wykorzystane w tym celu zależności z pracy [21] zostały uzyskane wprowadzając z tym samym komercyjnym hamulcem z cieczą magnetoreologiczną firmy Lord, na bazie którego w niniejszej rozprawie powstały tłumiki obrotowe, jednak w przypadku badań identyfikacyjnych w pracy [21] ów hamulec pracował w odmiennych warunkach dynamicznych.

Amplitudy momentu skręcającego w przekroju poprzecznym wału przed hamownicą są znacznie wyższe niż amplitudy zmierzone w przekroju poprzecznym wału przy silniku elektrycznym. Spowodowane jest to umiejscowieniem tłumików z cieczą magnetoreologiczną w przekroju poprzecznym wału przy silniku napędzającym. Ich wpływ na drgania mierzone na przeciwnym końcu wirującego wału jest znacznie mniejszy. Amplitudy drgań w polu przekroju poprzecznego odpowiadającego umiejscowieniu hamownicy uległy zmniejszeniu o około 10%.

Zmiana wartości natężenia prądu sterującego pracą tłumików nie wpływa na pojawiające się w zakresie małych częstotliwości odpowiedzi dynamicznej układu mechanicznego wysokie piki. Są one spowodowane quasi-statycznym oddziaływaniem silnika elektrycznego.

Zaproponowana technika minimalizacji poziomu drgań skrętnych w układzie mechanicznym jest skuteczna w szerokim zakresie częstotliwości wymuszenia: 0–150 Hz. Przy odpowiednio dobrach parametrach obiektu możliwe jest obniżenie amplitud drgań o około 80%. Ma to szczególne znaczenie w obszarze rezonansowym.

## 9.2 Elementy nowości

W rozprawie zaproponowano oryginalny sposób tłumienia drgań skrętnych w układach mechanicznych. Elementem wkładu oryginalnego jest koncepcja obrotowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną o sterowalnych właściwościach dyssypacyjnych oraz wykorzystanie jej do minimalizowania amplitud drgań skrętnych w wirujących układach mechanicznych. Proponowany sposób jest skuteczny w ustalonych i nieustalonych warunkach pracy układów napędowych. Jego zaletą jest brak widocznego wpływu na podstawowy ruch roboczy maszyny lub urządzenia. Dzięki wykorzystaniu własności cieczy magnetoreologicznej możliwe było dostosowywanie aktualnych parametrów ich

pracy do zmieniających się w sposób nadążny warunków obciążenia.

Wyniki badań eksperymentalnych oraz ich analiza, opisane w rozdziałach 5 i 8, uzyskane zostały na specjalnie zaprojektowanym i zbudowanym w IPPT PAN stanowisku doświadczalnym. Jest ono istotnym, oryginalnym wkładem własnym w rozprawę doktorską.

Elementem nowości jest też podejście do modelowania wymuszenia momentu elektromagnetycznego wytwarzanego przez silnik elektryczny. W rozprawie temu zagadnieniu poświęcono szczególną uwagę. Wykorzystano sześć równań obwodowych [68], sprowadzonych następnie do równań Parka, opisujących przepływ prądu w uzwojeniach stojana oraz wirnika silnika elektrycznego [45, 55], a nie jak dotychczas czyniono w literaturze w większości prac [8, 11, 37, 38], gdzie stosuje się zadane z góry jego przebiegi.

Opracowano również własne programy komputerowe umożliwiające weryfikację numeryczną poszczególnych koncepcji sterowania oraz ilościową analizę zachowania układu napędowego.

### 9.3 Kierunki dalszych badań

Tematyka badań dotyczących sterowania drganiami wirujących układów napędowych w zastosowaniach praktycznych jest bardzo obszerna. O ile w zakresie aktywnego i półaktywnego tłumienia drgań układów podpartych w ostojach istnieje wiele rozwiązań, to skuteczne w szerokim zakresie amplitud przemieszczeń sterowanie drganiami skrętnymi rzeczywistego układu pozostawia jeszcze szerokie pole do badań.

