

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Vasyla Kovalchuka "NONLINEAR MODELS OF COLLECTIVE AND INTERNAL DEGREES OF FREEDOM IN MECHANICS AND FIELD THEORY. SYMMETRY PROBLEMS"

Powszechnie wiadomo, iż idee symetrii leżą u podstaw fizyki i są od co najmniej 100 lat jednym z jej podstawowych narzędzi. Zastosowanie teorii symetrii oraz metod geometrii różniczkowej, inspirowane rozwojem teorii fizycznych, a zwłaszcza teorii Einsteina-Poincarego oraz ogólnej teorii względności, zostało przeniesione po pewnym czasie na inne dziedziny fizyki oraz mechaniki dzięki pracom Birkhofa, Landau, Taylora, Sedova i wielu innych autorów, którzy, nie zawsze zdając sobie z tego sprawę, używali idei symetrii do rozwiązywania problemów nieliniowych. Należy zauważyć iż sama teoria grup Liego, która powstała pod koniec XIX stulecia na potrzeby teorii równań różniczkowych i która przez długie lata znajdowała się na uboczu głównych nurtów rozwoju matematyki stosowanej, doznała gwałtownego impulsu w drugiej połowie XX stulecia, gdy rozpoczęto ją regularnie stosować do równań fizyki oraz mechaniki. Rzecz jest w tym, że stosowanie metod symetrii opartych na teorii grup Liego do równań różniczkowych bywa skuteczne jedynie wtedy, gdy równanie różniczkowe posiada nietrywialną symetrię, a każde fundamentalne równanie fizyczne powinno co najmniej zawierać informację o własnościach geometrycznych czasoprzestrzeni, być zgodne z zasadą względności oraz z inną fundamentalną zasadą, która głosi że procesy fizyczne nie zależą od wyboru jednostek fizycznych. Symetrie te, które są w pewnym sensie "obowiązkowe" dla równań fundamentalnych oraz służą narzędziem do wyprowadzenia takich równań, występują nieraz jako element trywialny, gdyż ujmują jedynie kinematyczne aspekty badanego modelu i nie są w żaden sposób związane z dynamiką.

W pracy doktorskiej Vasyla Kowalchuka idee symetrii znajdują zastosowanie przy konstruowaniu nieliniowych modeli zarówno klasycznych, jak i kwantowych. Odmiennością podejścia lansowanego przez autora jest to, iż w swej pracy nie ogranicza się on do opisu procesów kinematycznych, lecz wyraźnie dąży do konstruowania modeli dynamicznych. Drugą cechą charakterystyczną pracy jest to, że jej autora interesują przede wszystkim zagadnienia istotnie nieliniowe, dla których (nie licząc sytuacji w pewnym sensie wyjątkowych) nie ma obecnie metod pozwalających uzyskiwać rozwiązania ogólne. Sformułowanie zagadnienia w języku geometrycznym, w przypadku gdy jest ono niezmiennicze względem jednej z rozpatrywanych w pracy grup Liego, prowadzi nieraz do zupełnej lub częściowej całkowalności problemu, co jednak nie jest tu celem samym w sobie.

Kolejną cechą charakterystyczną referowanej pracy jest to, iż w poszczególnych jej częściach rozpatrywane są, na pierwszy rzut oka, bardzo różniące się modele: klasyczne ośrodki ciągłe, układy dynamiczne, równania kwantomechaniczne oraz równania służące do opisu pól kwantowych. Otóż cechą wspólną łączącą te różnorakie modele jest ich symetria. Okazuje się, że użycie grupy Liego jako przestrzeni "nośnej" pozwala na skonstruowanie w pewnym sensie uniwersalnego aparatu matematycznego.

