

Recenzja

rozprawy doktorskiej mgr Barbary Gołubowskiej pt.

Ciało afinicznie sztywne w zakrzywionych przestrzeniach i różnaitościach o stałej krzywiznie

Przedstawiona mi do recenzji rozprawa doktorska została napisana w Zakładzie Teorii Ośrodków Ciągłych Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN pod kierunkiem prof. dr hab. Jana Jerzego Sławianowskiego. Najogólniej mówiąc, praca dotyczy ruchu na różnaitościach Riemanna "małych" ciał (a w granicy punktów materialnych) z wewnętrznymi stopniami swobody. Wewnętrzne stopnie swobody związane są z obrotami oraz z deformacjami ciał. Zagadnienia omówione w pracy stanowią kontynuację wieloletnich badań promotora pracy i wielu jego współpracowników. Problemy tego typu mają już dość długą historię i obszerną literaturę.

Metody matematyczne wykorzystywane w pracy najogólniej można zaliczyć do geometrii różniczkowej, w tym do teorii wiązek głównych, grup Liego i teorii koneksji. Bardziej szczegółowo, autorka używa wiązek ogólnych baz liniowych (dla ciał deformowalnych) i wiązek baz ortonormalnych (dla ciał metrycznie sztywnych). Bazami wiązek są różnaitości riemannowskie i pseudoriemannowskie.

Rozprawa mgr Gołubowskiej liczy w sumie 102 strony (6 + 96). Składa się z Wprowadzenia, sześciu części i bibliografii zawierającej 102 pozycje. Trzon pracy stanowią części 3 i 4 (zwłaszcza część 4), w których autorka przedstawiła swoje główne wyniki.

Część pierwsza zatytułowana *Wstępne pojęcia mechaniki ciała afinicznie sztywnego* dotyczy głównie *kinematyki*, najpierw ciała rozciągniętego w przestrzeni Euklidesowej, gdzie ma sens pojęcie ciała sztywnego lub afinicznie sztywnego (tzn. deformowalnego jednorodnie). Następnie Autorka przechodzi do opisu kinematyki ciała w przestrzeni Riemanna, gdzie nie można utrzymać pojęcia rozciągniętego ciała sztywnego. Można jednak wprowadzić pojęcie ciała infinitezymalnie sztywnego, tzn. "małego" ciała (ciała próbnego) z doczepioną bazą liniową wektorów stycznych. Baza ta jest potrzebna do opisu wewnętrznych stopni swobody ciała próbnego (przestrzeń styczna do różnaitości jest przestrzenią liniową). Autorka definiuje w tej części pojęcie przestrzeni konfiguracyjnej dla przyszłych układów oraz podaje ogólne formuły na energie kinetyczne dla różnych typów ruchów. W pierwszym zdaniu na str. 14 ewidentnie zabrakło słowa "nie".

Część druga pracy zatytułowana *Próbne ciało w przestrzeni Riemanna — mechanika ciała afinicznie sztywnego* poświęcona jest dynamice układów opisanych w części pierwszej. Szczególna uwaga została położona na dynamikę związaną z wewnętrznymi stopniami

swobody.

Część trzecia pracy nosi tytuł *Trójwymiarowa sfera zanurzona w \mathbb{R}^4* . Opis ruchu cząstki na trójwymiarowej sferze $S^3(0, R)$ zanurzonej w \mathbb{R}^4 z metryką Euklidesową znacznie upraszcza fakt, że sferę o promieniu 1, tzn. $R = 1$, można utożsamić z grupą $SU(2)$, która jest podwójnym nakryciem grupy $SO(3, \mathbb{R})$. Można więc było wykorzystać własności grup Liego, algebr Liego i formę Killinga. Autorka wykorzystała również reprezentację $S^3(0, R) \in \mathbb{R}^4$ jako kulę o promieniu πR zanurzoną w \mathbb{R}^3 i odpowiednio do tego dostosowała parametryzację dla tej rozmaitości.

Nie rozumiem, dlaczego pod koniec tej części, od str. 37 do końca, znalazł się tekst rozpoczynający się słowami "Naszym celem jest Autorka tego nie wyjaśnia. Tekst ten powinien raczej znaleźć się w następnej części.

Zasadniczą część rozprawy stanowi CZEŚĆ 4 zatytułowana *Modele dwuwymiarowe, zagadnienia całkowalne*. W tej części pracy mgr Gołubowska rozważa ruchy infinitezymalnych ciał sztywnych i deformowalnych afinicznie dla trzech przypadków 2-wymiarowych rozmaitości Riemanna, mianowicie dla ciał poruszających się

- na sferze $S^2(0, R) \in \mathbb{R}^3$,
- na pseudosferze $H^{2,2,+} \in \mathbb{R}^3$,
- na torusie $T(0; r, R) \in \mathbb{R}^3$.

Dwie pierwsze powierzchnie są rozmaitościami Riemanna o stałej krzywiznie, odpowiednio dodatniej i ujemnej. Są więc przestrzeniami symetrycznymi o maksymalnej liczbie wektorów Killinga (maksymalnie-wymiarowej grupie izometrii). Torus nie należy do tej klasy. Ponieważ nazwa pseudosfera występuje w różnych kontekstach, należało zaznaczyć, że chodzi o pseudosferę zanurzoną w \mathbb{R}^3 z metryką typu metryki Minkowskiego.

Analizę ruchów na tych trzech powierzchniach Autorka zaczyna od przypadku ruchu 2-wymiarowych ciał sztywnych, tzn. mających tylko jeden wewnętrzny stopień swobody (obrotu). Na początek mgr Gołubowska przytacza odpowiednie tensory metryczne. W formie metrycznej dla torusa występuje człon $r \sin \psi$, który w wyrażeniach otrzymanych przy pomocy tej formy został błędnie, acz prawie systematycznie, zamieniony na $r \cos \psi$ (czasami tylko na $\cos \psi$). Dla sfery r oczywiście nie jest wielkością wektorową (jak błędnie zaznaczono na rysunku).

Mając formy metryczne Autorka podaje wyrażenia na energie kinetyczne dla translacyjnych stopni swobody. Następnie używa baz ortonormalnych w przestrzeniach stycznych do określenia energii kinetycznych odpowiadających wszystkim (translacyjnym i rotacyjnym) stopniom swobody. Do analizy ruchu p. Gołubowska używa równania Hamiltona-Jacobiego. Oblicza zmienne działania najpierw dla ogólnego potencjału $V(r)$ odpowiada-