Zaprezentowane w rozprawie porównanie wyników badań eksperymentalnych z teoretycznymi założeniami nie jest wystarczające. Wynika to z braku wiedzy o przebiegu rzeczywistych charakterystyk obrotowego tłumika z cieczą magnetoreologiczną. Spowodowało to niemożność zmierzenia rzeczywistej wartości prędkości bezwładnika tłumika. Korzystnym z punktu widzenia autora rozprawy rozwiązaniem byłoby zbudowanie stanowiska umożliwiającego badanie właściwości obrotowych tłumików z cieczą magnetoreologiczną. Znajomość tych właściwości pozwoliłaby w pełni modelować pracę rzeczywistego obiektu napędowego.

Ciekawym zagadnieniem jest również eksperymentalna weryfikacja innych metod sterowania drganiami skrętnymi układu napędowego.





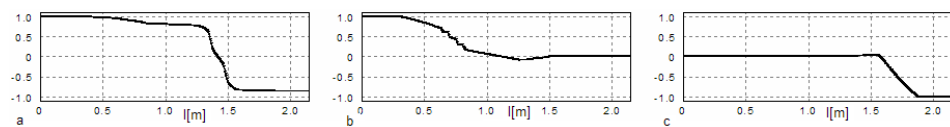
## 1. Skrętne drgania własne

Porównanie pierwszych teoretycznych częstotliwości skrętnych drgań własnych układu napędowego [Hz].

Numer	Model hybrydowy	Model MES
1	50,227	50,477
2	115,580	114,633
3	297,518	301,006

Model teoretyczny został następnie dostrojony do rzeczywistego układu napędowego metodą wyznaczania modalnych potencjalnych energii makroelementów.

Trzy pierwsze formy skrętnych drgań własnych rysunek 1.



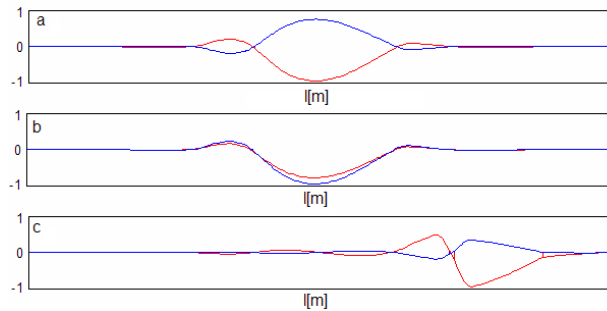
**Rysunek 1:** Formy skrętnych drgań własnych: a – pierwsza, b – druga, c – trzecia.

## 2. Giętne drgania własne

Porównanie pierwszych teoretycznych częstotliwości giętnych drgań własnych układu napędowego [Hz].

Numer	Model hybrydowy	Model MES
1	140,511	139,864
2	158,403	157,505
3	253,565	252,245
4	303,696	300,614
5	346,345	345,591

Trzy pierwsze formy giętnych drgań własnych rysunek 2.



**Rysunek 2:** Formy skrętnych drgań własnych: a – pierwsza, b – druga, c – trzecia.

## Bibliografia

- [1] J. Bajkowski. Modelowanie i badanie procesów pochłaniania i rozpraszania energii w tłumikach magnetoreologicznych. *Acta mechanica et automatica*, 3:1–13, 2009.
- [2] R. Bellman. *Dynamic programming*. Princeton University, New Jersey, 1957.
- [3] L.T. Biegler i V.M. Zavala. Large-scale nonlinear programming using IPOPT: An integrating framework for enterprise-wide dynamic optimization. *Computers and Chemical Engineering*, 33: 575–582, 2007.
- [4] W. G. Bołtianski. *Matematyczne metody sterowania optymalnego*. WNT, Warszawa, 1971.
- [5] E. F. Camacho i C. Bordons. *Model Predictive Control*. Springer, 2004.
- [6] J. D. Carlson, W. Matthis i J. R. Toscano. Smart Prosthetics Based on Magnetorheological Fluids. *Smart Structures and Materials 2001, Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*, str. 308–316, 2001.
- [7] J. Chen i W. H. Liao. Development and testing of a magnetorheological actuator for a assistive knee brace. *Proc. of SPIE, The International Society of Optical Engineering*, 6928:69281G 1–12, 2008.
- [8] D. De Choudhury. Torsional system design relative to synchronous motor start-up with a variable frequency power supply system. *Proc. of the Int. Conference on Rotordynamics, IFToMM, Tokyo, Japan*, str. 325–328, 1986.