Przechodząc do omawiania treści zagadnień oraz wyników uzyskanych w pracy doktorskiej, pragnąłbym jeszcze raz podkreślić, iż podstawową ideą, a za razem i środkiem technicznym wykorzystywanym w niniejszej pracy jest utożsamianie przestrzeni fizycznej

z pewną (zależną od treści zagadnienia) grupą klasyczną. Na odmianę od prac poprzedników, którzy rozwijali analogiczne metody dla bryły sztywnej oraz cieczy nieściśliwej w oparciu, odpowiednio, o grupę $SO(n)$ oraz grupę dyfeomorfizmów, zachowujących objętość, autor niniejszej rozprawy po raz pierwszy wykorzystał do tych celów grupę afiniczną, grupę rzutową oraz grupę konforemną, rozszerając w ten sposób istotnie ilość modeli dla których można uzyskać opis w ramach rozwijanego formalizmu.

W pierwszym, niejako wstępnym, rozdziale autor prowadzi analizę kolektywnych stopni swobody, wprowadzając w przypadku ośrodka ciągłego lub pola dyskretyzację opartą na metodzie momentów. Z powstającego przy tym nieskończonego układu równań zwyczajnych wyłania autor skończeniowym układ dynamiczny, opisujący "parametry porządku" lub, innymi słowy, dynamikę kolektywnych stopni swobody układu, przy zaniebaniu oddziaływania z odrzuconą częścią. W wielu zagadnieniach odpowiada to formalnemu narzuceniu więzów (typowym przykładem tu może być bryła sztywna lub afinicznie-sztywna). Oprócz opisu formalnego przejścia od modelu ciągłego do układu dynamicznego, opisującego dynamikę uaktywnionych stopni swobody, omawia się w tym rozdziale fundamentalną ideę zaczerpniętą z prac Arnolda, Hermanna, Marsdena, Sławianowskiego, którzy utożsamiali przestrzeń konfiguracyjną z pewną grupą Liego, mianowicie z grupą niezmienniczości układu. Zastosowanie tego podejścia daje możliwość wykorzystania struktury analitycznej grup Liego, co nie raz prowadzi wprost do rozważań ścisłych, a w ogólnym wypadku usprawnia w znaczącym stopniu analizę jakościową. Na końcu tego rozdziału autor wprowadza ważne pojęcie afinicznej bryły sztywnej, ujawnia mechanizm konstrukcji formalizmu kanonicznego (funkcji Lagrange'a, struktury algebraicznej etc.) w oparciu o odpowiednią grupę Liego.

W Rozdziale 2 dla układu dynamicznego, lewo- lub prawostronnie niezmienniczego względem grupy afinicznej realizuje się podana wyżej ogólna konstrukcja formalizmu kanonicznego, następnie w podrozdziale 2.2 precyzuje się modele dla ciał przestrzennie lub materiałowo jednorodnych. Modele te są, odpowiednio, (lewo-) prawostronnie niezmienniczego względem grupy afinicznej oraz (pravo-) lewostronnie niezmiennicze względem grupy $SO(n)$. Pod koniec rozdziału analogiczny formalizm rozwija się w oparciu o grupę rzutową, która jest znacznie bardziej ogólna od grupy afinicznej. Cechą charakterystyczną powyższych konstrukcji jest to, że, na odmianę od innych autorów stosujących tenże formalizm, autor niniejszej rozprawy nie ogranicza się opisem modeli geodezyjnych bez potencjału, który, na ogół, redukuje symetrię zagadnienia. Zaletą i niewątpliwym osiągnięciem danej rozprawy jest to, że po przeanalizowaniu zagadnienia autor dał pozytywną odpowiedź na pytanie co do możliwości konstrukcji skutecznych rachunkowo modeli dla ciała deformowalnego jednorodnie.

Głównym motywem badań opisanych w Rozdziale 3 służy wynikająca czasem konieczność opisu makroskopowych przejawów zjawisk kwantowomechanicznych. Jako typowe przykłady można tu nadmienić zjawiska nadprzewodnictwa i nadciekłości.

Na początku Rozdziału 3 podsumowywane są klasyczne modele oparte na niezmienniczości względem grupy afinicznej. Przepisuje je autor w postaci dogodnej do kwantowania, omawiając jeszcze raz afiniczno-niezmiennicze modele z energią potencjalną (p. 3.1.5). W p. 3.2 opracowuje autor zarówno ogólny schemat teoretyczny jak i metody rachunkowe

