

**Opinia**  
**o rozprawie doktorskiej mgr. inż. Piotra Sadłowskiego**  
**pt. "Parametryzacje rotacji i algorytmy rozwiązywania równań dynamiki**  
**z rotacyjnymi stopniami swobody".**

Praca obejmuje tematycznie jedno z najtrudniejszych zagadnień nieliniowej mechaniki - problem opisu skończonych obrotów ciał sztywnych. Ścisły opis matematyczny przejścia ciała do nowej konfiguracji jest szeroko opisywany w literaturze. Mimo tego już w statycznych i quasi-statycznych zastosowaniach komputerowych zwykle przyjmuje się liczne uproszczenia, ograniczające stosowanie algorytmów do umiarkowanie małych przemieszczeń i obrotów. Dopuszcza się błędy wynikające z ułomności opisu matematycznego i nazywa je błędami numerycznymi lub błędami przybliżeń. Są one trudne do zweryfikowania przez przeciętnego użytkownika i dlatego, przy braku nacisku na twórców oprogramowania, nie są eliminowane. Nie bez przyczyny jest tu skomplikowany matematycznie aparat opisu zjawiska. W zadaniach dynamiki z kolei dochodzą jeszcze dodatkowe dwa aspekty: opis dynamiczny zjawiska oraz akumulacja błędów każdego kroku obliczeniowego. Ten ostatni element decyduje o przydatności opisów zastosowanych w algorytmach.

Zjawiska ujęte w rozprawie mgr. Sadłowskiego dotyczą bardzo szerokiego zakresu zastosowań: od konstrukcji inżynierskich, takich jak konstrukcje powłokowe, lekkie przekrycia strukturami prętowymi, przez zastosowania mechatroniczne w konstrukcjach robotów przemysłowych, procesy wytwarzania, po znane z życia codziennego drobne elementy klawiatur komputerowych czy telefonów. Poprawny model i opis zjawiska, a następnie wnioski wynikające z symulacji komputerowej pozwalają w metodyczny sposób poprawić jakość i wydłużyć żywotność wielu produktów i konstrukcji.

W pracy postawiono następujący cel:

- 1) zbadanie sposobów parametryzacji grupy rotacji pod kątem ich zastosowania w algorytmach numerycznych,
- 2) zbadanie algorytmów numerycznych dynamiki w zadaniach z rotacyjnymi stopniami swobody.

Tezą pracy jest twierdzenie, że niektóre sposoby parametryzacji rotacji nie nadają się do zastosowań w dynamice, a inne, wskazane w pracy, charakteryzują się korzystnymi własnościami. Tezę tę udowodniono. Przedstawiono pewne twierdzenia matematyczne i udowodniono je.

Z uwagi na wspomniany wyżej stan wiedzy oraz ważność problemu, temat i zakres pracy sformułowano właściwie.

### **Opis pracy**

Praca doktorska liczy 143 strony. Zawiera sześć rozdziałów, spis literatury liczący 40 pozycji, oraz pięć dodatków, w których zamieszczono wyprowadzenia matematyczne, twierdzenia i dowody.

We wstępie przedstawiono cel pracy, omówiono przytoczoną literaturę oraz zamieszczono wykorzystywane w pracy podstawowe własności algebry.

Rozdział drugi wybrane typy parametryzacji specjalnej grupy macierzy ortogonalnych  $SO(3)$ , służących do opisu rotacji. Opisano pięć typów parametryzacji i podano odwzorowania definiujące przy pomocy danych parametrów macierze rotacji oraz odwzorowania do nich odwrotne. Wprowadzono równanie generujące tensory rotacji na podstawie zadanego tensora prędkości kątowej.

Rozdział trzeci prezentuje opis dynamiki bryły sztywnej, z uwzględnieniem ruchu obrotowego w postaci nadającej się do opisu skończonych rotacji. Algorytmy obliczeniowe stosowane do obliczeń i testów zadań dynamiki w rozdziale czwartym pracy wykorzystują uzyskane tu równania.

Rozdział piąty zawiera przykłady obliczeń numerycznych. Przedstawiono przykład niestabilnej rotacji wokół osi o pośrednim momencie bezwładności. Wykazano wybiórcze zachowawcze własności algorytmów w odniesieniu do energii kinetycznej, momentu pędu i normy momentu pędu. W podsumowaniu pracy autor zwięźle opisuje uzyskane wyniki oraz wnioski.

Pracę napisano starannie. Przedstawiony materiał jest usystematyzowany. Zamieszczone w dodatkach wyprowadzenia i dowody niektórych twierdzeń stanowią bezsprzecznie liczący się wkład naukowy w dziedzinie metod komputerowych dynamiki.

### Uwagi szczegółowe

1. Jedno z podstawowych zagadnień rozprawy dotyczy całkowania równań różniczkowych ruchu, w przypadku zmiennych współczynników. Znane z literatury metody całkowania tych równań odnoszą się do równań o stałych współczynnikach. Równowaga sił równania ruchu ustalana jest w określonej chwili i na tej podstawie budowany jest schemat obliczeniowy. W takim przypadku możemy oszacować dokładność oraz określić analitycznie kryteria stabilności metody. W równaniach nieliniowych lub równaniach liniowych o zmiennych współczynnikach zarówno dokładność jak i stabilność szacuje się przy założeniu stałych wartości współczynników w przedziale czasowym, a więc w przypadku zlinearyzowanym. Takie podejście wydaje się zawodne w zastosowaniu do problemów przedstawionych w rozprawie. To też jest źródłem niektórych błędów pokazywanych w pracy (np. na rys. 4.5).

Istnieje metoda czasoprzestrzennej aproksymacji równań różniczkowych. Pozwala ona na opis równania ruchu w sposób ciągły w warstwie czasu. Zmieniające się w przedziale czasu przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia uwzględniane są w sposób całkowity, wraz z odpowiednim wpływem nieliniowości. Wynikowe formuły, będące całkami w czasie i przestrzeni, dają dokładniejsze wyniki. Metoda ta przede wszystkim pozwala na poprawne matematycznie sformułowanie schematów krokowych w przypadku zadań o zmiennych współczynnikach. W niektórych zagadnieniach jest jedyną metodą pozwalającą uzyskać wyniki numeryczne. Należałoby w bieżących lub przyszłych pracach wziąć pod uwagę sformułowania czasoprzestrzenne.

2. Z opisu kończącego punkt 1 na str. 44 wynika, że w metodzie punktu środkowego warunek stabilności (2.171) nie jest spełniony przy żadnej wartości kroku czasowego  $h$ . Metoda punktu środkowego jest w istocie przykładem rodziny wyższego rzędu metod, zwanych metodami Rungego-Kutty (R-K) i odpowiada metodzie R-K drugiego rzędu. Chociaż przy małych wartościach kroku  $h$  prędkość rozbiegania się rozwiązania równania różniczkowego ruchu jest stosunkowo niska, jak można uzasadnić wykorzystanie metody niestabilnej w pracy? Autor powinien rozważyć wybór metody zupełnie innego typu, jak np. metoda Parka-Hausnera. Czy ta metoda w ogóle mogłaby być skutecznie zastosowana? Może należałoby uwzględnić wspomnianą wcześniej metodę czasoprzestrzennej aproksymacji.

