Dr hab. Andrzej J. Turski
IPPT-PAN, Doc. Emerytowany

Warszawa, Czerwiec 25, 2005

Recenzja rozprawy doktorskiej pt.
„Ciało afinicznie sztywne w zakrzywionych przestrzeniach i rozmaitościach o stałej krzywiźnie"
Mgr-a Barbary GOŁUBOWSKIEJ

Geometria przekształceń afinicznych, to jeden z najlepiej zbadanych fragmentów matematyki. Często służy on do przybliżania bardzo skomplikowanych obiektów, np. fraktali i dynamiki ciał.

Należy wspomnieć, że współczesna grafika komputerowa i filmowa opiera się na modelach przekształceń afinicznych, analiza obrazów tomografii komputerowej- rezonansu magnetycznego mózgu, naczyń wieńcowych i serca często opiera się na modelach ciała „afinicznie sztywnego" w płaskich przestrzeniach Euklidesa, tj. przestrzeniach Riemanna o stałej krzywiźnie typu parabolicznego. Ruchy kończyn robotów modeluje się w oparciu o kinematykę i dynamikę ciała sztywnego i afinicznie deformowanego.

Przedmiotem rozprawy jest głównie inny aspekt modelu afinicznych stopni swobody. Chodzi o ruch „małych" ciał sztywnych i afinicznie deformowanych w zakrzywionych przestrzeniach Riemanna, a w szczególności modele dwuwymiarowe, które dla pewnej klasy potencjałów są ściśle rozwiązywalne analitycznie przy pomocy kwadratur.

Rozprawa składa się z 6-ciu Części i obszernej bibliografii zawierającej 102-ie pozycje.

<u>Część 1</u> (18 str. i 4 rozdz.) zawiera wstępne pojęcia mechaniki ciała „afinicznie sztywnego". Przytacza się definicję ciała sztywnego (metrycznie) oraz afinicznie sztywnego. W znacznej części literatury anglojęzycznej nie funkcjonują terminy ciała „metrycznie sztywnego" i „afinicznie sztywnego". Sztywność nie jest zmieniana przymiotnikiem, natomiast dodaje się opis „deformowana afinicznie" i wtedy jest to „pseudo-sztywne ciało".

Następnie podano ogólną definicje przestrzeni konfiguracyjnej Q jako odpowiedniego iloczynu kartezjańskiego i obszernie omówiono konfigurację ciał w przestrzeni Riemanna. Zwracam uwagę na następujące ustalenia autorki ze względu na zasadnicze odniesienia do dalszej części pracy a w szczególności do jej części oryginalnej:

1° Odwzorowania afiniczne, w przestrzeni Riemana zachowują operację różniczkowania kowariantnego

2^o Na ogół nie można wprowadzić pojęcia ciała rozciągłego sztywnego lub afinicznie deformowanego w ogólnej przestrzeni Riemanna.

3^0 Można rozważać infinitezymalne (próbne, „małe") ciała sztywne z doczepioną bazą g – ortonormalną, lub infinitezymalne ciała afiniczne, tzn. punkt z *doczepioną baza ogólną.*

4^o W przypadku ciał rozciągłych w płaskiej przestrzeni opis jest możliwy i został zwięźle przedstawiony.

Wprowadzono dwa pola; ortonormalne baz liniowych i dualne ortonormalnych ko-baz oraz przedstawiono ich relacje. Zauważa się, że ortonormalność nie jest zasadniczo niezbędna, lecz ułatwia znacznie analizę problemu.

W celu opisu kinematyki w przestrzeni materialnej i fizycznej zdefiniowano tensory deformacji (Greena, Cauchy'ego, Lagrange'a i Eulera), symetrie kinematyczne, niezmienniki deformacji i kwadrupolowy, przestrzenny moment bezwładności.

Rozdział 3 tej Części poświęcony jest pojęciu energii kinetycznej T w przestrzeni konfiguracyjnej Q. Jedną z najważniejszych własności -dla dalszego postępu prac– są tu grupy symetrii dla modeli energii, tj. grupy izomerii odpowiednich struktur riemannowskich, (Q, Γ) gdzie Q – jest przestrzenią konfiguracyjną a Γ – efektywną metryką. W dalszej części Rozdz. 3, Cz. 1 omawia się model d'Alamberta, model izotropowy w przestrzeni fizycznej i afiniczny w przestrzeni mikromaterialnej oraz model afiniczny w przestrzeni i ciele. Jest to skrócony opis tego tematu zawarty w wielu pracach opublikowanych przez Autorkę i członków grupy badawczej J.J. Sławianowskiego. Na zakończenie Cz. 1 wprowadzono podstawowe informacje o metryce Killinga i iloczynie Cartana-Killinga.

<u>*Uwagi Ad. Cz. 1.*</u> *Część ta ma wprowadzić pojęcia- w możliwie przejrzysty sposób, które mają znaleźć zastosowania w dalszej części pracy. Nie jestem przekonany, że taką rolę spełnia Rozdz. 3. Dla przykładu przytaczam następujące zdanie* „ Kowariantna pochodna w sensie Γ i kowariantna pochodna w sensie Levi-Civita są takie same w przestrzeni Riemana, ale w przestrzeni Riemanna-Cartana – (M, Γ, g) gdzie $\nabla g = 0$, ale Γ nie jest symetryczne", *w którym nie mogę dopatrzyć się sensu. Nie tylko czytelnik może się pogubić, czytając ten rozdział. Również „buchalteria" indeksów nie została zachowana i mamy nadmiar indeksów „krótkie" i, np. wzory na str. 10, 11. W pracy Autorki, poz. Bib. [32], można znaleźć poprawne indeksowanie tych wzorów.*

<u>**Część 2**</u> (8 str. i 4 rozdziały). Próbne ciało w przestrzeni Riemanna i mechanika ciała afinicznie sztywnego.