- 
- [9] C. Concordia. Induction motor damping and synchronizing torques. *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 71: 364–366, 1952.
- [10] S. J. Dyke, B. F. Spencer Jr, M. K. Sain i J. D. Carlson. Experimental Verification of Semi-Active Structural Control Strategies using Acceleration Feedback. *W Proceeding of the third International Conference on Motion and Vibration Control September Chiba Japan*, 3: 291–296, 1996.
- [11] B. F. Evans, A. J. Smalley i H. R. Simmons. *Startup of synchronous motor drive trains: the application of transient torsional analysis of cumulative fatigue assessment*. ASME Paper, 1985.
- [12] Sk. Ali Faruque i A. Ramaswamy. Testing and modeling of MR damper and its application to SDOF systems using integral backstepping technique. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 131, 2009.
- [13] N.R. Fisco i H. Adeli. Smart structures: Part - Active and semi-active control. *Scientia Iranica*, 18: 275–284, 2011.
- [14] T. Frischgesell, T. Krzyżyński, R. Bogacz i K. Popp. On the dynamics and control of a guideaway under a moving mass. *Heavy Vehicle Systems, A Series of the Int. J. of Vehicle Design*, 6(1/4): 176–189, 1999.
- [15] T. Frischgesell, K. Popp, H. Reckmann i O. Schütte. Regelung eines elastischen Fahrwegs inter Verwendung eines variablen Beobachters. *Technische Mechanik*, 18(1): 44–55, 1998.
- [16] T. Frischgesell, K. Popp, T. Szolc i R. Bogacz. Active control of elastic beam structures. W C. R. Burrows i P. S. Keogh, editors, *The Active Control of Vibration*, London, 1994. MEP.
- [17] R.V. Gamkrelidze, L. S. Pontryagin i G. Boltyanski. *The mathematical theory of optimal processes*. Wiley, New York, 1962.
- [18] J. Giergiel. *Tłumienie drgań mechanicznych*. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, 1990.
- [19] M. Gizelska, D. Kozanecka i Z. Kozanecki. Integrated Diagnostics of the Rotating System with an Active Magnetic Bearing. *Solid State Phenomena*, 147: 137–142, 2009.
- [20] J. Gondzio i A. Grothey. Solving non-linear portfolio optimization problems with the primal-dual interior point method. *European Journal of Operational Research*, 181: 1019–1029, 2007.

- [21] P. Gorczyca i M. Rosół. A semi-actives suspension system model. W *Proc. of the 10th Conference on Active Noise and Vibracion Control Methods*, str. 206–213, Cracov, Juni 2011.
- [22] A. Gągorowski. Badania tłumika magnetoreologicznego jako elementu zawieszenia siedziska pojazdu. *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Wydział Transportu*, 71: 43–56, 2009.
- [23] Jr. Yu-Chi Ho i A. E. Bryson. *Applied optimal control*. Hemisphere, Washington, 1962.
- [24] L. M. Jasen i S. J. Dyke. Semi-Active Control Strategies for MR-Dampers: A Comparative Study. *Journal of Engineering Mechanics*, 126(2): 795–803, 2000.
- [25] J. Jedrzejowski. *Mechanika układów korbowych siników samochodowych*. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, 1986.
- [26] B. F. Spencer Jr., S. J. Dyke, M. K. Sain i J. D. Carlson. Phenomenological Model of Magnetorheological Damper. *Journals of Engineering Mechanics*, 122: 1–23, 1996.
- [27] T. Kaczorek. *Teoria sterowania*. PWN, Warszawa, 1977.
- [28] T. Kaczorek. *Teoria układów automatycznej regulacji*. WNT, Warszawa, 1977.
- [29] S. Kaliski. *Drgania i fale w ciałach stałych: praca zbiorowa*. PWN, 1966.
- [30] D. C. Karnopp, M. J. Crosby i R. A. Harwood. Vibration control using semi-active force generators. *Journals of Engineering for Industry Transactions of the ASME*, 94: 619–626, 1974.
- [31] S. Kasprzyk. Analysis of torsional vibrations of discrete-continuous systems in a class of genralized functions. *Journal of Theoretical and Appied Mechanics*, 34: 576–596, 1996.
- [32] J. Kiciński. *Rotor Dynamics*. Institute of Fluid-Flow Machinery, Polish Academy of Sciences, 2003.
- [33] J. Kromulski i H. Kazimierczak. Damping of vibrations with using magnetoreheological fluid devices. *Journals of Research and Applications in Agricultural Engineering*, 51: 47–49, 2006.
- [34] J. Kruszewski. *Metoda sztywnych elementów skończonych w dynamice konstrukcji*. Arkady Warszawa, 1984.

