dr hab. inż. Piotr Kowalczyk
Zakład Metod Komputerowych
IPPT PAN

Warszawa, dn. 29 września 2008 r.

R E C E N Z J A

rozprawy doktorskiej mgra Jakuba Lengiewicza pt.
„Analiza wrażliwości dla zagadnień kontaktowych z tarciem"

Tematem recenzowanej rozprawy jest sformułowanie matematyczne i implementacja numeryczna analizy wrażliwości parametrycznej w obliczeniowych zagadnieniach mechaniki ciał odkształcalnych z kontaktowymi warunkami brzegowymi. Jest to bardzo ważny problem z punktu widzenia praktycznych zastosowań. Analiza wrażliwości jest cennym narzędziem w zastosowaniach m. in. do optymalizacji konstrukcji, rozwiązywania problemów identyfikacji, czy studiów parametrycznych. Tymczasem wyprowadzenie równań analizy wrażliwości dla tak złożonego nieliniowego zagadnienia jak kontakt jest trudnym i ambitnym zadaniem badawczym. Dlatego podjęcie tego zadania przez Doktoranta uważam za słuszne i celowe.

Praca składa się z ośmiu rozdziałów. We wstępnym rozdziale 1 Autor przedstawia motywację podjęcia tematu wraz z licznymi odwołaniami do literatury przedmiotu, oraz cel i zakres pracy. W rozdziale 2 przypomniane są podstawowe równania mechaniki ciał odkształcalnych z kontaktowymi warunkami brzegowymi z tarciem Coulomba, uwzględniające nieliniowości natury geometrycznej. Równania te przedstawione są w postaci różniczkowej, a także, po zastosowaniu regularyzacji warunków kontaktowych metodą rozszerzonych mnożników Lagrange'a, w postaci równań wariacyjnych, bardziej przydatnych do zastosowań obliczeniowych.

Rozdział 3 zawiera sformułowanie analizowanego zagadnienia w postaci dyskretnej, z zastosowaniem formalizmu metody elementów skończonych. Szczególną uwagę Autor poświęca kwestii dyskretyzacji powierzchni kontaktowych i jej konsekwencji dla istnienia i zbieżności rozwiązania. Przedstawia metody numerycznego wygładzania powierzchni, w tym własną oryginalna metodę parametryzacji płatami Béziera w oparciu o układ 9 sąsiadujących węzłów.

Główną część pracy, stanowiącą oryginalne osiągnięcie Autora, stanowią Rozdziały 4–6. W rozdziale 4 Autor formułuje zagadnienie analizy wrażliwości parametrycznej dla klasy problemów omówionej w poprzednich rozdziałach. Przedstawia wady i zalety podejścia perturbacyjnego i analitycznego oraz wyprowadza równania i algorytmy numeryczne służące do zastosowania tego ostatniego. Wykorzystuje tu formalizm metody bezpośredniego różniczkowania (DDM), właściwej dla zagadnień zależnych od ścieżki całkowania po czasie.

Rozdziały 5 i 6 poświęcone są implementacji numerycznej przedstawionych przez Autora sformułowań matematycznych. W rozdziale 5 przedstawia on szczegóły przebudowy i wzbogacenia środowiska programowania AceFEM, służącego do numerycznej analizy zagadnień mechaniki metodą elementów skończonych przy pomocy procedur numerycznych zapisanych w sposób symboliczny, o składniki niezbędne do analizy kontaktu i wrażliwości. W rozdziale 6 przedstawione zostały szczegółowe algorytmy działania elementów kontaktowych, w szczególności dla procedur wykrywania kontaktu, budowy macierzy sztywności oraz wektorów prawych stron dla zagadnienia podstawowego i wrażliwości.

