

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr inż. Przemysława PANASZA  
zatytułowanej: „Nieliniowe modele powłok z 6 stopniami swobody bazujące na  
dwustopniowych aproksymacjach”

### 1. Główne założenia i zakres pracy.

Recenzowana praca poświęcona jest zagadnieniom teoretycznym i numerycznym związanym z opracowaniem i implementacją 9-cio węzłowych powłokowych elementów skończonych bazujących na kinematyce Reissnera oraz na tensorze odkształcenia Greena. Poprzez odpowiedni dobór przestrzeni konfiguracyjnej układu odniesienia ustroju powłokowego, autor wprowadził dodatkowy parametr obrotu wokół wektora normalnego do powierzchni powłoki uzyskując możliwość jego bezpośredniej prezentacji. Dla wprowadzonych elementów powłokowych autor dodatkowo zaproponował i implementował szereg modyfikacji metod pozwalających na skuteczną eliminację efektów zakleszczenia (zablokowania, przeszywnienia) od ścinania poprzecznego i zakleszczenia membranowego. W tym obszarze autor badał metodę dwustopniowej aproksymacji (ang. *Assumed Strain (AS)*) oraz metodę selektywnego zredukowanego całkowania (ang. *Selective Reduced Integration (SRI)*). Własności opracowanych elementów skończonych oraz modyfikowanych metod autor testował z wykorzystaniem profesjonalnych systemów modelowania zagadnień naukowych i inżynierskich jak ADINA, ABAQUS oraz własnymi programami bazującymi na systemie FEAP.

Autor postawił sobie zadanie wprowadzenia i weryfikacji nieliniowego modelu powłoki z sześcioma stopniami swobody wykorzystującego dwustopniową aproksymację. Proponowane aproksymacje, pozwalają na istotne ograniczenie niepożądanych efektów zakleszczenia w procesie analizy numerycznej dużych deformacji ustrojów powłokowych.

Praca składa się z 7-miu rozdziałów, spisu treści, streszczeń w języku polskim i angielskim, zestawienia oznaczeń, bibliografii o 101 pozycjach oraz krótkiego dodatku. Całość obejmuje 139 stron i zawiera 86 rysunków i 27 tabel.

Zasadniczymi częściami pracy są:

- prezentacja na gruncie mechaniki ośrodków ciągłych, równań trójwymiarowego kontinuum z uwzględnieniem wprowadzonej rotacji wokół normalnej do powłoki. Pozwalają one na wyprowadzenie odpowiednich funkcjonałów: energii odkształcenia, obciążeń zewnętrznych oraz więzów na rotacje, które po wprowadzeniu odpowiedniej aproksymacji są wykorzystane do wyprowadzenia równań dla powłok. Znajdujemy tutaj między innymi opisy kinematyki powłoki przy przyjęciu hipotezy Reissnera oraz charakterystykę związków konstytutywnych dla materiału Saint Venanta-Kirchoffa wykorzystanych w analizie.
- implementacja Metody Elementów Skończonych (MES) w zagadnieniach analizy deformacji ustrojów powłokowych. Autor, bazując na dwupolowym funkcjonałe dla trójwymiarowego kontinuum wyprowadza podstawowe charakterystyki modelu MES układu powłokowego. Wykorzystuje system *AceGen* pozwalający na automatyczne symboliczne różniczkowanie elementów wprowadzonego funkcjonału dla uzyskania

kolejnych elementów macierzy sztywności, operatora stycznego i wektora residuum. Tę część pracy autor zamyka przywołaniem technik rozwiązywania układów równań nieliniowych, metodą Newtona z możliwością śledzenia ścieżki.

- omówienie charakterystyki izoparametrycznego 9-cio węzłowego elementu powłokowego ze szczególnym uwzględnieniem zagadnienia numerycznego całkowania funkcjonu dla powłoki. Kolejnym elementem jest tutaj dobór parametru regularyzującego  $\gamma$ , występującego w sformułowanym przez autora dwu-polowym funkcjonale powłoki. Jest on proponowany jako wartość optymalna z przeprowadzonych testów numerycznych.
- przeprowadzenie analizy wpływu początkowych zniekształceń elementu (odejście od regularnego rozmieszczenia węzłów) na poprawność aproksymacji.
- kompleksowa analiza zagadnienia zakleszczenia elementów powłokowych na przykładzie elementu belkowego ze wskazaniem sposobów jego eliminacji poprzez wprowadzenie całkowania zredukowanego oraz dwustopniowej aproksymacji odkształceń. Na tej bazie, opracowanie powłokowego elementu skończonego 9-AS, dla którego wprowadzono dwustopniową aproksymację odkształceń oraz łączne traktowanie próbkowania i całkowania numerycznego.
- zastosowanie metody dwustopniowej aproksymacji dla pola gradientu przemieszczenia implementowane w autorskim elemencie 9-ADG (ang. *Assumed Displacement Gradient*) oraz analiza efektywności metody selektywnego całkowania w elemencie 9-SRI.
- numeryczna weryfikacja własności wprowadzonych elementów skończonych 9-AS, 9-AGD, 9-SRI w szeregu testach numerycznych, (*patch tests*) dotyczących prostych układów elementowych jak również złożonych konstrukcji inżynierskich.

## 2. Ogólne uwagi o pracy.

Praca dotyczy trudnej tematyki związanej z opracowaniem i weryfikacją 9-cio węzłowych elementów powłokowych wykorzystywanych w modelowaniu dużych deformacji (przemieszczeń i rotacji) ustrojów powłokowych. W pracy implementowano szereg modyfikacji metody dwustopniowej aproksymacji, pozwalających na eliminację zarówno zakleszczenia od ścinania poprzecznego jak i membranowego. Jest ono efektem bardzo niepożądanym, wynikającym między innymi z niedopasowania aproksymacji poszczególnych członów energii poprzez funkcje aproksymujące niskiego rzędu. Rozprawa ma charakter teoretyczno-obliczeniowy. Rozważana tematyka lokalizuje pracę w obszarze metod komputerowych mechaniki na kierunku badań związanym z rozwojem numerycznych metod aproksymacji. Jej celem jest rozwijanie i poprawianie efektywności metod numerycznego modelowania deformacji złożonych układów inżynierskich metodą elementów skończonych.

W trakcie czytania rozprawy recenzentowi nasunęły się następujące uwagi ogólne, które w tym miejscu chciałbym poruszyć:

1. Zdaniem recenzenta autor bardzo precyzyjnie przeprowadził czytelnika przez zagadnienia związane z wyprowadzeniem równań powłoki w trójwymiarowym kontinuum. Właściwie przedstawił kinematykę i odkształcenia powłoki operując odpowiednimi gradientami przemieszczenia i deformacji. W tym miejscu nie do końca jest jasne pojęcie konfiguracji naturalnej. Czy jest ona jedynie niezdeformowaną konfiguracją początkową bez naprężeń wstępnych? W literaturze często konfiguracja naturalna jest interpretowana jako konwekcyjny układ współrzędnych materialnych. Biorąc pod uwagę dopuszczenie dużych deformacji pojawia się konieczność wprowadzenia tzw. konfiguracji odniesienia. Czy w pracy pokrywa się ona z konfiguracją początkową?