- [35] Z. Kulesza i Z. Gosiewski. An FPGA Implementation of the Robust Controller for the Active Magnetic Bearing System. *Solid State Phenomena*, 147: 399–409, 2009.
- [36] W. Kurnik, P. M. Przybyłowicz i A. Tylikowski. Torsional Vibrations Actively Attenuated by Piezoelectric System. *Dynamical Problems in Mechanical Systems*, 4: 199–208, 1996.
- [37] A. Laschet. *Simulation von Antriebsystemen Modellbildung der Schwingungssysteme und Beispiele aus der Antriebstechnik*. Springer, 1987.
- [38] A. Laschet. *Simulation von Antriebsystemen*. Berlin, London, New-York, Paris, Tokyo: Springer-Verlag, 1988.
- [39] M. Makowski, L. Knap i W. Grzesikiewicz. Steuermöglichkeiten eines Schwingungssystems mit magnetorheologischen Dämpfer (MR). Development Trends in Design of Machines and Vehicles. *Zeszyty Naukowe Instytutu Pojazdów*, 63: 73–80, 2006.
- [40] M. Makowski, L. Knap i W. Grzesikiewicz. Modeling and parameters identification of controlled magneto-rheological dampers. *Modelowanie inżynierskie*, 41: 261–269, 2011.
- [41] W. Matzke. *Projektowanie mechanizmów korbowych silników samobieżnych*. PWN, Warszawa, 1974.
- [42] M. Michajłow, R. Konowrocki i T. Szolc. Vibration control of the rotating machine geared drive system using linear actuators with the magneto-rheological fluid. *Vibrations in Physical Systems*, 25: 279–284, 2012.
- [43] A. Milecki. *Ciecze elektro i magnetoreologiczne oraz ich zastosowanie w technice*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2010.
- [44] J. Onoda i K. Minesugi. Semiactive vibration suppression by variable-damping members. *AIAA J.*, 34(2): 355–361, 1996.
- [45] A.L. Orille, G.M.A. Sowilam i J.A. Valencia. A new simulation of symmetrical three phase induction motor under transformations of Park. *Computers and Industrial Engineering*, 37: 359–362, 1999.
- [46] A. Pielorz. *Fale sprężyste w dyskretno-ciągłych układach mechanicznych, praca habilitacyjna*. Prace IPPT PAN, 1992.
- [47] D. Pisarski i C. I. Bajer. Semi-active control of 1D continuum vibrations under a travelling load. *Journal of Sound and Vibration*, 329: 140–149, 2010.