W rozdziale 7 Autor podaje przykłady obliczeń numerycznych, wszechstronnie obrazujących możliwości wyprowadzonych sformułowań i utworzonego oprogramowania. Rozdział 8 zawiera podsumowanie wyników i wnioski na temat obszarów ich zastosowań oraz propozycji kierunków dalszych badań. Całość wieńczy wykaz bibliografii, zawierający 85 dobrze dobranych pozycji.

Rozprawa napisana jest w sposób przejrzysty. Materiał jest spójny i stanowi logiczną całość. Praca przedstawia oryginalne sformułowanie zagadnienia mechaniki zorientowane na zastosowania obliczeniowe i ma duże walory naukowe. Tematyka ma istotne znaczenie praktyczne, ponieważ kontaktowe warunki brzegowe występują w większości nieliniowych problemów inżynierskich, zaś analiza wrażliwości dla takich przypadków nie była dotąd przedmiotem badań, a tym bardziej implementacji numerycznych. Pod względem poziomu naukowego rozprawa niewątpliwie zasługuje na wysoką ocenę.

W treści rozprawy można jednak doszukać się pewnych nieścisłości i niekonsekwencji. Wymienię tu najważniejsze z nich:

1. Na s. 31 w ostatnim akapicie Autor robi uwagę, że wyprowadzone powyżej wzory na całkowanie przestrzenne określonych wyrażeń po objętości elementu skończonego nie dotyczą elementów zawierających np. sformułowania *enhanced strain*, *selective reduced integration*, itp. Powstaje pytanie, czym istotnym różnią się te bardziej zaawansowane sformułowania od przedstawionego w rozprawie, w kontekście ogólnej budowy i postaci równań (nie chodzi mi tu o szczegóły wzorów, ale o naturę ogólnych zależności). Może się bowiem u czytelnika nasunąć w tym miejscu podejrzenie, że przedstawiona dalej metodyka wyprowadzania równań wrażliwości nie obejmuje tych bardziej zaawansowanych sformułowań elementów skończonych, a przecież Autor używa takich elementów w przykładach numerycznych (np. Rozdz. 7.5)

2. Na s. 36_{17-15} Autor wprowadza nieco ograniczające ogólność rozważań założenie, że powierzchnia ciała *master* jest zdyskretyzowana wyłącznie elementami czworobocznymi. Z dalszych rozważań, a w szczególności ze wzoru na pole elementu kontaktowego A_0 podanego w ramce 6.2a, okazuje się, że to samo założenie poczynił on także dla powierzchni *slave*, o czym nie wspomina.

3. Na początku rozdziału 4, gdzie Autor wprowadza pojęcie pochodnej rozwiązania względem parametrów projektowych ϕ_i, brakuje komentarza na temat kwestii istnienia takiej pochodnej. A może ona nie istnieć, m. in. jeżeli parametry projektowe mają naturę dyskretną, a także — i to dotyczy zwłaszcza zagadnienia kontaktowego — jeżeli zależność rozwiązania od tych parametrów nie jest gładka i pochodna ta w określonych punktach i chwilach czasowych jest nieciągła. Powstaje pytanie, jaki wynik dadzą obliczenia programem Autora w takiej sytuacji?

4. Istnieje w pracy pewien konflikt oznaczeń, który, w powiązaniu z przeskokami myślowymi Autora utrudnia zrozumienie wyprowadzenia sformułowania analizy wrażliwości w rozdziale 4. Wcześniej, w rozdziale 3, przez $\mathbf{u}$ oznaczono wektor przemieszczeń węzłowych modelu dyskretnego, który wraz z wektorem mnożników Lagrange'a $\boldsymbol{\lambda}$ stanowi wektor niewiadomych współczynników w sformułowaniu zagadnienia mechaniki z warunkiem kontaktowym. W rozdziale 4.3 to samo oznaczenie $\mathbf{u}$ odnosi się, jak się domyślam, do całego wektora niewiadomych współczynników, czyli zawierającego mnożniki $\boldsymbol{\lambda}$. Ponadto, macierz sztywności $\mathbf{K}$, zdefiniowana jako macierz współczynników po