- [48] P.M. Przybyłowicz. Active Damping of Resonant Vibration of Journal Bearing Assemblies in Geared System. *Symulacja w badaniach i rozwoju*, 10: 291–298, 2003.
- [49] P.M. Przybyłowicz. Torsional vibration control by active piezoelectric system. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 33: 809–823, 1995.
- [50] A. Pręgowska, R. Konowrocki i T. Szolc. Experimental verification of semi-active control concepts for torsional vibrations of the electro-mechanical system using rotary magneto-rheological actuators. W *XXV Symp. Vibrations in Physical Systems*, str. 329–334, Poznań–Będlewo, 2012.
- [51] A. Pręgowska, R. Konowrocki i T. Szolc. Semi-active control for torsional vibrations in the electro-mechanical systems by means of rotary actuators with magneto-rheological fluid. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 4: w druku, 2013.
- [52] J. Rabinow. Magnetic Fluid Torque and Force Transmitting Device, US Patent Nr. 2, 575, 360.
- [53] H. Reckmann, K. Popp i M. Ruskowski. Control of an elastic guideway using linear drivers. W *LIDIA98*, str. 114–117, Tokyo, 1998.
- [54] B. Sapiński i J. Filuś. Analysis of Parametric Models of MR Linear Damper. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 41: 215–240, 2003.
- [55] K. L. Shi, T. F. Chan, Y. K. Wong i L. S. Ho. Modelling and simulation of the three-phase induction motor using simulink. *Int. Journal of Electrical Engineering Education*, 36: 163–172, 1999.
- [56] R. Stocki, T. Szolc, P. Tauzowski i J. Knabel. Robust design optimization of the vibrating rotor shaft system subjected to selected dynamic constraints. *Mechanical systems and signal processing*, 29: 34–44, 2012.
- [57] T. Szolc. On the discrete-continuous modeling of rotor systems for the analysis of coupled lateral-torsional vibrations. *International Journal of Rotating Machinery*, 6: 135–149, 2000.
- [58] T. Szolc. *Analiza dynamiczna złożonych, dyskretno-ciągłych układów mechanicznych*. Prace IPPT, 2003.
- [59] T. Szolc i Ł. Jankowski. Active control of transient torsional vibrations due to run-up of a rotor machine driven by the electric motor. W *Vibrations in Physical Systems Vibrations and Waves'2008, Poznań University of Technology, Vol. 23*, str. 341–346, Poznań, May 2008.

- [60] T. Szolc, Ł. Jankowski, A. Pochanke i A. Magdziak (Pregowska). An application of the magnetorheological damper actuators to torsional vibration control of the rotating electro-mechanical systems. W *Proceedings of the 8th IFToMM International Conference on Rotordynamics*, str. 488–495, Seoul, Korea, September 2010.
- [61] T. Szolc i M. Michajłow. Vibration control of the coal pulverizer geared drive system using linear actuators with the magneto-rheological fluid. W *9th International Conference on Vibrations in Rotating Machines*, str. 1–10, Darmstadt, February 2011.
- [62] T. Szolc, M. Michajłow i R. Konowrocki. On electromechanical dynamic coupling effects in the semi-actively controlled rotating machine drive system driven by the induction motor. W *10th International Conference on Vibrations in Rotating Machines*, ID– 258, Berlin, February 2013.
- [63] T. Szolc, P. Tuzowski, J. Knabel i R. Stocki. Nonlinear and parametric coupled vibrations of the rotor-shaft system as fault identification symptom using stochastic methods. *Nonlinear Dynamics*, 57: 533–557, 2009.
- [64] A. Tabesh i R. Iravani. On the application of the complex torque coefficients method to the analysis of torsional dynamics. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 71: 268–275, 2005.
- [65] R. Vinter. *Optimal control*. Birkhauser, Boston, 2000.
- [66] A. Wachter, C. Visweswariah i A. R. Conn. Large-scale nonlinear optimization in circuit tuning. *Future generation computer systems*, 21: 1251–1262, 2005.
- [67] Z. Walczyk i J. Kiciński. *Dynamika turbozespołów energetycznych*. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2001.
- [68] D. C. White i H. H. Woodson. *Electromechanical energy conversion*. New York: Wiley, 1959.
- [69] G. Winslow, B. F. Spencer, J. D. Carlson i M. K. Sain. Large-scale mr fluid dampers: modeling and dynamic performance considerations. *Engineering Structures*, 24: 309–323, 2002.
- [70] J. Zapomel i P. Ferfecki. Application of controllable magnetorheological damper for reducing lateral vibration of rotors excited by a baseplate oscillation- a computational investigation. W *9th International Conference on Vibrations in Rotating Maschine*, ID– 51, Darmstadt, Germany, February 2011.



- 
- [71] J. Zapomel i P. Ferfecki. Investigation of the vibration reduction of a flexiblysupported jeffcott rotor damped by semiactive elements working on the principle of squeezing thin layers of nominal and magnetorheological oils. W *10th International Conference on Vibrations in Rotating Maschine*, str. 409–418, September, February 2012.
- [72] V. M. Zavala, C. D. Laird i L. T. Biegler. Interior-point decomposition approaches for parallel solution of large-scale nonlinear parameter estimation problems. *Chemical Engineering Science*, 63: 4834–4845, 2008.